

# MODELOS DE INFLAÇÃO

INVERNO ASTROFÍSICO 2023

Julho/Agosto de 2023 - Matilde/ES

Luiz Filipe Guimarães - UFES

# AULA #1

- **Introdução**
- **Problemas do Big-Bang Quente**
- **Radiação Cósmica de Fundo em Micro-Ondas**
- **Inflação - Generalidades**
- **Rolamento lento (slow-roll)**
- **Resultados observacionais**

# Conhecemos o termo **inflação**, mas afinal...

- O que é?
- Quando?
- Onde?
- Por quê?
- Como?

**Essas são as perguntas que iremos responder nesta primeira aula**

# Por que inflação?

- São 2 perguntas diferentes:
  - Por que a inflação ocorre? Explicação na sessão no “**como?**”
  - **Por que a inflação é necessária?**
- Revisitando a história da cosmologia
  - Qual era a teoria vigente ao longo das décadas de 50/60?

## O modelo de Big Bang Quente

# O modelo de Big Bang Quente (HBB)

- Conhecemos a **evolução do universo** hoje em dia
- Cálculos para tempos cada vez mais primordiais indicam:
  - Maiores **temperaturas**
  - Maiores **densidades**
  - Até chegar em uma **singularidade** para  **$t = 0$**



**Singularidade?**

# O modelo de Big Bang Quente (HBB)

- Conhecemos a evolução do universo hoje em dia
- Cálculos para tempos cada vez mais primordiais indicam:
  - Maiores **temperaturas**
  - Maiores **densidades**
  - Até chegar em uma singularidade para t

**Temperaturas  
elevadas**

**Daí vem o nome Big Bang Quente**

**Começo  
singular**

**Partículas em altas  
velocidades**

# Mais previsões do modelo de Big Bang

- Homogeneidade + Isotropia + Big Bang = Lei de Hubble-Lemaitre
- Universo muito quente, denso, **opaco: radiação de corpo negro?**
  - **Gamow, Alpher, Hermann, 1948: 5K ~ 20K**
  - **Andrew McCullough, 1941**



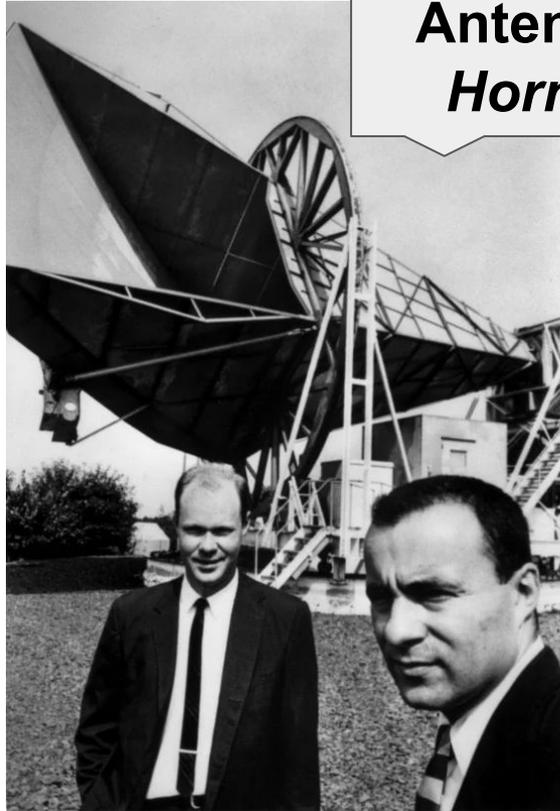
**George  
Gamow**

# A Radiação Cósmica de Fundo: **triunfo**

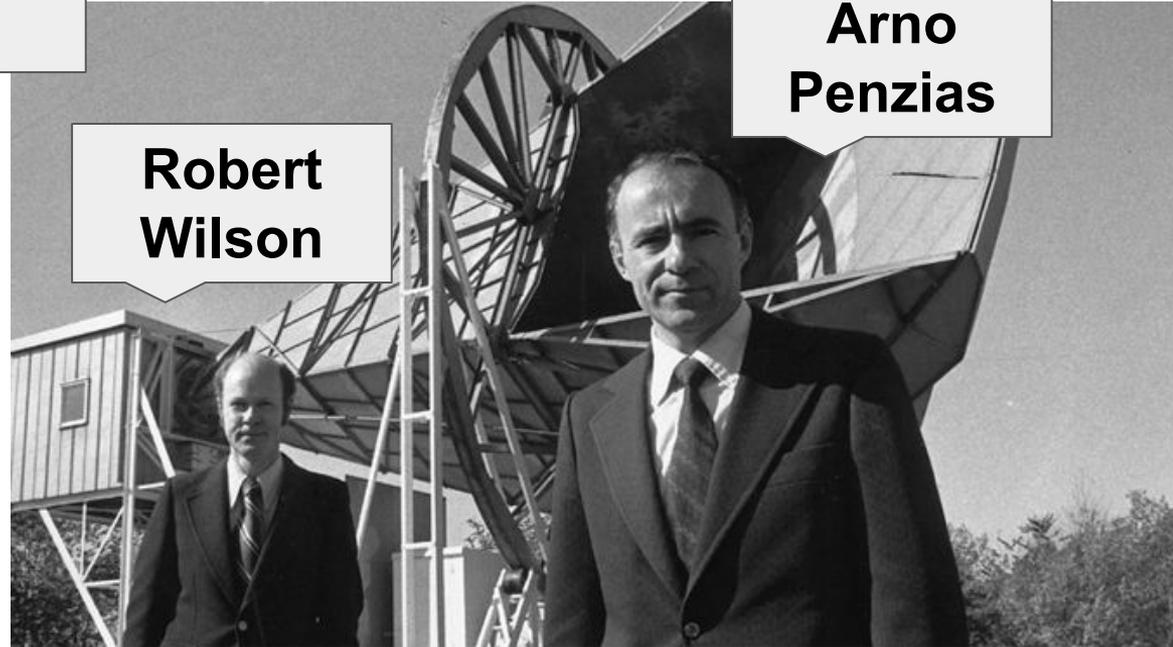
- 1964: Penzias e Wilson detectam sinal,  $\lambda = 7.35\text{cm}$ , **micro-ondas**
  - **Isotrópico**, constante, não era “dielétrico de pombo”
- Dicke et al: **re-descobrem** que o universo quente e denso deveria produzir radiação que hoje seria vista como micro-ondas
- Espectro de **corpo negro**, temperatura de **3.5K**

**CMB reforça o modelo de Big Bang!**

# Descoberta da CMB - Penzias e Wilson em 1964



**Antena  
*Horn***



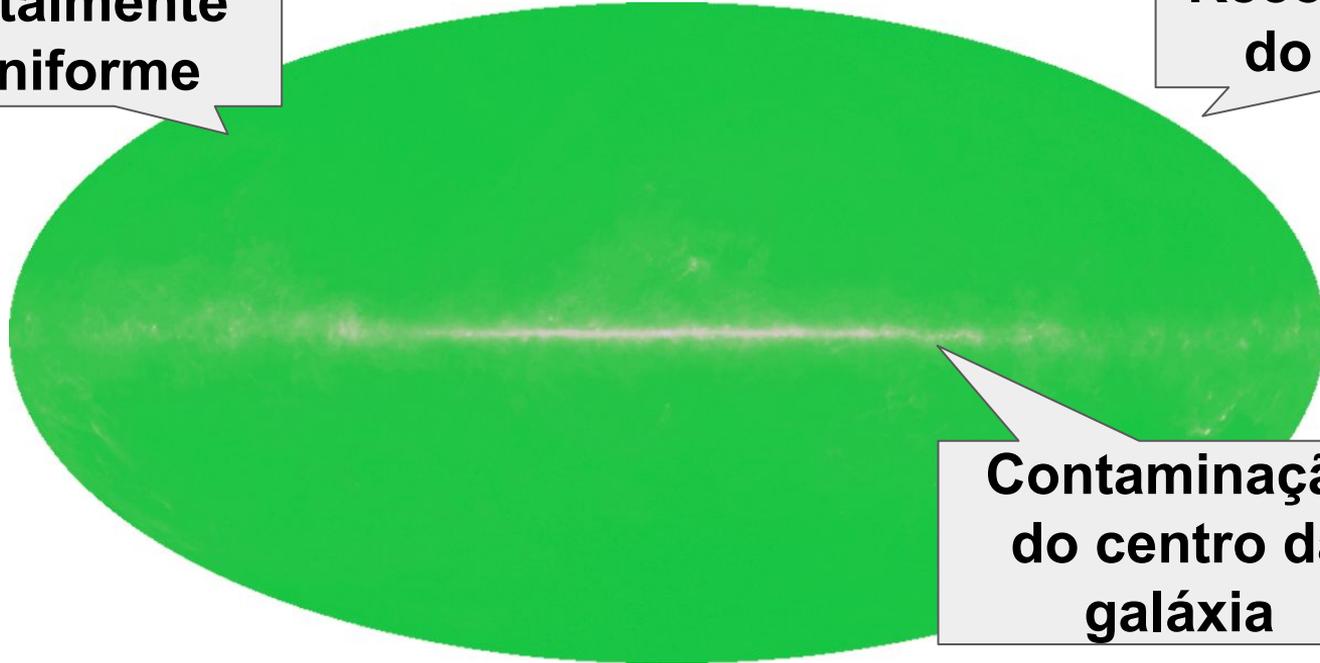
**Robert  
Wilson**

**Arno  
Penzias**

# Mapa da CMB “medido” por Penzias e Wilson

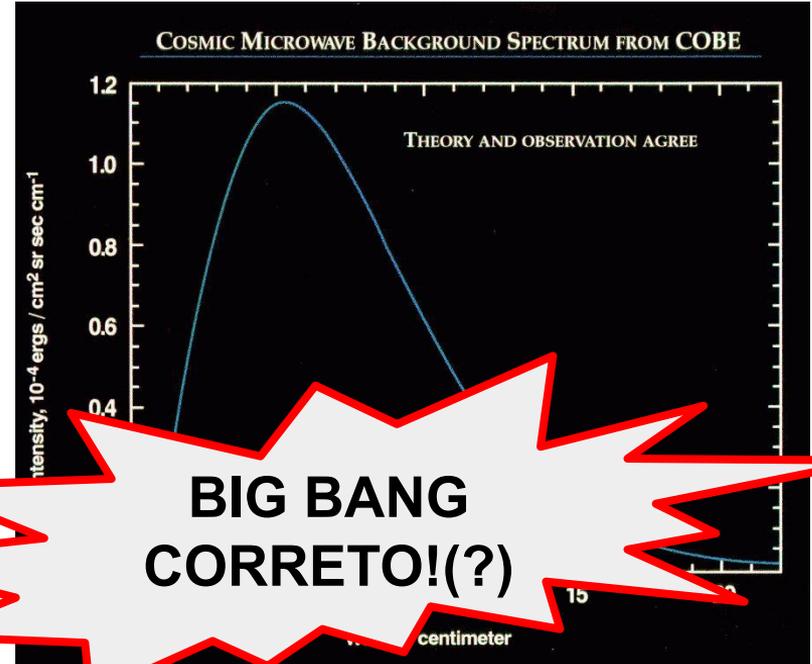
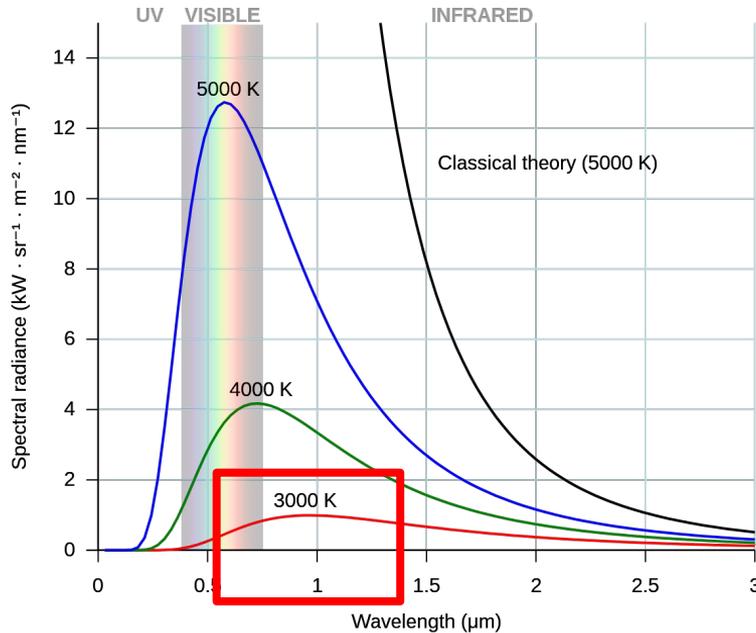
**Totalmente  
uniforme**

**Reconstrução  
do WMAP**



**Contaminação  
do centro da  
galáxia**

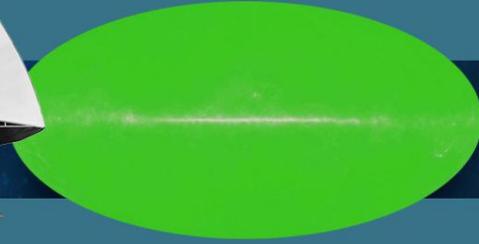
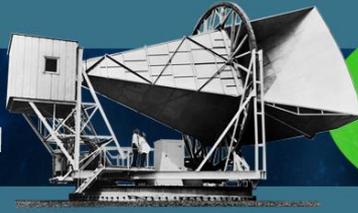
Antes: ~1 micrômetro vs. agora: ~ 1 milímetro



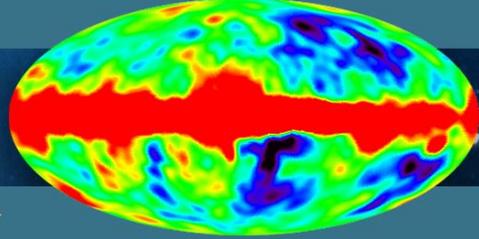
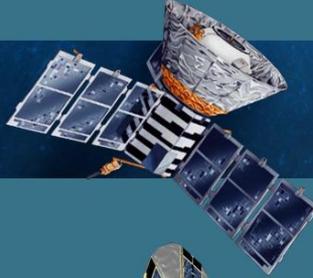
# A Radiação Cósmica de Fundo: **ruína**

- A CMB ser isotrópica, *praticamente* constante a 3.5K foi um desafio a ser explicado
  - Algum fenômeno físico promoveu esse equilíbrio térmico?
- Satélites COBE, WMAP: **flutuações na temperatura**,  $\sim 10^{-5}\text{K}$ 
  - De onde vieram?
- Outros **problemas** teóricos relacionados ao modelo foram sendo descobertos

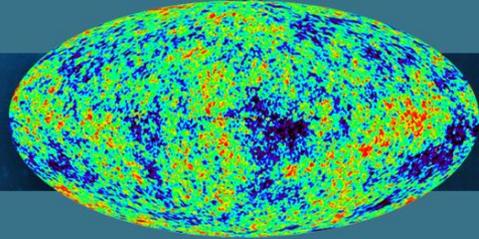
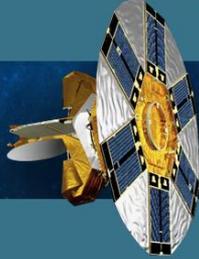
1962  
PENZIAS & WILSON



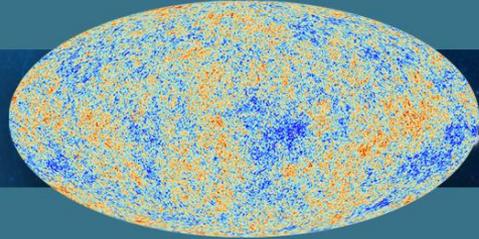
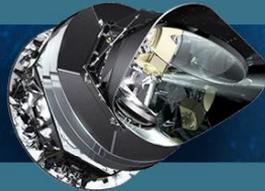
1989-1993  
COBE



2001-2010  
WMAP

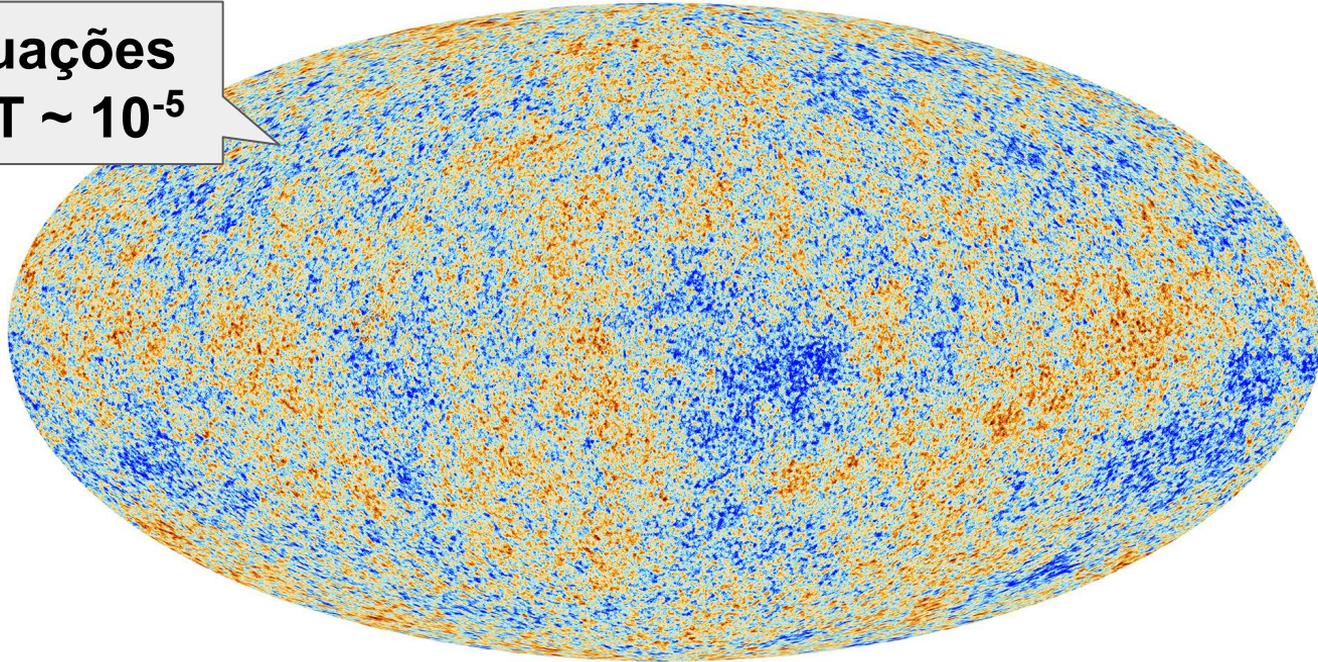


2009-2013  
PLANK



# CMB não tem temperatura *totalmente* uniforme

Flutuações  
de  $\Delta T \sim 10^{-5}$



# Os problemas do modelo de Big Bang

- Retrocedendo pro passado, **singularidade** em  $t = 0$
- **Problema do Horizonte**: regiões do espaço **sem contato causal** apresentando **mesma temperatura** na CMB
- **Problema da Planeza**: curvatura do universo é **muito pequena**, **cresce** após o HBB, logo começou **ainda menor**
- **Flutuações e Estrutura**: de onde vieram? O que as provocou?

# PROBLEMA DO HORIZONTE

- A CMB é homogênea e isotrópica: **temperatura uniforme**
- Extensão da CMB = horizonte de partículas (contato causal), **hoje**
- Mas, durante a **recombinação**, essas grandezas diferiam
- Podemos calcular a razão entre elas, obtendo o número de regiões na CMB **sem contato causal**

$$\frac{\lambda_H^3(t_{LSS})}{H_{LSS}^{-3}} = \left( \frac{T_0}{T_{LSS}} \right)^{-3/2} \approx 10^6$$

# PROBLEMA DO HORIZONTE

- A CMB é homogênea e isotrópica: **temperatura uniforme**
- Extensão da CMB = horizonte de partículas (contato causal), **hoje**
- Mas, durante a **recombinação**, essas grandezas diferiam
- Podemos calcular a razão entre elas, obtendo o número de regiões na CMB **sem contato causal**

**$10^6$  regiões!**  
**(1.000.000)**

# PROBLEMA DO HORIZONTE

- A CMB é homogênea e isotrópica: **temperatura uniforme**
- ... partículas (contato causal), **hoje**
- **Sem contato causal, como essas regiões entraram em equilíbrio térmico?** ... as grandezas diferiam
- ... s, obtendo o número de regiões na CMB **sem contato causal** ...

**$10^6$  regiões!**  
**(1.000.000)**

13.8 bilhões de anos

tempo

0

Observamos A e B!

Terra

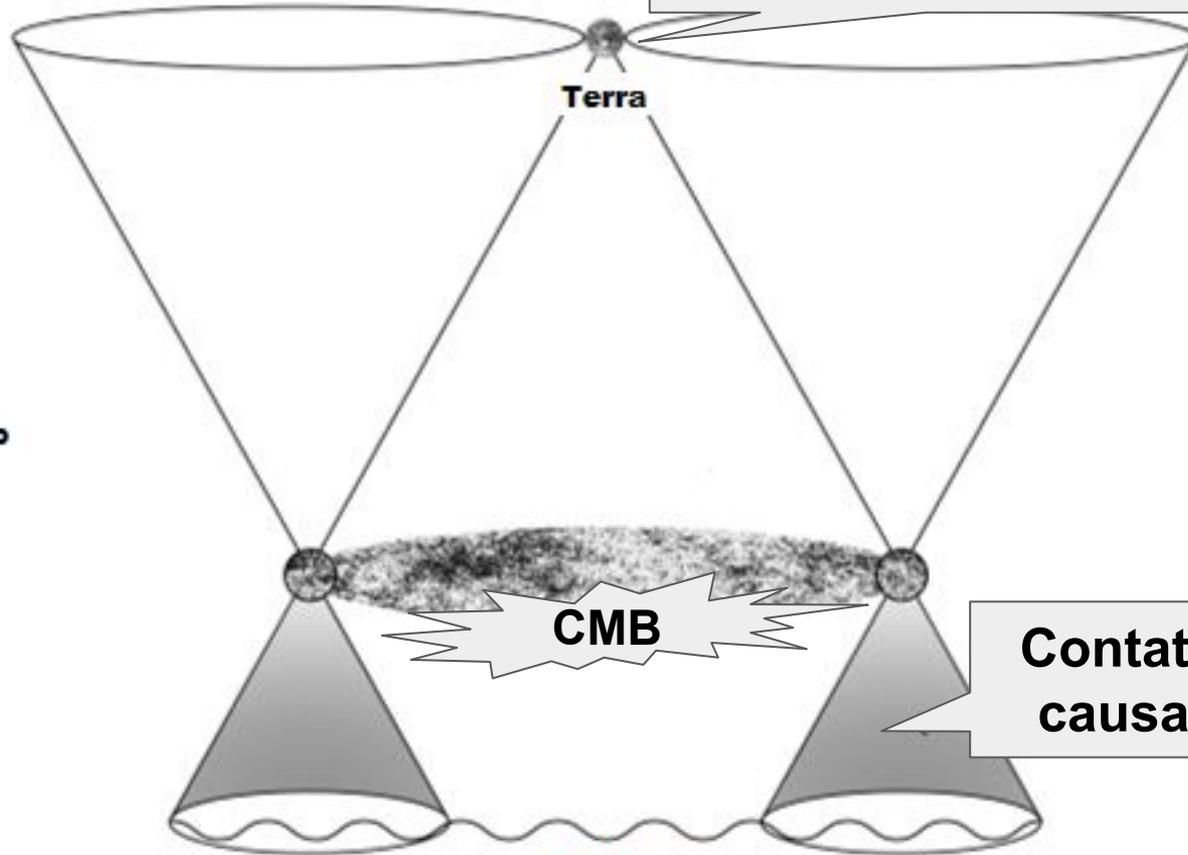
CMB

Contato causal

Horizonte para B

Big Bang

Horizonte para A



13.8 bilhões  
de anos



tempo

**Não há contato  
causal no Big-Bang!**

**Observamos A e B!**

Terra

CMB

**Contato  
causal**

0

Horizonte para B

Big Bang

Horizonte para A

# PROBLEMA DA PLANEZA

- O parâmetro de densidade para a curvatura do universo cresce com o tempo durante a dominação de matéria, radiação
- Hoje ele possui um valor pequeno,  $1 - \Omega_0 \sim 10^{-3} = 0.001$
- Ou seja, ele era **ainda menor antes**. Se ele **fosse um pouco diferente**, seria muito maior hoje!

$$\frac{|\Omega - 1|_{t_N}}{|\Omega - 1|_{t_0}} \approx \frac{a_N^2}{a_0^2} \approx \frac{T_0^2}{T_N^2} \approx O(10^{-16})$$

# PROBLEMA DA PLANEZA

- O parâmetro de densidade para a curvatura do universo cresce com o tempo durante a dominação de matéria, radiação
- Hoje ele possui um valor pequeno,  $1 - \Omega_0 \sim 10^{-3} = 0.001$
- Ou seja, ele era **ainda menor antes**. Se ele **fosse um pouco diferente**, seria muito maior hoje!

**Precisão de  $10^{16}$  ordens de grandeza!**  
**(0.000000000000000001)**

# PROBLEMA DA PLANEZA

- O parâmetro de densidade para a curvatura do universo cresce com o tempo durante a dominação de matéria, radiação
- Hoje ele p **O que garantiu um valor tão pequeno para a curvatura no passado?**  $10^{-3} = 0.001$
- Ou seja, e **posse um pouco diferente**

**Precisão de  $10^{16}$  ordens de grandeza!  
(0.000000000000000001)**

# PROBLEMA DAS SEMENTES PRIMORDIAIS

- A CMB é homogênea, mas até certo ponto:  $\Delta T \sim 10^{-5}K$
- Nada dentro no contexto de HBB explica essas flutuações
- Apresentam outras características, como **quase independência de escala**
- **Reforça** o problema do **horizonte**: essas flutuações têm características estatísticas similares em toda CMB
- Originam galáxias, aglomerados, etc.

# Como podemos resolver os problemas apresentados?

- Prover contato causal entre todas as regiões da CMB
  - Superfície da CMB **dentro do horizonte** em algum momento
  - Escalas físicas precisam **crescer mais rápido** que o horizonte
- Garantir curvatura muito pequena
  - Período quando ela **decrece** – era bem maior
- Isso tudo acontece em regimes de **expansão acelerada**

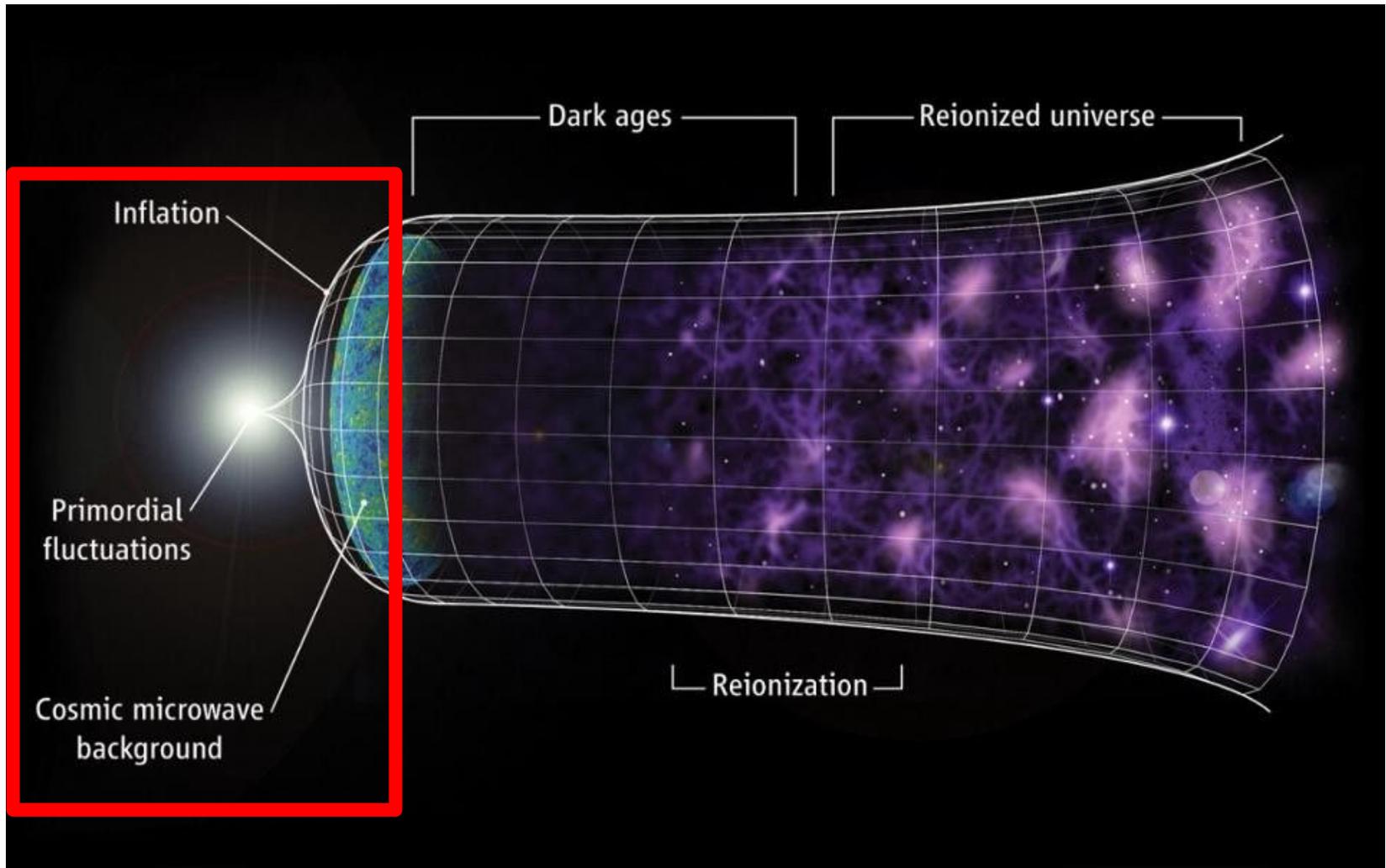
# Como podemos resolver os problemas apresentados?

- Prover condições causais em todas as regiões da CMB
  - Superfície de observação em algum momento
  - Escala de Hubble menor que o horizonte
- Garantir que a expansão não seja muito rápida
  - Período quando a expansão é bem mais lenta
- Isso tudo acontece em regimes de **expansão acelerada**

**INFLAÇÃO**

# O que é inflação? Quando ela ocorreu?

- A inflação foi um breve período de expansão acelerada e exponencial do universo primordial
- Duração de  $\sim 10^{-33}$  segundos
  - Medição também em ***e-folds***: precisamos de  $N \gtrsim 50$
- Após os primeiros  $\sim 10^{-36 \sim -38}$  segundos do universo ( $10^{16}$  GeV)
  - Antes dela, à escala de Planck, temos regime dominado por efeitos não-perturbativos de gravitação quântica



# Onde a inflação ocorreu?

- **Em todo lugar, ao mesmo tempo\*!**
- Não há um **ponto central** para expansão do universo
- Assim como ocorre na expansão cósmica de hoje em dia, na inflação as regiões do universo afastam-se uma das outras.
- Pergunta: a inflação **acabou simultaneamente** para todo o cosmo?

# Por que precisamos de aceleração?

- Obtida pela razão entre escalas físicas e o horizonte

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{a}{H^{-1}} \right) = \frac{d}{dt} (\dot{a}) = \ddot{a} > 0$$

- Aceleração positiva requer **pressão negativa**

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G(\rho + 3p)}{3}a \quad \Rightarrow \quad p < -\frac{\rho}{3}$$

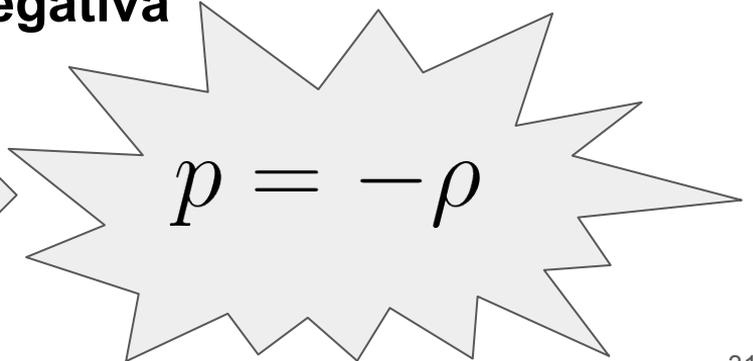
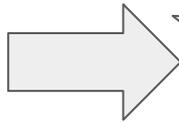
# Por que precisamos de aceleração?

- Obtida pela razão entre escalas físicas e o horizonte

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{a}{H^{-1}} \right) = \frac{d}{dt} (\dot{a}) = \ddot{a} > 0$$

- Aceleração positiva requer **pressão negativa**

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G(\rho + 3p)}{3}a$$



# Proposta: usar expansão tipo-de Sitter

- Para  $p = -\rho$ , temos um universo de De Sitter: a **inflação**
- A evolução do fator de escala é **exponencial**

$$a = a_i \exp^{H_i(t-t_i)}$$

- O parâmetro de Hubble é **constante**

$$\frac{\dot{a}}{a} = H_i$$

**Como ela resolve os problemas do HBB?**

# Horizonte para expansão acelerada

- Região **com contato causal** se expande além do horizonte
- Tudo estava em equilíbrio térmico antes de perder contato!
- Outra forma de enxergar: o horizonte **comóvel** durante a inflação **decrece**
- Por outro lado, escalas físicas permanecem **constantes**

# Horizonte atual vs. Horizonte da Inflação

- Queremos que o o horizonte **atual** seja **menor** do que o horizonte na inflação – **crescimento**

$$\lambda_{R_H}(t_i) = H_0^{-1} \left( \frac{a_{t_i}}{a_{t_0}} \right) = H_0^{-1} \left( \frac{a_{t_f}}{a_{t_0}} \right) \left( \frac{a_{t_i}}{a_{t_f}} \right)$$

- Definimos a quantidade  $N$ , o **número de e-folds** – “quantas exponenciais” o universo cresceu

$$N = H_I (t_f - t_i) = \log \left( \frac{a_{t_f}}{a_{t_i}} \right)$$

# Requerimentos para solução do problema

- Com isso, estamos exigindo que

$$H_0^{-1} \left( \frac{T_0}{T_f} \right) e^{-N} \lesssim H_I^{-1}$$

- Para resolver o problema,  $N \sim 67$

$$N \geq \log \left( \frac{T_0}{H_0} \right) - \log \left( \frac{T_f}{H_I} \right) \geq 67$$

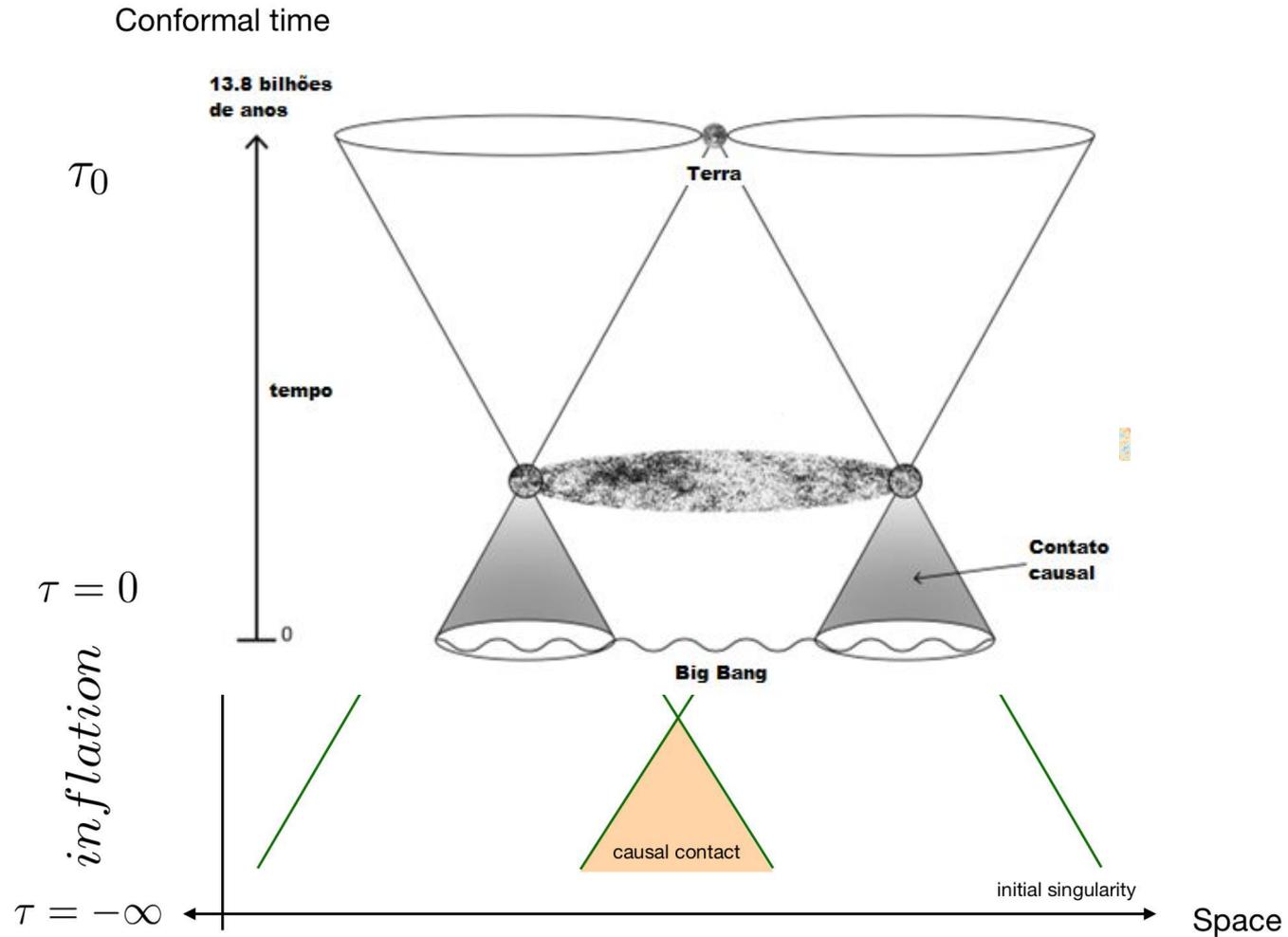
## Visão alternativa para a solução (via inflação)

- Outra forma de enxergar: o horizonte **decrece**

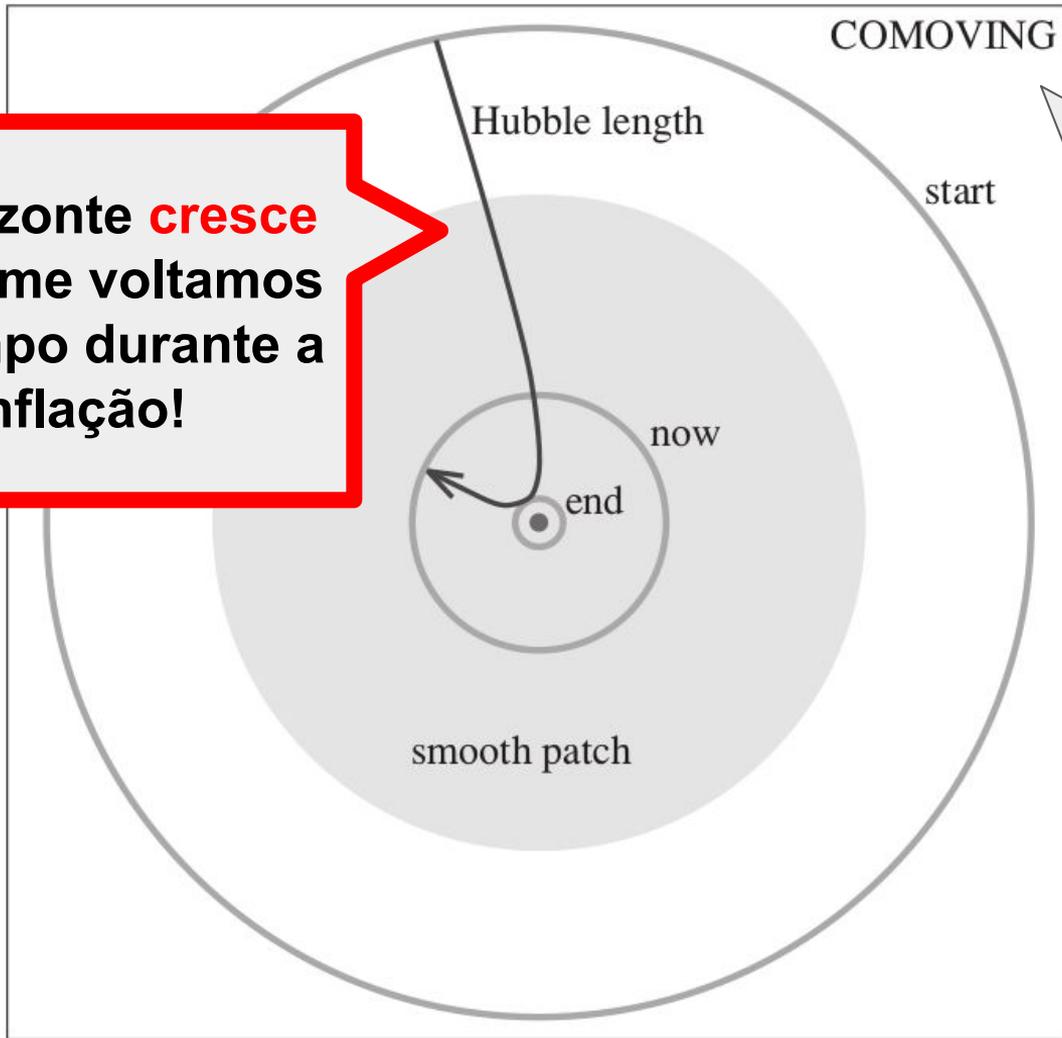
**Redução Exponencial**

$$R_{H,com.}(t_f) = H_I^{-1} \left( \frac{a_i}{a_f} \right) = H_I^{-1} e^{-N}$$

- Mas escalas físicas permanecem **constantes**

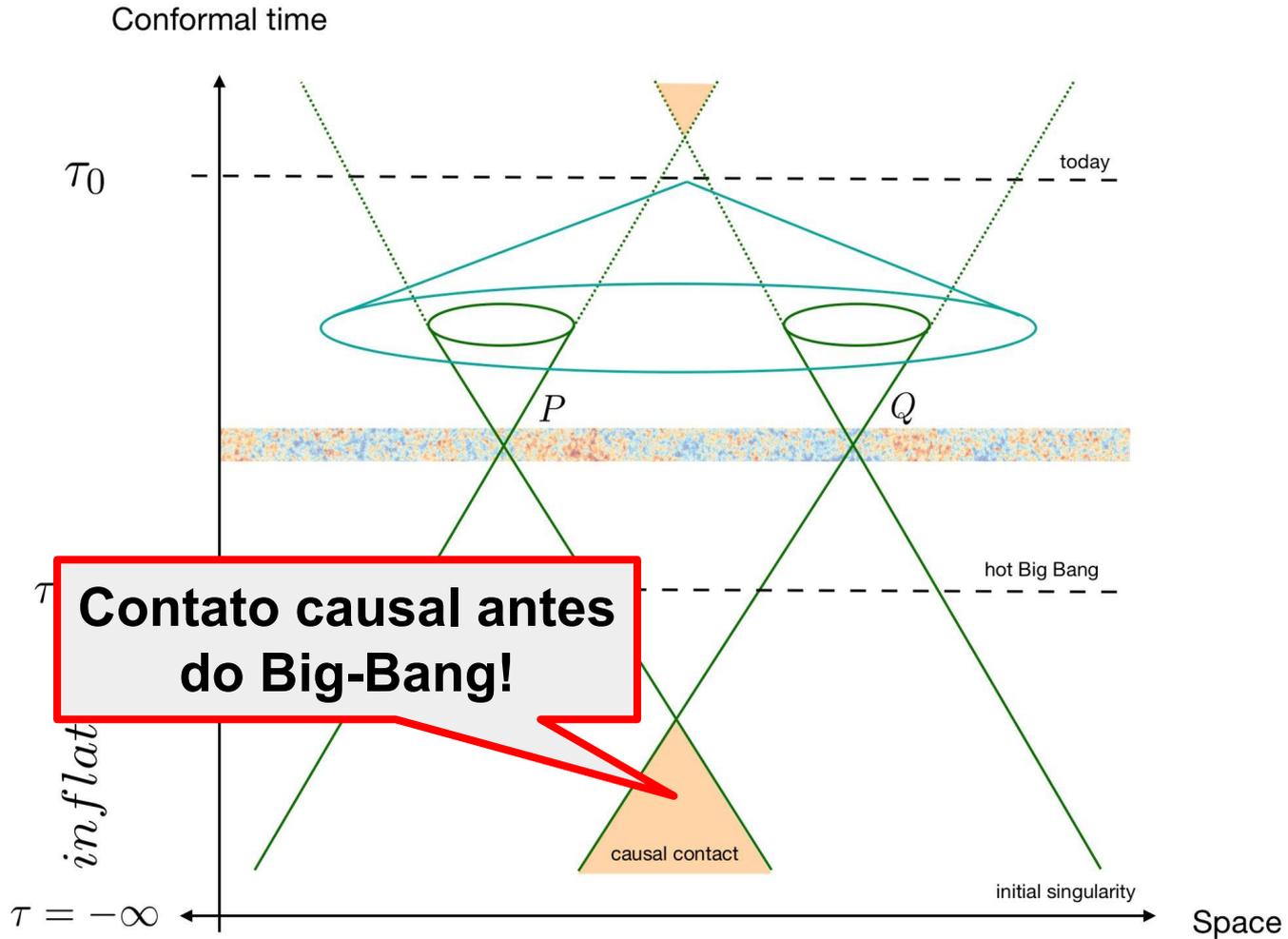


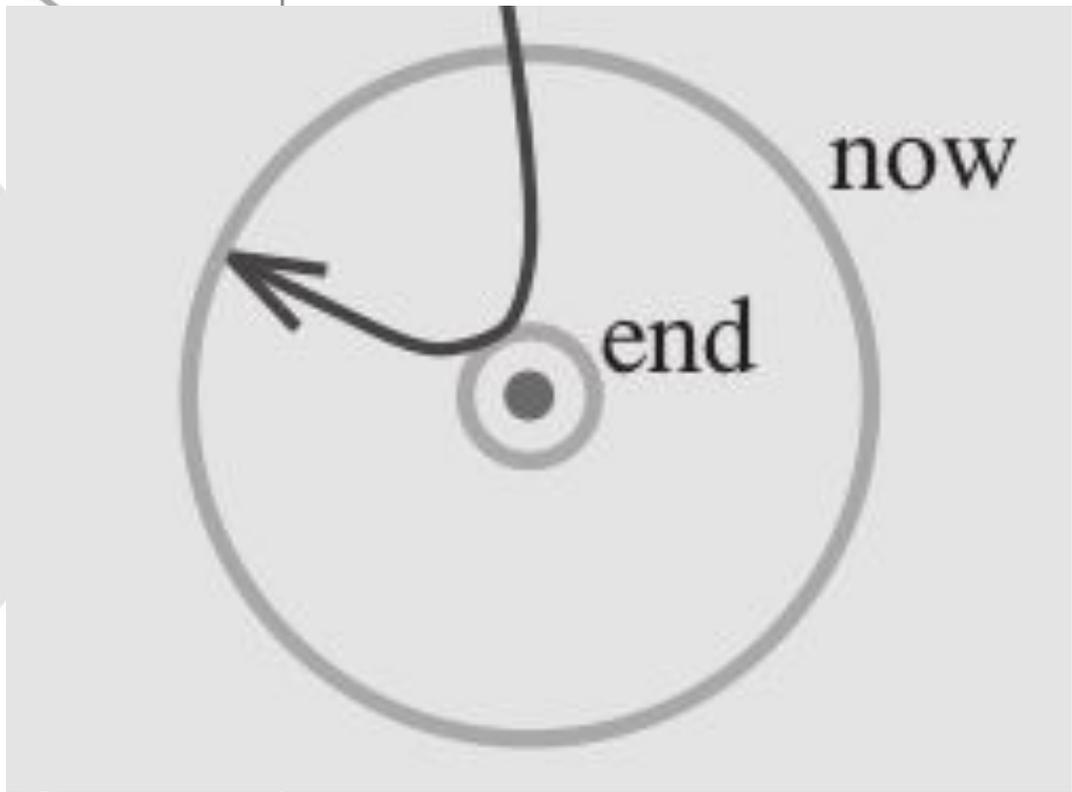
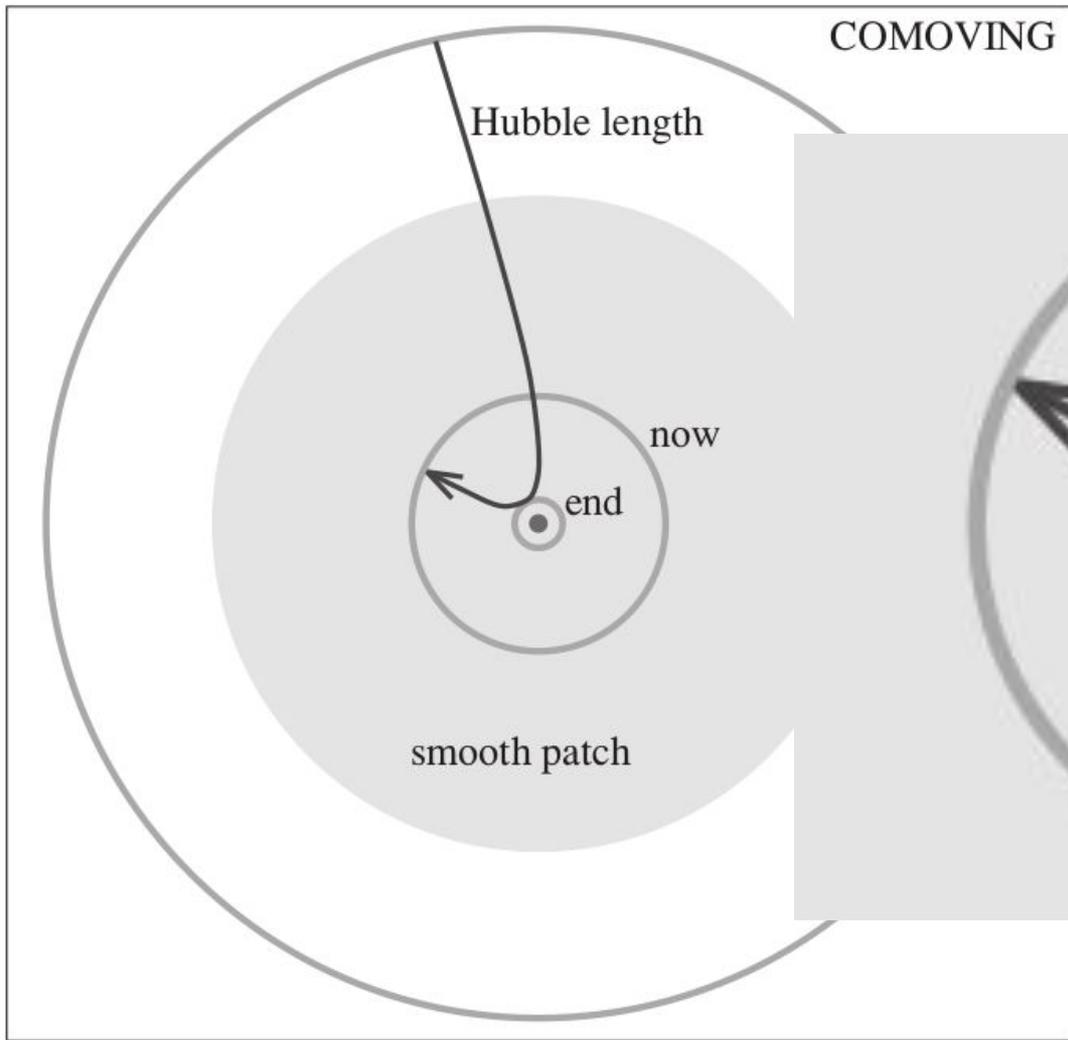
O horizonte **crece** conforme voltamos no tempo durante a inflação!

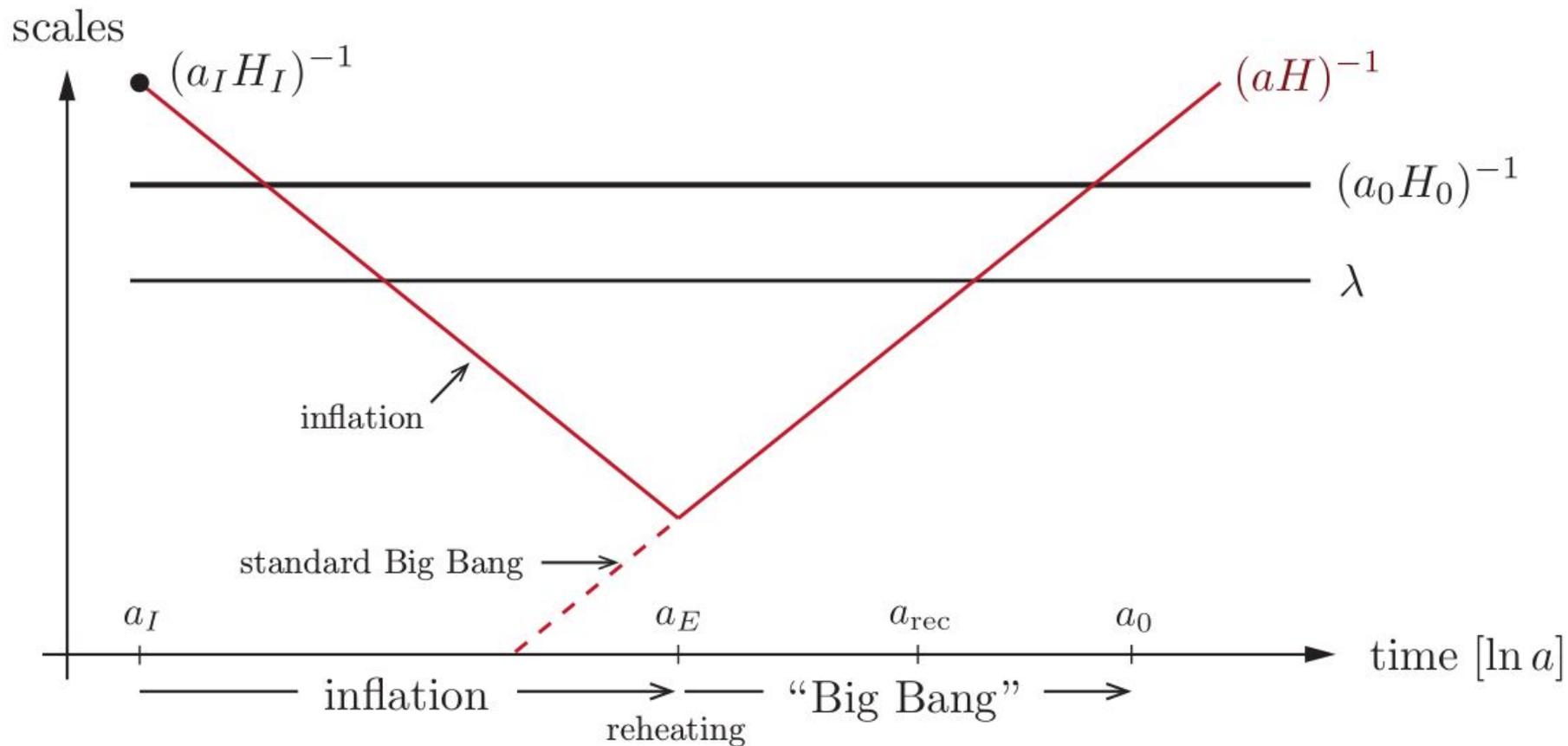


Raio de Hubble Comóvel:

$$\frac{H^{-1}}{a}$$







# Expansão acelerada muda evolução da curvatura

- Como desejado, na inflação o **parâmetro de curvatura diminui**
- Para H constante, ele é proporcional ao inverso do fator de escala

$$1 - \Omega \propto a^{-2}$$

**Redução Exponencial**

$$\frac{|1 - \Omega|_{t_f}}{|1 - \Omega|_{t_i}} = \left( \frac{a_i}{a_f} \right)^2 = e^{-2N} \approx e^{-135}$$



# Flutuações de origem quântica

- Resta justificar a presença das **flutuações de temperatura**
- De **flutuações quânticas** do ingrediente cosmológico que promove a inflação – levam à **perturbações da curvatura**
- Perturbações de curvatura em **temperatura**: **Efeito Sachs-Wolfe**
- Um campo escalar: o **inflaton**

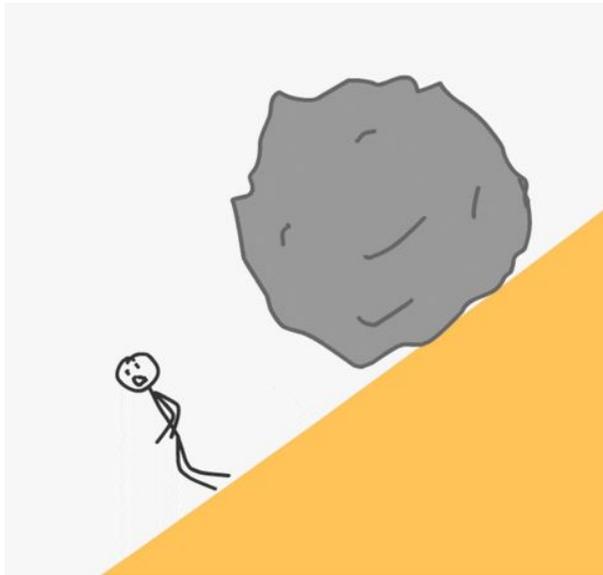
Chegamos no **como** a inflação resolve os problemas do HBB

# Como a inflação ocorreu?

- Ingrediente mencionado: o **inflaton**
- Ele provoca o **crescimento acelerado/exponencial**
- O que é: **campo escalar**
- Tem energia cinética, tem energia **potencial**
- **Pressão negativa** para energia potencial dominante!

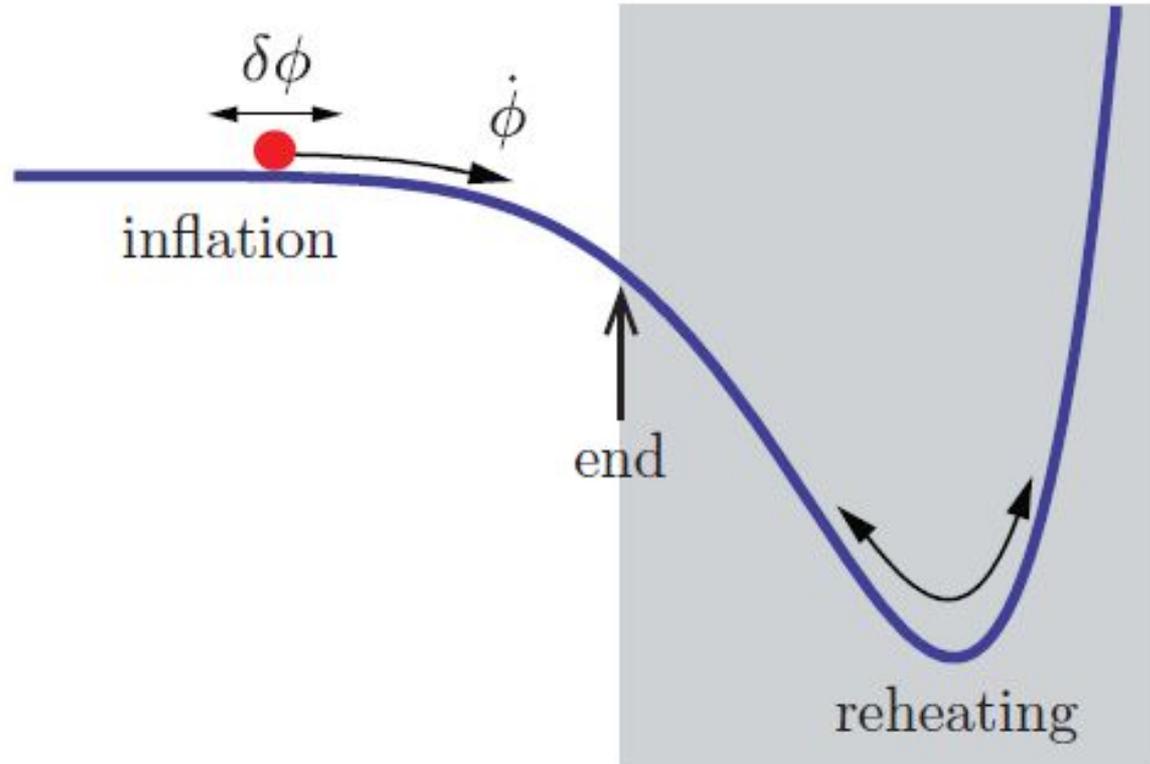
**Rolamento lento**

# Analogia: rocha descendo um morro (1D)



- O que faz o deslizamento ser lento?
  - Inclinação suave
  - Fricção grande
  - Ambos!
- Potencial “hilltop”, topo de morro

# Panorama da Dinâmica Inflacionária



# A dinâmica no inflaton e equações de movimento

- Promove a inflação: domina o conteúdo de matéria **Potencial** radial

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + V(\varphi) \right]$$

- **“Arrasto”** movimento: Klein-Gordon **Inhomogeneidades** Expansão

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - \frac{\nabla^2 \varphi}{a^2} + V'(\varphi) = 0$$

# O INFLATON – Parâmetro de Hubble e Arrasto

- **Analogia:** expansão vs. fricção/arrasto/resistência do ar

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - \frac{\nabla^2\varphi}{a^2} + V'(\varphi) = 0$$



$$F = m\ddot{x} = -b\dot{x}$$

- Maior **H** = Maior **escala de energia** = Maior **arrasto**

# INFLATON – EQUAÇÃO DE ESTADO

- Podemos calcular a pressão e densidade de energia do inflaton

$$T_{ii} = p_{\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \ominus V(\varphi)$$

$$T_{00} = \rho_{\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \oplus V(\varphi)$$

# INFLATON – EQUAÇÃO DE FRIEDMANN

- Expansão devido apenas ao inflaton e sua densidade de energia

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_\varphi = \frac{8\pi G}{3} \left( V(\varphi) + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \right)$$

- Sabemos que a solução tem **H constante\***, fator de escala **exponencial** – para isso, precisamos de  $p = -\rho$ 
  - O que implica para o campo? E para a dinâmica do universo?

# INFLATON – CONDIÇÕES DE SLOW-ROLL

- Condição sobre o **potencial** do inflaton

$$p = -\rho \Rightarrow V(\varphi) \gg \dot{\varphi}^2$$

- Velocidade baixa – é o que chamamos de **slow-roll**
  - Campo “rola” o seu potencial de forma lenta por causa do **termo de fricção** na equação de Klein-Gordon!

# INFLATON - CONDIÇÕES DE SLOW-ROLL

- O requerimento acima implica em **condições/simplificações**
- 1ª condição: Equação de Estado + Friedmann

$$V(\varphi) \gg \dot{\varphi}^2 \Rightarrow \frac{(V')^2}{V} \gg H^2$$

- 2ª condição: Velocidade e Aceleração na Equação de Movimento

$$\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi} \Rightarrow V'' \ll H^2$$

# Parametrizando o rolamento: velocidade

- Podemos expressar o **rolamento lento** através de **parâmetros**
- A 1ª condição diz respeito a evolução do **background**

$$\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2} \lll 1$$

- Na verdade, **H não é constante**, mas evolui devagar – necessário para acontecer a chamada **saída graciosa**

## Parametrizando o rolamento: aceleração

- A 2ª condição diz respeito a equação de movimento

$$\eta_H = -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}}, \quad |\eta_H| \ll 1$$

- Demonstra a dominação do **termo de fricção** frente à aceleração
- Não são os únicos parâmetros que podem ser definidos

## Escrevemos em termos da “topografia” do campo

- O **potencial** do campo fornece a dinâmica, então podemos usá-lo

$$\epsilon_V \simeq \frac{1}{16\pi G} \left( \frac{V'}{V} \right)^2 \quad \eta_V \simeq \frac{1}{8\pi G} \left( \frac{V''}{V} \right)$$

- *Parâmetros de Rolamento-Lento do Potencial*. Não são exatos!
- Mais fáceis de trabalhar. Fornecem resultados **apenas** com  $V(\varphi)$

# Podemos conectar as duas definições de parâmetros

- Parâmetros de SR: Hubble vs. Potencial

$$\epsilon_H \simeq \epsilon_V$$

$$\eta_H \simeq \eta_V - \epsilon_V$$

- Em 1ª ordem eles são todos **constantes**
- Na verdade, evoluem – necessário para inflação terminar!

# PARÂMETROS DE SLOW ROLL

- Relembrando:  $\epsilon_H$  quantifica evolução da função de Hubble

$$\frac{\ddot{a}}{a} = (1 - \epsilon_H) H^2$$

- Final da inflação: 1º parâmetro de ordem **unidade**
- Curiosidade: existe inflação com **ultra-slow-roll**,  $\epsilon_H$  ainda menor!
  - Procurem o que acontece com  $\eta_H$

# PARÂMETROS DE SLOW ROLL

- Escrevendo os parâmetros em função do número de e-folds

$$\epsilon_1 = -\frac{d \log H}{dN} \quad \eta_H = \epsilon_1 - \frac{1}{2\epsilon_1} \frac{d\epsilon_1}{dN}$$

- Hierarquia dos parâmetros de slow-roll
- Utilidade: reconstrução de potenciais através dos PSRP
- Também frequente para análises de MFI

## E o que acontece **depois** da inflação?

- O final da inflação não marca o fim da ação dos modelos de inflação
- Final da **expansão exponencial**: universo **frio e vazio**
- Começo da nucleossíntese: universo **quente e denso**

**Como essas duas fases se conectam?**

**Re-aquecimento – começo do hot big bang!**

# Fazendo o (p)reaquecimento

- Pós-inflação: inflaton **oscila em torno de seu mínimo**
- Oscilação + acoplamento a outros campos – **(p)reaquecimento**
  - **Férmions**: lento, em equilíbrio, re-aquecimento
  - **Bósons**: rápido, fora de equilíbrio, pré-aquecimento
- Produção das partículas do **Modelo Padrão**
- Conexão com bariogênese?

# (P)REHEATING

- Pós-inflação: inflaton **oscila em torno de seu mínimo**

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = -m^2\varphi$$



$$\ddot{\varphi} = -m^2\varphi$$

**Oscilador harmônico**

- Oscilação + acoplamento a outros campos – **(p)reaquecimento**
  - Férmions: lento, em equilíbrio, re-aquecimento
  - Bósons: rápido, fora de equilíbrio, pré-aquecimento

# (P)REHEATING

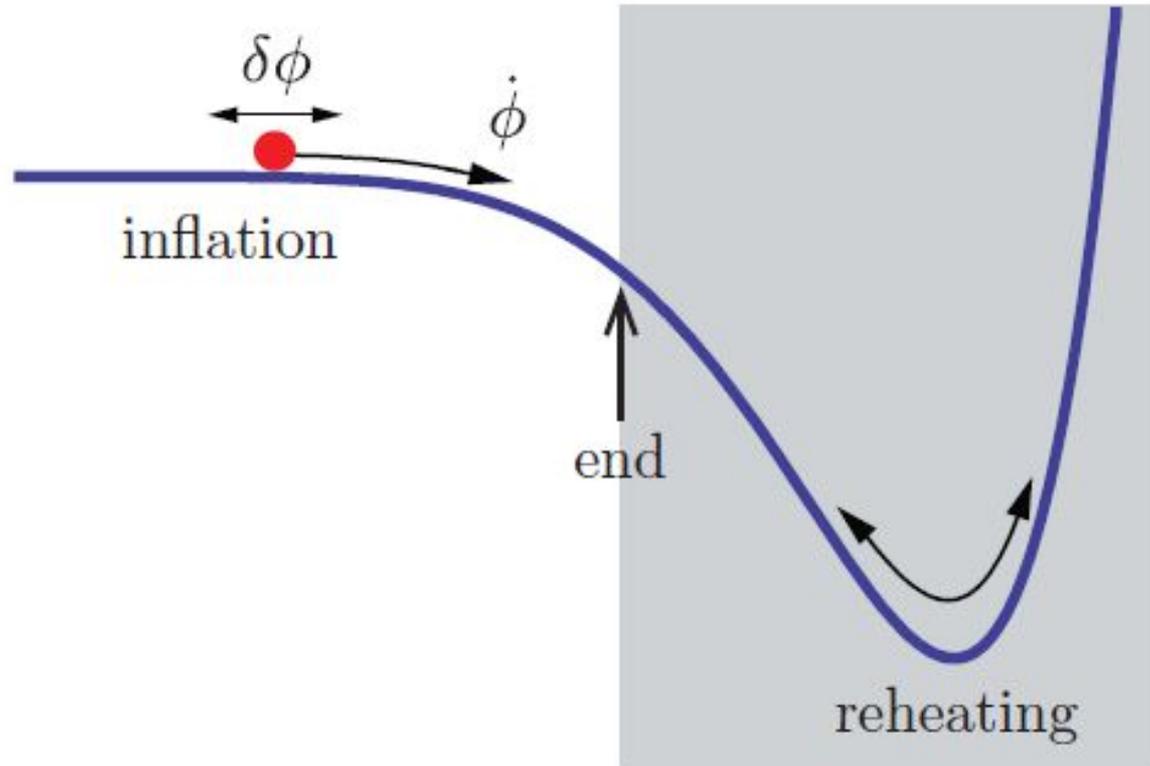
- Pós-inflação: inflaton **oscila em torno de seu mínimo**

$$\ddot{\varphi} + \cancel{3H\dot{\varphi}} = -m^2\varphi$$
$$\ddot{\varphi} = -m^2\varphi$$

Oscilação, frequência  $m$ ,  
comportamento **tipo**  
**poeira**  $\omega = 0$

- Oscilação + acoplamento a outros campos – **(p)reaquecimento**
  - Férmions: lento, em equilíbrio, re-aquecimento
  - Bósons: rápido, fora de equilíbrio, pré-aquecimento

# Panorama da Dinâmica Inflacionária

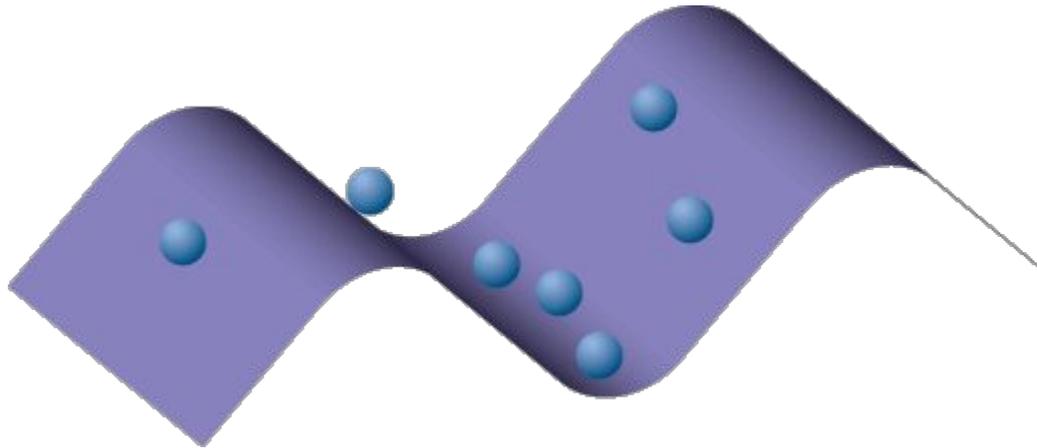


# E de onde vêm as flutuações da CMB?

- Qual mecanismo leva a inflação a produzir essas flutuações?
- Flutuações quânticas do **campo** + Flutuações na **métrica**
- Perturbações escalares: **flutuações de temperatura**
- Perturbações tensoriais: **ondas gravitacionais primordiais**
- Inflação de campo único: flutuações gaussianas
  - Mais campos: fenomenologia mais rica

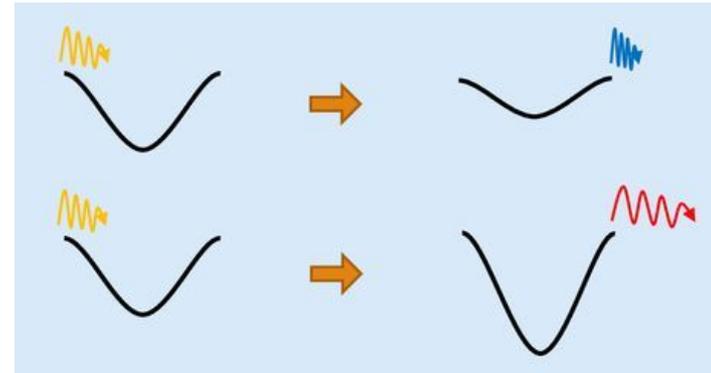
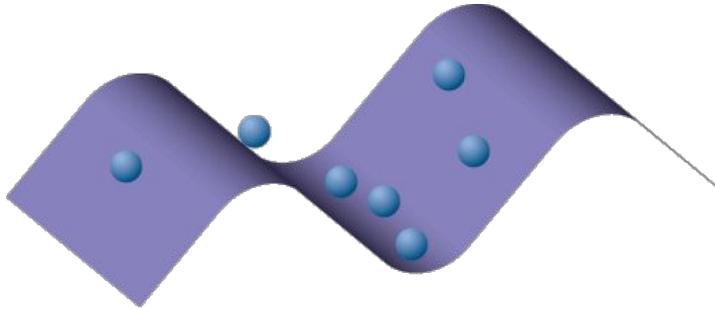
# E como surgem as flutuações da CMB?

- O inflaton **também tem flutuações!** Passam para a **gravidade!**
  - **Perturbações de curvatura = Flutuações no valor do campo gravitacional**



# Campo gravitacional provoca desvio para o vermelho!

- Fugir do campo retira energia = mudança na cor
- Efeito Sachs-Wolfe: perturbações de curvatura em flutuações de temperatura



# Descrevendo as perturbações cosmológicas

- Começam em pequenas escalas e crescem com a inflação
- Condições iniciais: **vácuo de Bunch-Davies**
- **Cruzamento do horizonte**: perturbações constantes
- Re-entram no horizonte, **marcam a CMB**
- Resultados em função dos **parâmetros de rolamento lento**
- Próxima aula: inflação **caótica** ( $m^2\varphi^2$ ) e inflação de **Starobinsky**

# Agora precisamos descrever as perturbações

- Perturbações: escalares e tensoriais
- Fundo: única componente material é o **inflaton**
- Ele que **controla** o background inflacionário
- Portanto, flutuações do campo provocam flutuações da métrica
  - E mudanças na métrica também influenciam o campo
- Equações de Einstein e Klein-Gordon **perturbadas**

# PERTURBAÇÕES NA MÉTRICA

- A métrica perturbada, para escalares e tensores, é

$$ds^2 = - (1 + 2\Phi) dt^2 + a^2 [(1 - 2\Psi) \delta_{ij} + h_{ij}] dx^i dx^j$$

- 2 graus de liberdade escalar, 6 tensoriais
  - Na verdade, são 2 graus de liberdade tensoriais: **polarização**
- Confirmam a derivação completa dessa métrica nas referências

# PERTURBAÇÃO DE CURVATURA

- **Curvatura intrínseca é proporcional à perturbação de curvatura**

$$(3) \mathcal{R} = \frac{4}{a^2} \nabla^2 \Psi$$

- No calibre comóvel, a perturbação de curv

**Observador comóvel  
não vê flutuação de  $\varphi$**

$$\mathcal{R} = \Psi + H \frac{\delta\varphi}{\dot{\varphi}} = \Psi |_{\delta\varphi=0}$$

# PERTURBAÇÃO DE CURVATURA – CALIBRE PLANO

- No calibre **plano** temos a variável de curvatura  $\Psi$  dada por

$$Q = \delta\varphi + \frac{\dot{\varphi}}{H} \Psi \equiv \frac{\dot{\varphi}}{H} \frac{\mathcal{R}}{a}$$

Flutuação do inflaton em folheamento plano

- Onde definimos a quantidade  $z$ ,

$$z = a \frac{\dot{\varphi}}{H}$$

# EQUAÇÃO DE MUKHANOV-SASAKI

- As equações perturbadas invariantes de calibre resultam em:

$$\Phi'' + 2 \left( \mathcal{H} - \frac{\varphi''}{\varphi} \right) \Phi' - \nabla^2 \Phi + 2 \left( \mathcal{R}' - \mathcal{H} \frac{\varphi''}{\varphi} \right) \Phi = 0$$

- Usando outra variável de Mukhanov-Sasaki,  $\mathbf{v} = \mathbf{a} \mathbf{Q}$ , temos,

$$v_{\mathbf{k}}'' + \left( k^2 - \frac{z''}{z} \right) v_{\mathbf{k}} = 0 \quad v = z \mathcal{R}$$

# PERTURBAÇÕES ESCALARES

- Resolvendo a equação de MS para as **perturbações escalares**
- Vamos expandir a função  $\mathbf{z}$  com os parâmetros de slow-roll

$$\frac{z''}{z} \approx \mathcal{H} (2 + 5\epsilon_H - 3\eta_H)$$

- E se colocarmos na forma que já sabemos a solução?

$$\frac{z''}{z} = \frac{1}{\eta^2} \left( \nu^2 - \frac{1}{4} \right)$$

# PERTURBAÇÕES ESCALARES - SOLUÇÃO

- O parâmetro  $\nu$  vai ser então

$$\nu \approx \frac{3}{2} + 3\epsilon_H - \eta_H$$

- Conhecemos a solução para essa equação com esse parâmetro!

$$v_{\mathbf{k}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{i(\nu + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}} \sqrt{-\eta} H_{\nu}(-k\eta)$$

# Condições iniciais – Vácuo de Bunch-Davies

- No passado remoto,  $\eta \rightarrow -\infty$

$$v_{\mathbf{k}}'' + k^2 v_{\mathbf{k}} = 0$$

**Termo de massa é importante! Precisa ser subdominante!**

- Solução: oscilador harmônico!

$$v_k = \frac{e^{-ik\eta}}{\sqrt{2k}}$$

# O espectro de potências para perturbações escalares

- Perturbações de curvatura: usamos  $z$  e  $v$

$$\mathcal{R} = \frac{v}{z} = \frac{v H^2}{a \dot{\varphi}^2}$$

- Relembrando definição de  $\epsilon$

$$\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2} = 4\pi G \frac{\dot{\varphi}^2}{H^2}$$

# O espectro de potências para perturbações escalares

- O espectro para essa solução será

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = A_{\mathcal{R}}^2 \left( \frac{k}{aH} \right)^{n_{\mathcal{R}} - 1}$$

- Onde a amplitude no horizon crossing para  $k = aH$  é

$$A_{\mathcal{R}}^2 = \frac{8\pi G}{2\epsilon_H} \left( \frac{H}{2\pi} \right)^2$$

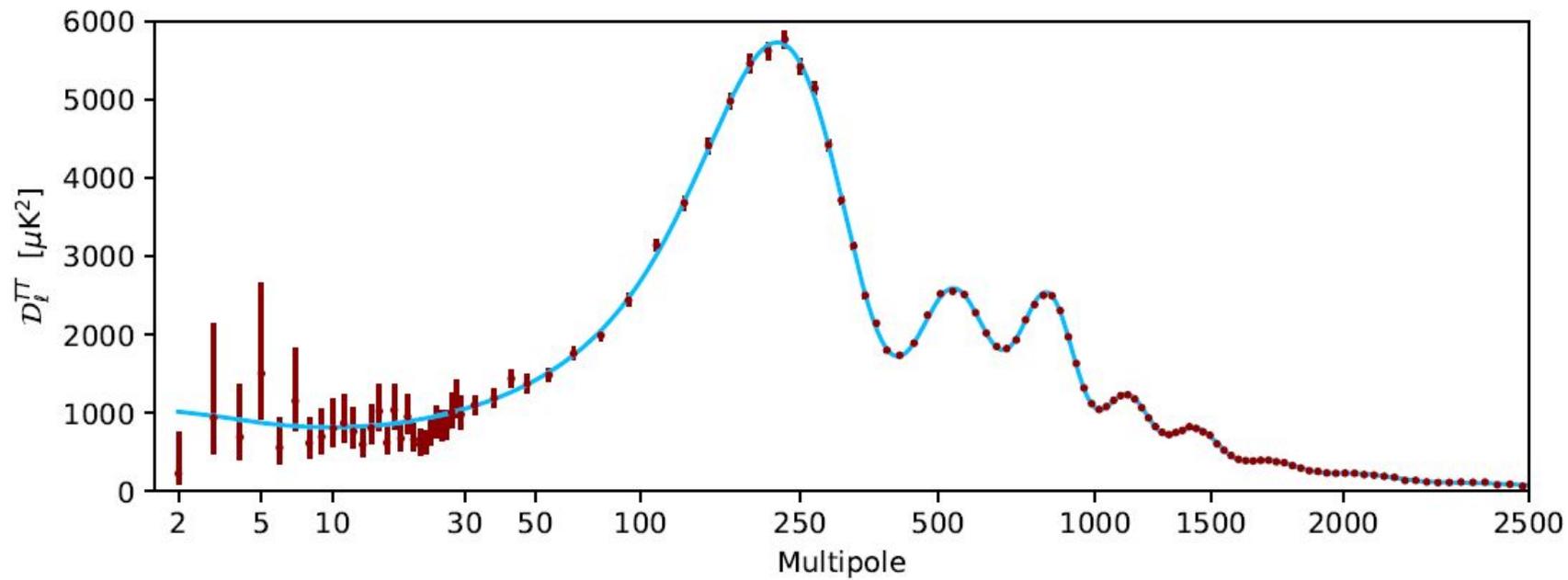
# PERTURBAÇÕES ESCALARES - ESPECTRO

- E o índice espectral é

$$n_{\mathcal{R}} - 1 = 2\eta_H - 4\epsilon_H$$

- Finalmente, em termos dos parâmetros de **slow-roll do potencial**

$$n_{\mathcal{R}} - 1 = 2\eta_V - 6\epsilon_V$$



# PERTURBAÇÕES TENSORIAIS

- São 2 GdL porque elas são transversas e sem traço!
- Escrevendo a polarização

$$h_{ij} = h_{+}e_{ij}^{+} + h_{\times}e_{ij}^{\times}$$

- Teremos equação de movimento para cada uma, usando

$$v_{\mathbf{k}} = \frac{1}{16\pi G} a h_{\mathbf{k}}$$

# PERTURBAÇÕES TENSORIAIS

- A equação de movimento é bem parecida com a de escalares

$$v_{\mathbf{k}}'' + \left( k^2 - \frac{a''}{a} \right) v_{\mathbf{k}} = 0$$

- Vejam: não aparece massa ou campo! Apenas dinâmica de fundo
- Termo de horizonte: fator de escala vs. *pump field*
- Conhecemos a solução para esse tipo de equação

# PERTURBAÇÕES TENSORIAIS

- Solução de módulo conhecido para super-horizonte

$$|v_{\mathbf{k}}| = \left(\frac{H}{2\pi}\right) \left(\frac{k}{aH}\right)^{\frac{3}{2}-\nu_T}$$

- Onde a variável  $\nu$  tem apenas parâmetros do fundo! Ou seja,  $\epsilon_H$

$$\nu_T \approx \frac{3}{2} - \epsilon_H$$

# PERTURBAÇÕES TENSORIAIS

- Com isso, o espectro de potência tensorial é

$$\mathcal{P}_T(k) = 64\pi G \left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{k}{aH}\right)^{n_T}$$

- Logo, o índice espectral tensorial só depende do fundo

$$n_T = -2\epsilon$$

# PERTURBAÇÕES TENSORIAIS – RAZÃO T/R

- A razão tensorial-escalar pode ser finalmente calculada:

$$r = \frac{A_T^2}{A_{\mathcal{R}}^2} = 16\epsilon_H$$

- Podemos ainda definir uma **relação de consistência para SFI**

$$r = -8n_T$$

# Temos também produção de ondas gravitacionais

- Até o momento, não foram medidas as de origem **primordial**
- Presença na CMB: polarização – Modos B e Modos E
- Modos E: podem ser produzidos por escalares e tensoriais
- Modos B: produzidos apenas por perturbações tensoriais



E modes



B modes

# Podemos calcular a escala de energia da inflação

- A amplitude tensorial depende apenas de  $H$ , logo, de  $V$

$$\mathcal{P}_T \propto H^2 \propto V$$

- Com isso calculamos a escala de  $V$  através

**$r > 0.01 \rightarrow \text{GUT}$**

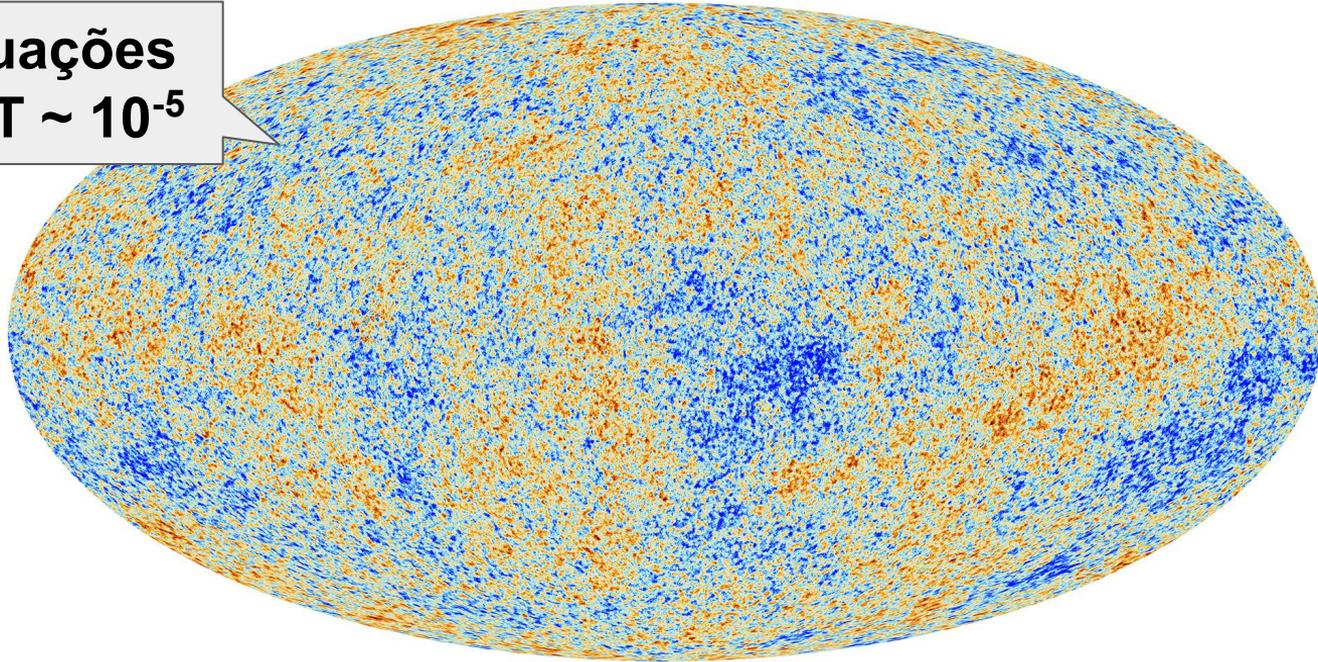
$$V^{1/4} \approx \left( \frac{r}{0.01} \right)^{1/4} 10^{16} \text{ GeV}$$

# Resultados observacionais

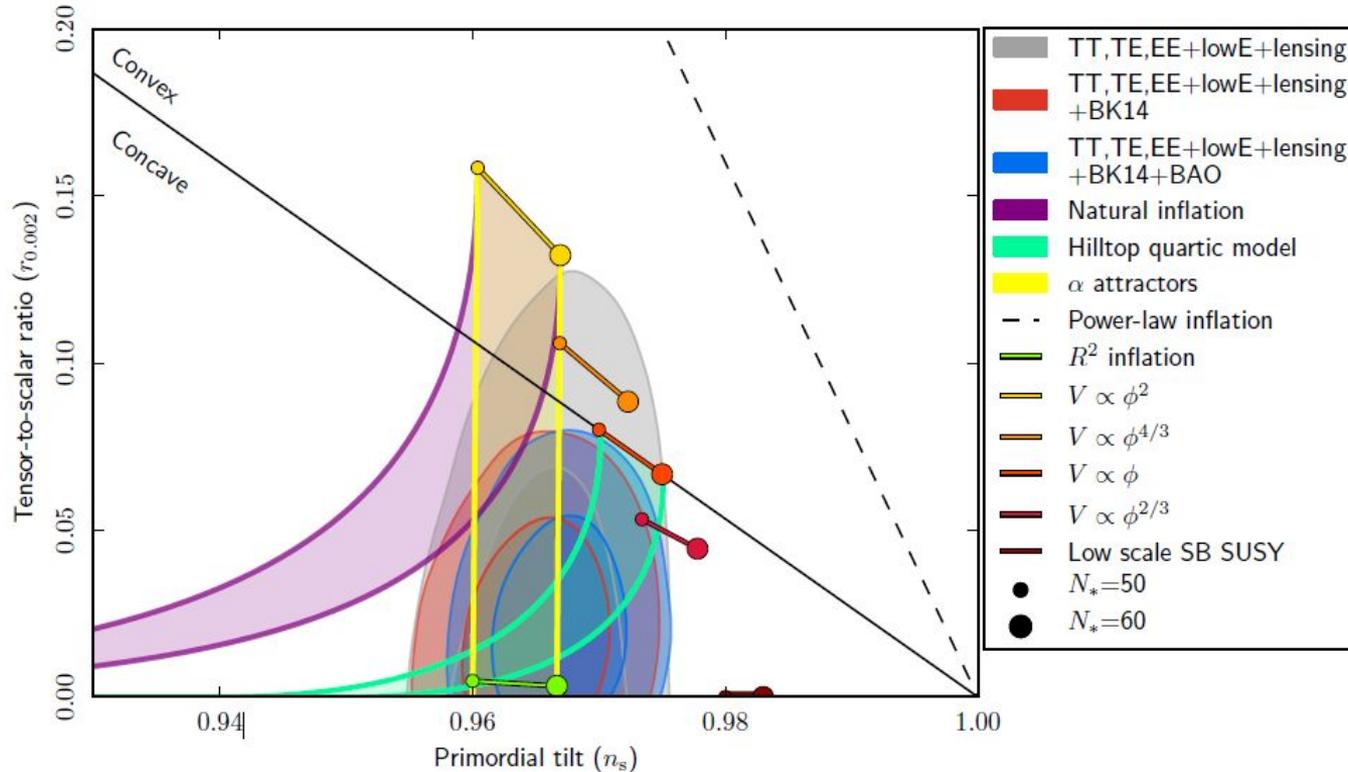
- Amplitude  $A_s = (2.1 \pm 0.1) \times 10^{-9}$
- Índice Espectral  $n_s = 0.9649 \pm 0.0042$
- Razão Tensorial-Escalar  $r < 0.064$
- Parâmetro de não-Linearidade  $f_{NL} = -0.9 \pm 5.1$
- Com isso conseguimos **vincular** modelos de inflação

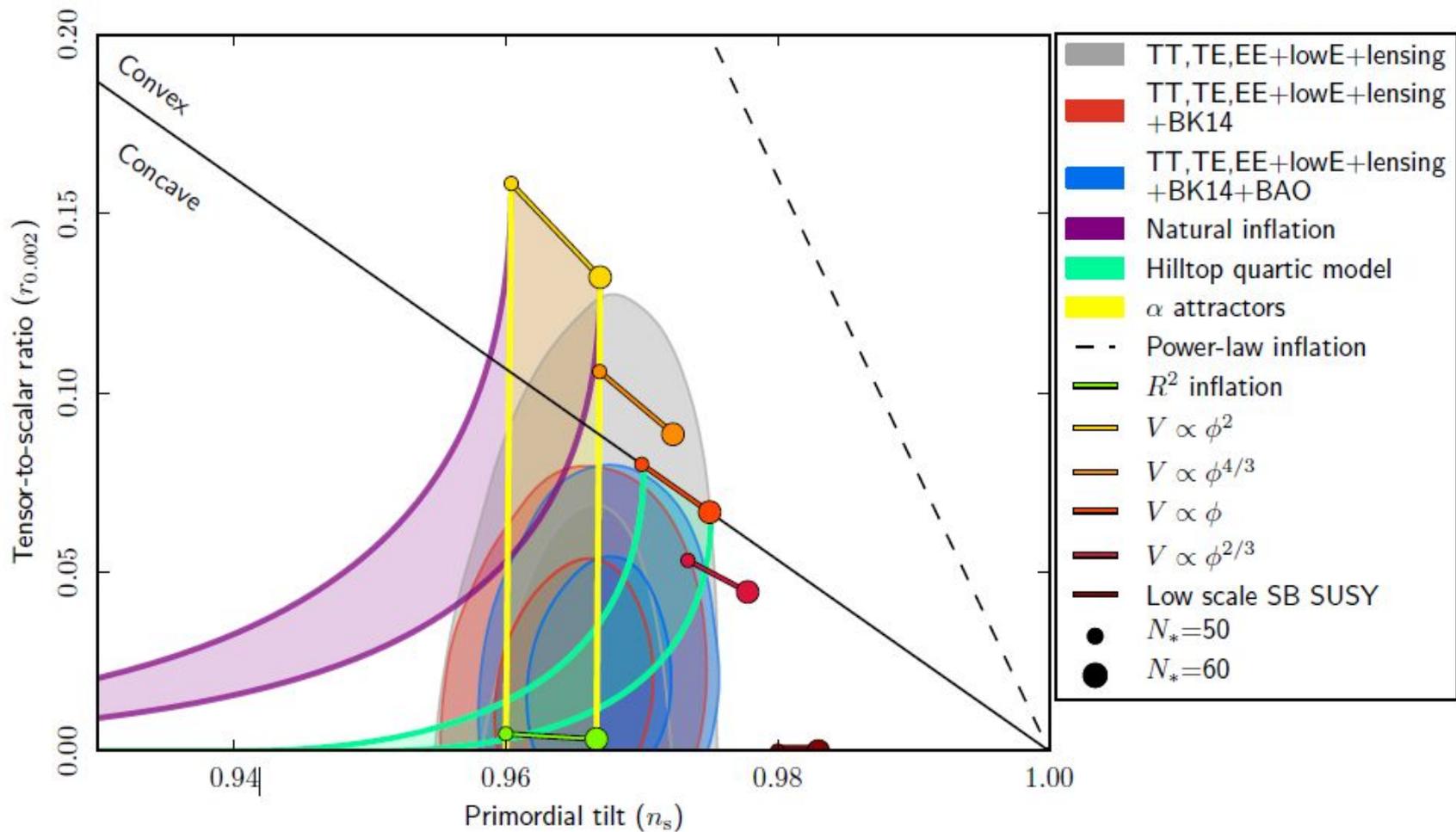
# Novamente: resultados do satélite *Planck*

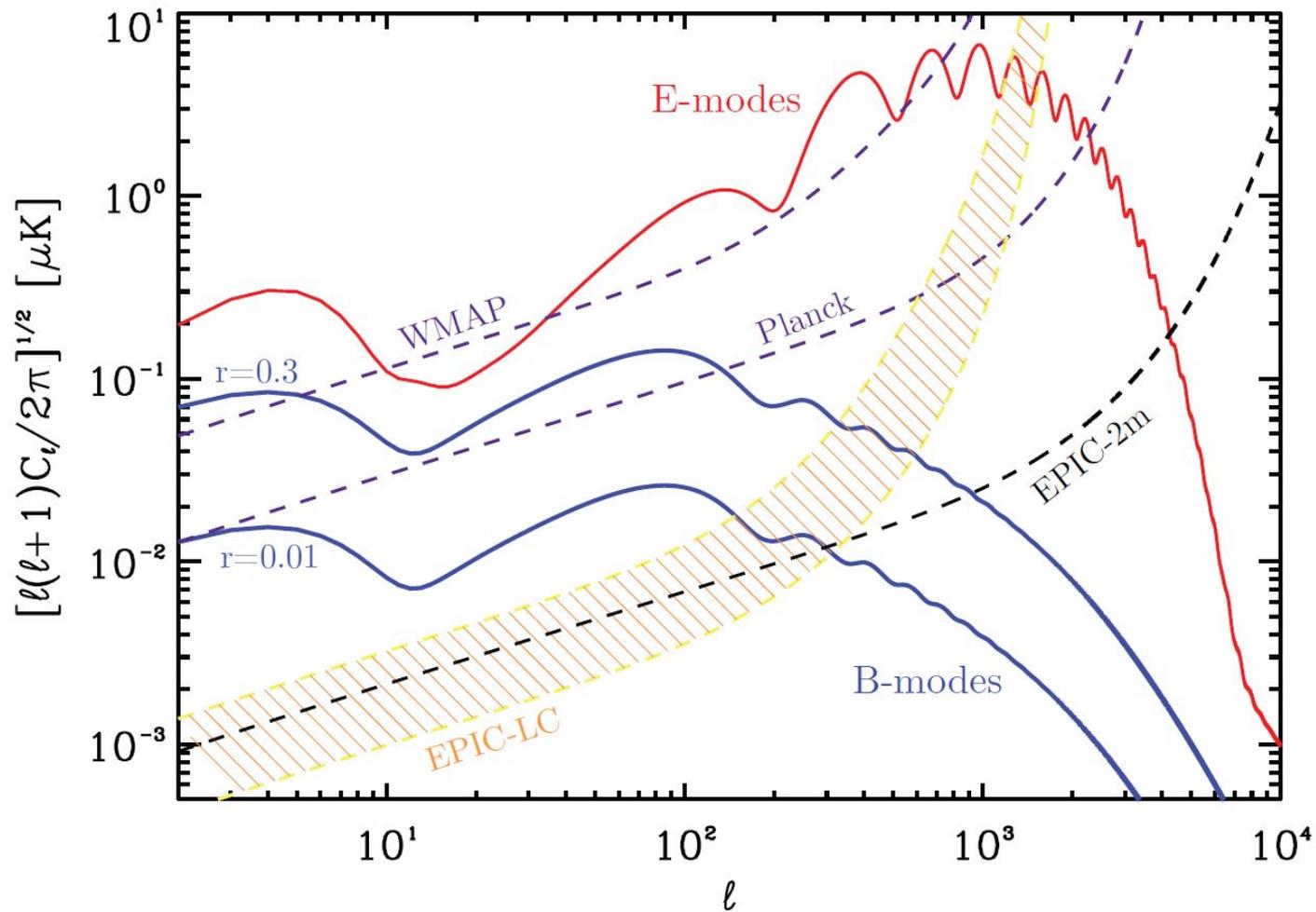
Flutuações  
de  $\Delta T \sim 10^{-5}$



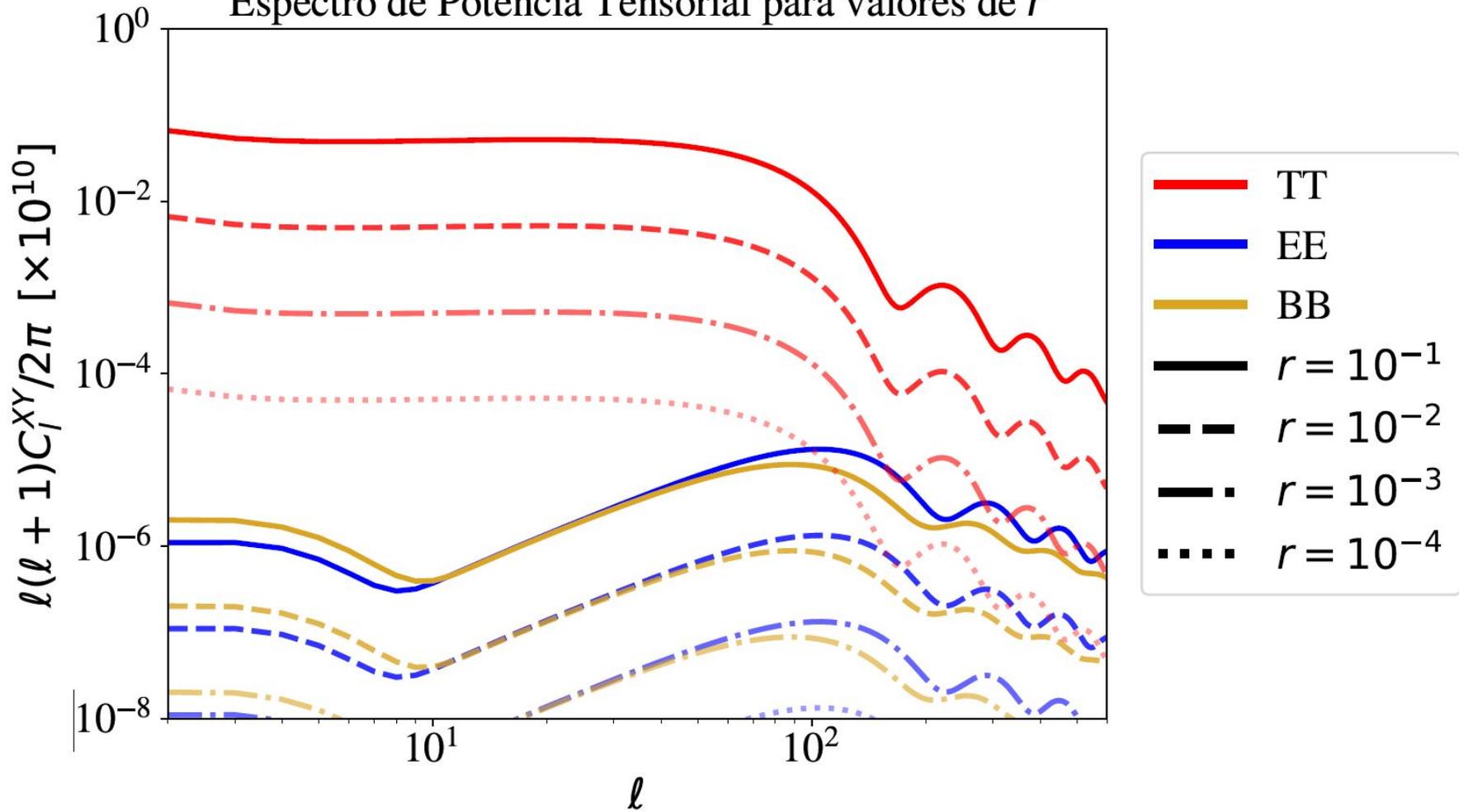
# Comparamos as previsões de diferentes modelos

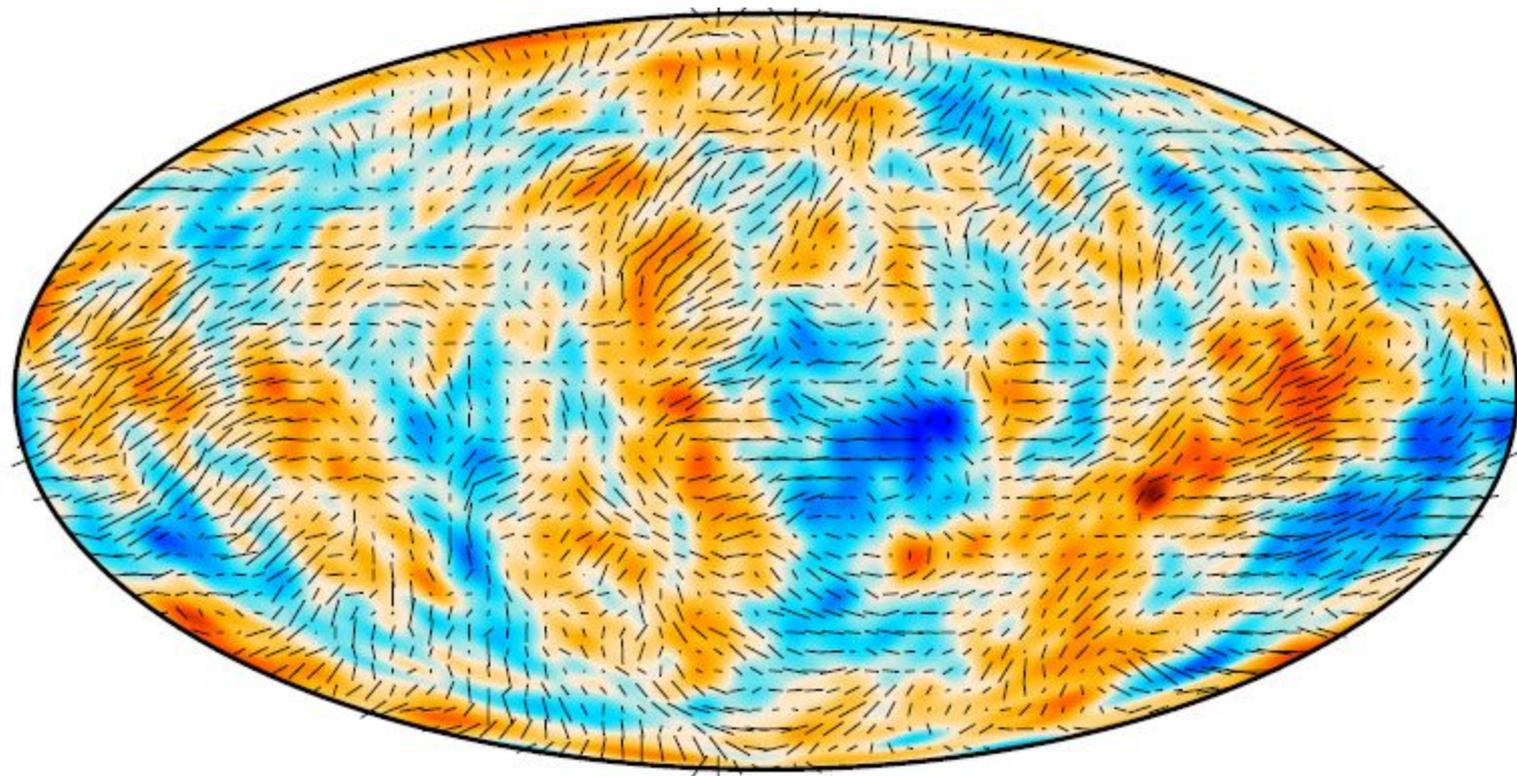






Espectro de Potência Tensorial para valores de  $r$





| 0.41  $\mu\text{K}$

-160



160  $\mu\text{K}$

# Temos outras formas de detectar ondas gravitacionais

- LIGO, Virgo, KAGRA – futuramente, LISA, etc.
- Perspectiva de medição de ondas gravitacionais de modelos menos ortodoxos – multi-field, ultra-slow-roll, etc
- Produção em escalas além-da-CMB
  - Distorções Espectrais
  - Fundo Estocástico

# Isso influencia as perturbações cosmológicas

- Dois campos flutuando! **Perturbações de entropia/isocurvatura**
- Muda previsões, tem fenomenologia mais rica
- Perturbações de curvatura/potenciais gravitacionais mais fortes
  - Produção de **buracos negros primordiais**
  - Produção de **ondas gravitacionais secundárias**
  - Estatística **não-Gaussiana**

# CONCLUSÃO – AULA 1

- **Modelo de Big Bang surge naturalmente da solução de Friedmann**
  - **Universo esfria pro futuro, era mais quente no passado**
- **A CMB foi prevista por adeptos do modelo de Big Bang**
- **Sua existência prova que esse modelo não está certo**
- **Inflação surge como solução dos problemas! Fase *anterior* ao Big Bang!**

# CONCLUSÃO – AULA 1

- **Inflação permite contato causal no passado**
- **Inflação torna o universo extremamente plano**
- **Flutuações no inflaton causam perturbações de curvatura**
- **Existem diferentes tipos de modelo de inflação**
- **O que realmente aconteceu? Precisamos de mais pesquisa e mais observações!**

# AULA #2

- **Revisão**
- **Inflação de Campo Único – SFI**
- **Histórico**
- **Modelos Recentes –  $\alpha$ -atratores**
- ***Ultra-Slow-Roll (USR)***

# REVISÃO

- Big-Bang Quente – modelo primordial antigo
- CMB: reforçou HBB
- CMB: enfraqueceu HBB
- Problema do Horizonte, Planeza, Flutuações
- Solução: expansão acelerada
- Inflação em rolamento lento (slow-roll)

# Até o momento, tratamos da inflação de **campo único**

- Versão mais simples, mínima: **SFI** (*Single Field Inflation*)
- Diferentes extensões são possíveis:
  - Acoplamento não mínimo com a gravitação
  - Vários campos
  - Termos cinéticos não-canônicos
  - Violação do rolamento lento (**USR**, *Ultra slow-roll*)

# TIPOS DE MODELOS INFLACIONÁRIOS

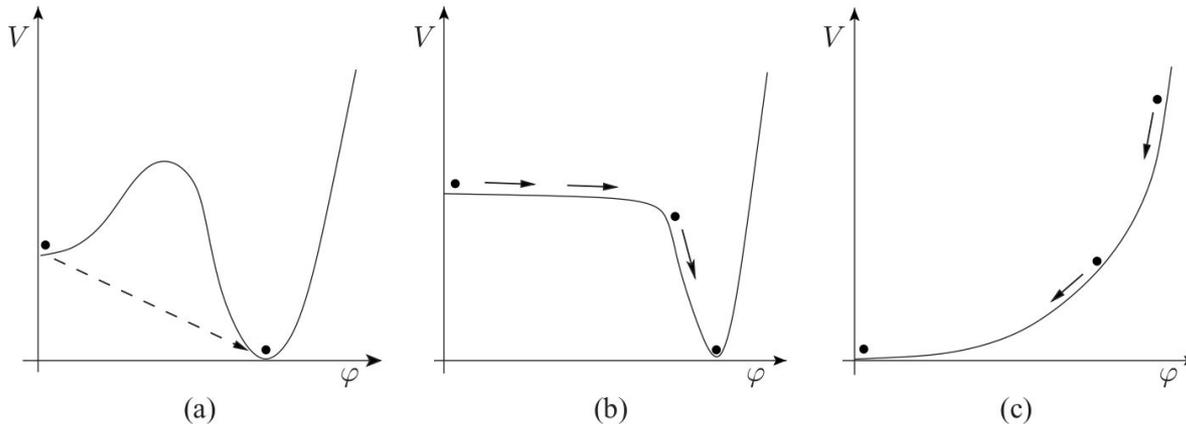
- Podemos separar os modelos inflacionários em alguns tipos
- Ao longo desse seminário: Inflação de Campo Único (SFI)
- Mais campos escalares: Inflação de Vários Campos (MFI)
  - Caso particular: cenário de curvaton
- Ultra-slow-roll: produção de buracos negros primordiais

# Tipos de modelos: inflação de campo único

- Geralmente esses modelos são separados de acordo com **energia**
- Campo forte/inflação caótica
  - Potencial côncavo, geralmente polinomial
  - Grande fricção, início próximo da escala de Planck
- Campo fraco
  - Potencial convexo, pode conter *hilltop*
  - Começo do rolamento em equilíbrio instável

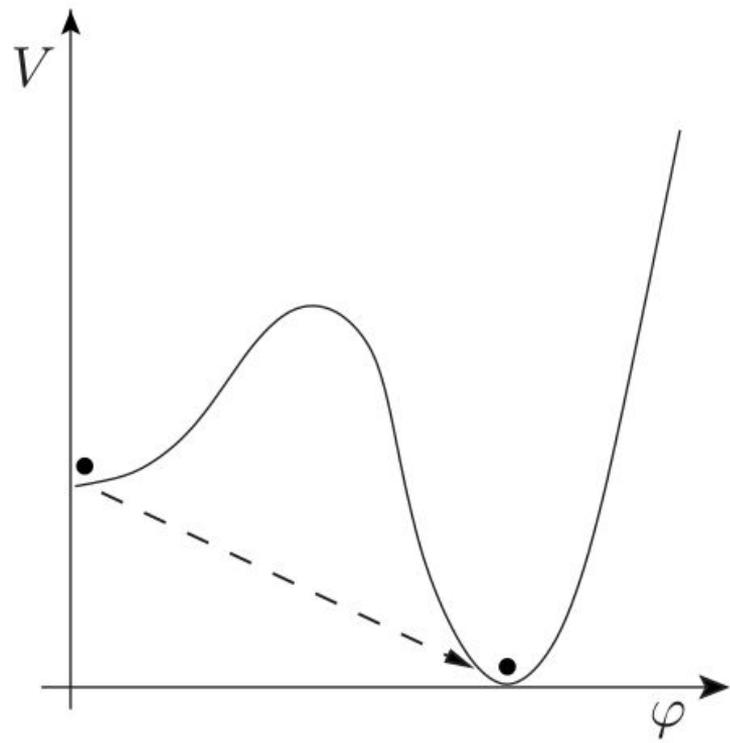
# TIPOS DE POTENCIAL/MODELO 2

- (a) Cenário antigo
- (b) Inflação com potencial Coleman-Weinberg
- (c) Inflação Caótica



# Histórico: Primeiro Cenário – Alan Guth (1980)

- Guth 1980: Inflação após vácuo meta-estável, tunelamento
  - Mínimo → Tunelamento → Vácuo
- Problemas
  - Nucleação de bolhas que não decaem
- Versões “atualizadas”
  - Modelos com domain walls, bubble nucleations
  - Tentam explicar ondas gravitacionais assim



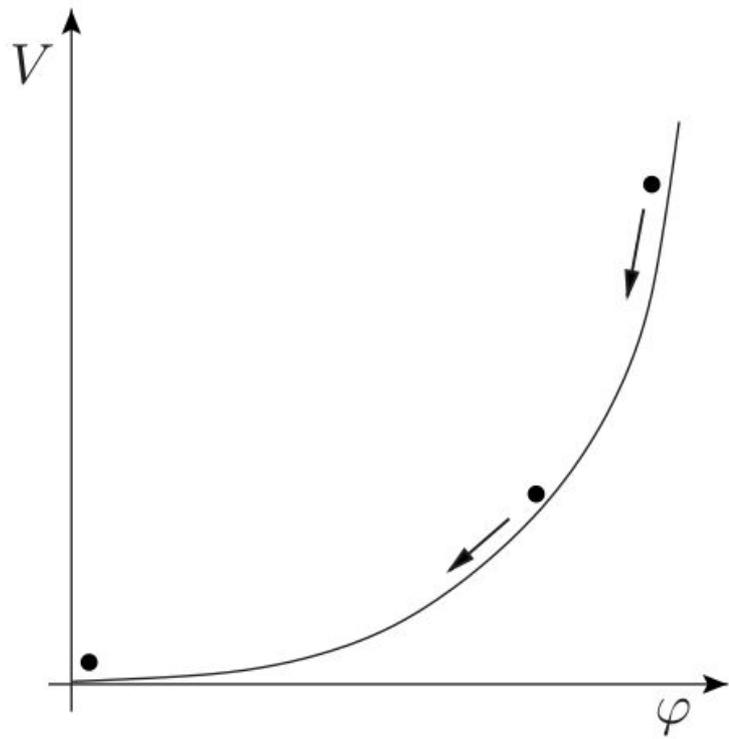
(a)

# Histórico: Cenário “Novo” – Andrei Linde (82/83)

- Linde ‘82: introdução do regime de rolamento lento
- Potencial com valor inicial alto → Fricção alta
  - + Fricção = + Lentidão → Rolamento lento!
- Albrecht & Steinhardt ‘82: também propuseram SR
- Lembrando: na época, queria-se espectro Harrison-Zeldovich
  - $n_s - 1 = 0$  → totalmente independente de escala
  - Precisavam de massa bem grande para isso

# Histórico: Cenário Caótico – Andrei Linde (82/83)

- Desenvolvido por Linde em 83, continuação do Novo Cenário
- Inflaton massivo, alto valor do campo –  $O(10^1) M_{\text{PL}}$
- Potenciais polinomiais
- Caótico: relacionado a condições iniciais na distribuição espacial
  - Quase que arbitrário, vários regimes possíveis
- Difícil conexão com física de partículas devido a alta massa



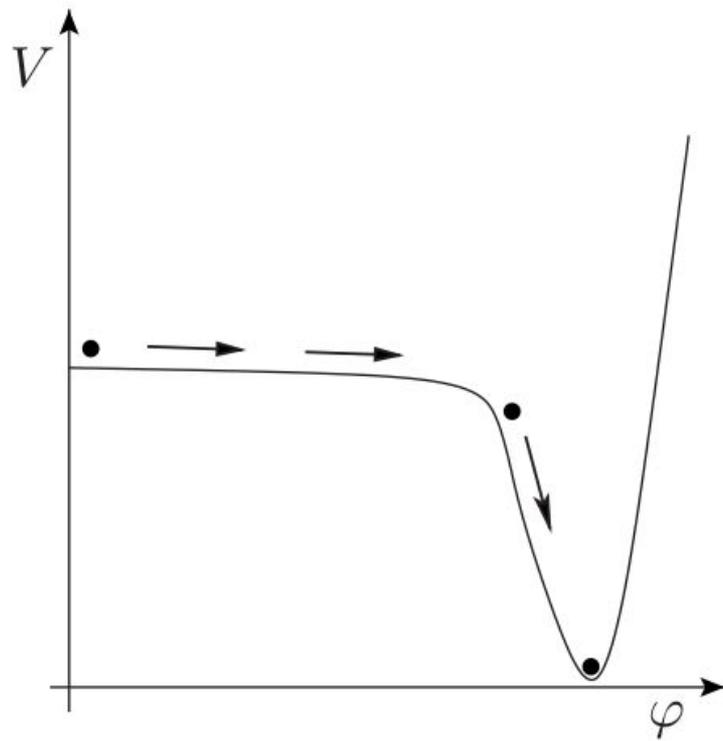
(c)

# O novo cenário inflacionário – Coleman-Weinberg

- Potencial Coleman-Weinberg: primeiro foco do cenário

$$V(\varphi) = V_0 \left[ \left( \frac{\varphi}{\mu} \right)^4 \left( \log \left( \frac{\varphi}{\mu} \right) - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \right]$$

- Flutuações quânticas responsável pelo começo da inflação
  - Cuidado: difusão quântica não pode superar velocidade
- Similar aos cenários de hilltop construídos posteriormente
  - Modelos de Hilltop são favorecidos pelos dados!



(b)

## Mão na massa: inflação caótica $V(\varphi) = m^2\varphi^2$

- Potencial caótico mais simples, termo de massa mais padrão
- Lembrando: valores bem altos para valores iniciais
- Podemos calcular os PSR do potencial

$$\epsilon_V = \eta_V = \frac{1}{2N}$$

- Onde já usamos o número de e-folds que será  $\sim 60$

# Usamos a relação entre PSR e os observáveis

- O índice espectral tem valor dentro dos limites do Planck

$$n_s \approx 1 - \frac{2}{N} \approx 0.96$$

- Mas a razão  $r$  está fora, modelo prevê muita perturbação tensorial

$$r = \frac{8}{N} \approx 0.1$$

- Modelos excluídos pelo Planck (como SFI)

# Exemplo: Inflação de Starobinsky

- Na verdade, foi o 1º modelo inflacionário: Andrei Starobinsky, 1980
- Modelo de  $f(R)$ : gravitação modificada

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int dx^4 \sqrt{-g} \left( R + \frac{R^2}{6M^2} \right)$$

- Idealizado para resolver singularidade utilizando de Sitter

## Exemplo: Inflação de Starobinsky

- Podemos re-expressar o modelo no **Referencial de Einstein**
- Campo Escalar minimamente acoplado à gravidade

$$V(\varphi) = \frac{3M^2}{4(8\pi G)^2} \left( 1 - e^{-8\pi G \sqrt{2/3}\varphi} \right)^2$$

- Potencial tipo plateau – esperado ter baixa produção de GW

# EXEMPLO: INFLAÇÃO DE STAROBINSKY

- Índice Espectral e Razão Tensorial-Escalar

$$n_s \approx 1 - \frac{2}{N} \approx 0.96$$

$$r = \frac{12}{N^2} \approx 0.0033$$

- Dependência com e-folds diferente da inflação caótica para  $r$
- Razão tensorial-escalar é suprimida com  $N^2$

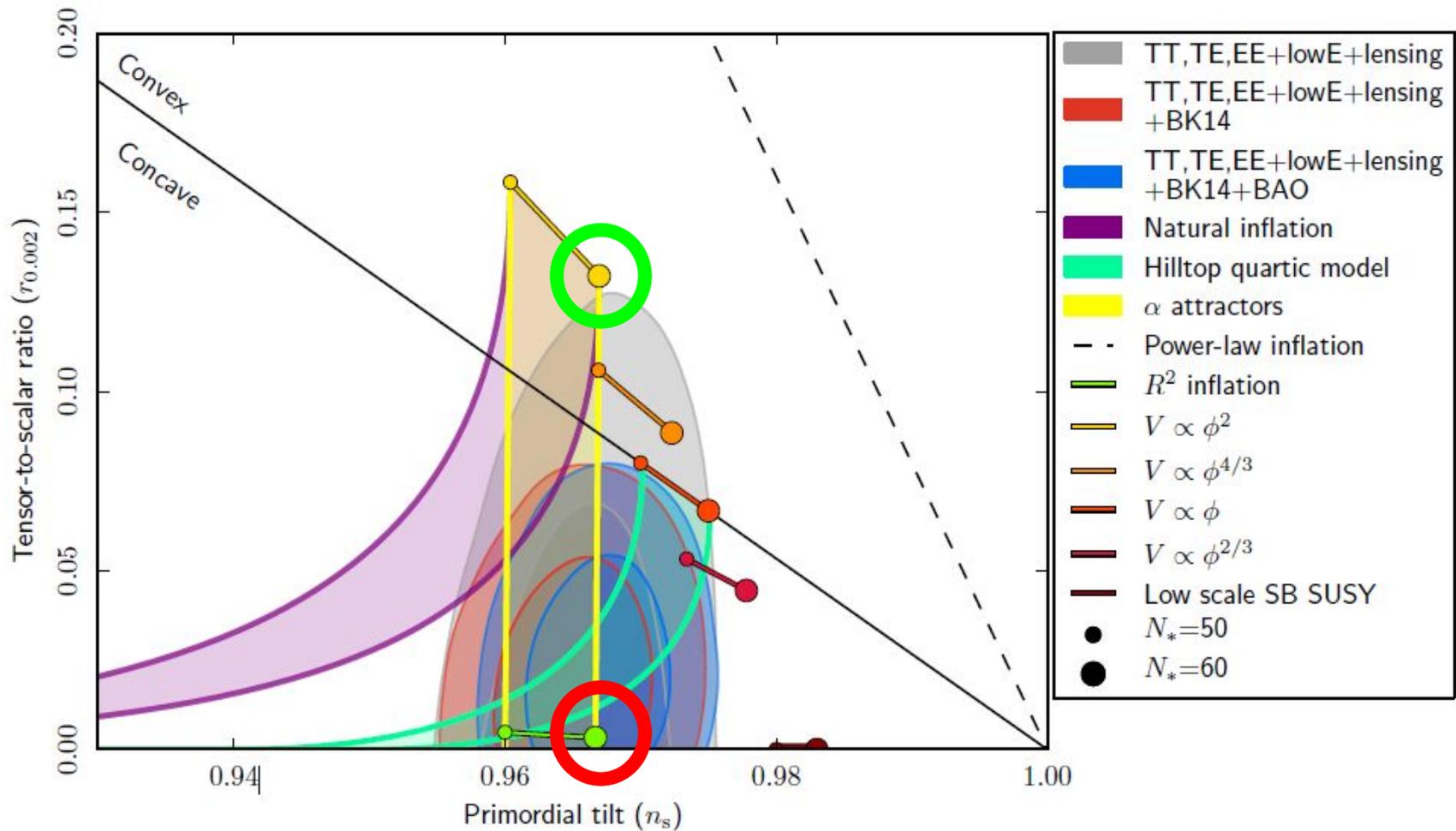
# EXEMPLO: INFLAÇÃO DE STAROBINSKY

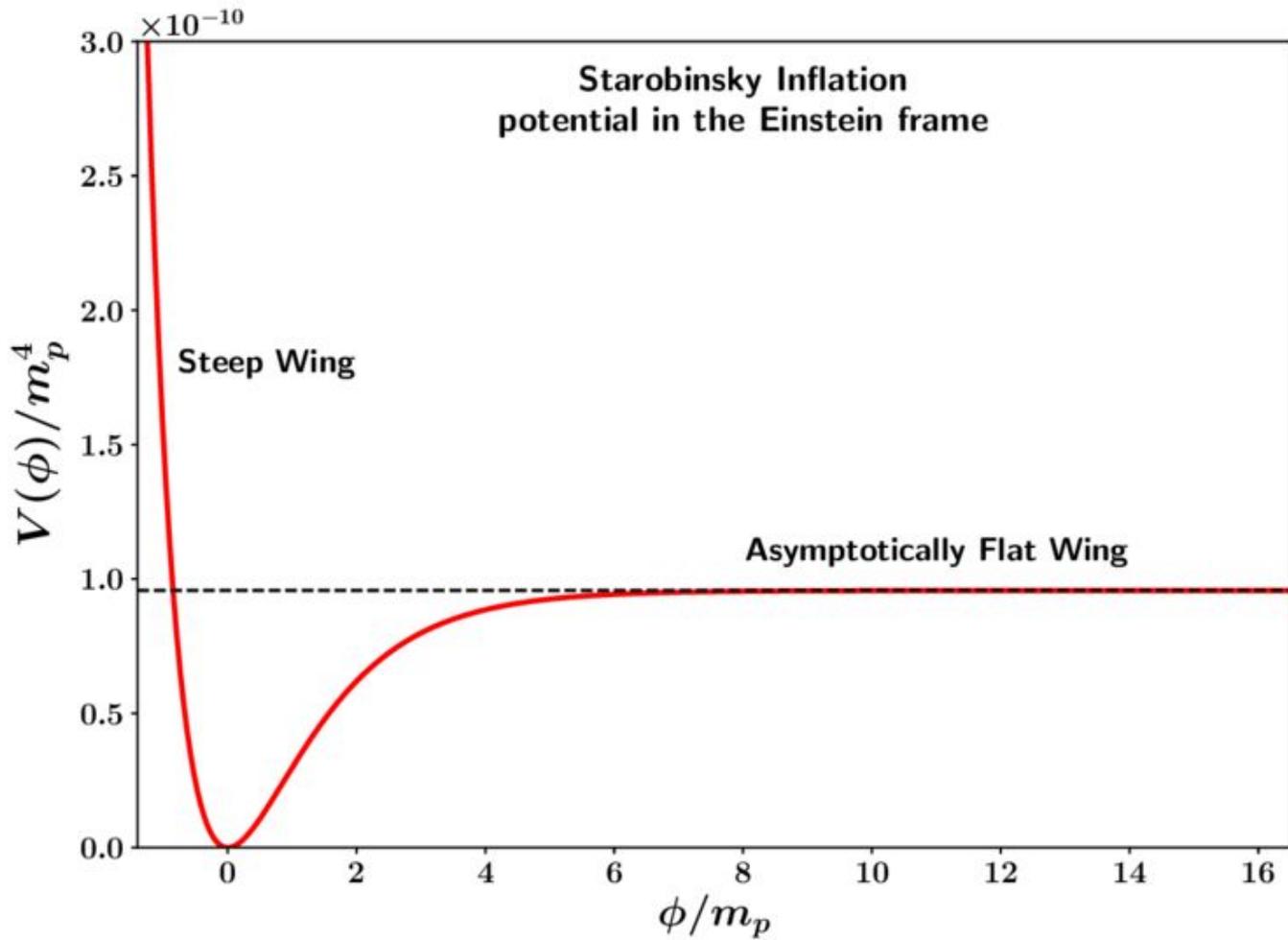
- Grandezas obtidas da dinâmica de fundo do fator de escala

$$a(t) = a_0 (t_s - t)^{1/2} \exp \left[ -\frac{M^2}{12} (t_s - t)^2 \right]$$

- Parâmetros de slow-roll pelo parâmetro de Hubble

$$H_S = \frac{-3 + M^2 (t_s - t)^2}{6 (t_s - t)}$$





# USR em SFI – o que é?

- Velocidade do campo **muito** pequena – por isso **ultra slow**
- Por quê? **Potencial bem flat** – nova aproximação para EdM:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} \simeq 0$$

- Primeiro param. slow-roll  $\epsilon_H$  reduz drasticamente –  $10^{-8\sim-9}$
- Segundo para. slow-roll:  $\eta_H \sim 3$  define USR
- Inflação (em SR) **termina** para o USR começar

# USR em SFI – Motivação

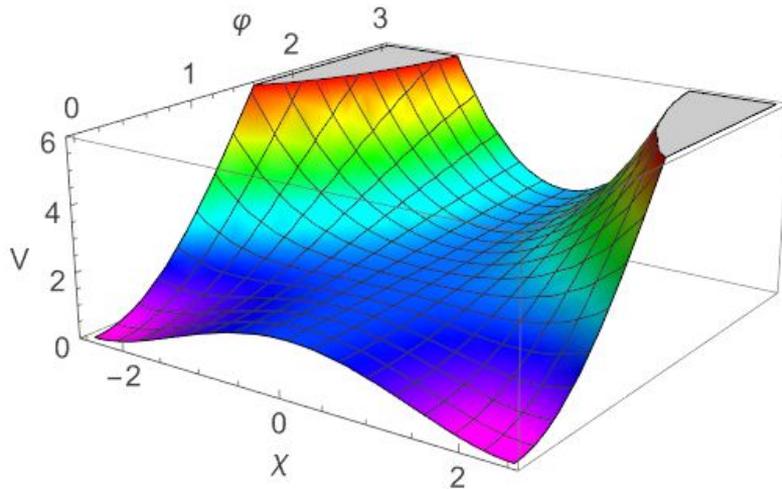
- Motivação: produção de Buracos Negros Primordiais (PBHs)
- Amplificação de perturbações:  $\epsilon_H$  (ainda) menor

$$\mathcal{P}_\zeta \propto \epsilon_H^{-1}$$

- Perturbações de ordem  $10^{-3}$  ou maiores  $\rightarrow$  PBHs
  - Colapso após re-entrada!
  - GW's secundárias

# Tipos de modelos: inflação de vários campos

- Presença de **dois ou mais** campos que controlam o universo
- Rolamento lento em duas (ou mais) direções!



- 1 direção: regime de (quase) campo único
- 2+ direções: regime de multi-campos

# Não é só a fenomenologia que fortalece MFI

- Motivação teórica:
  - Conjectura de Swampland: de Sitter com apenas um campo
  - Escala de Grande Unificação
- Pistas de observações?
  - Anomalias Estatísticas da CMB
  - NANOGrav

# Existem vários tipos de MFI

- Curvaton: 1 campo para o fundo, 1 para perturbações
  - [Guimarães, Falciano '21]: reconstrução a partir de  $f_{NL}$
- Várias épocas de inflação: um período para cada campo
- Campos Complexos: radial- & angular-inflation, Quasi-single-field
- Espaço dos campos curvo: termos cinéticos não-canônicos
  - **Há bastante interesse nessa classe de modelos**

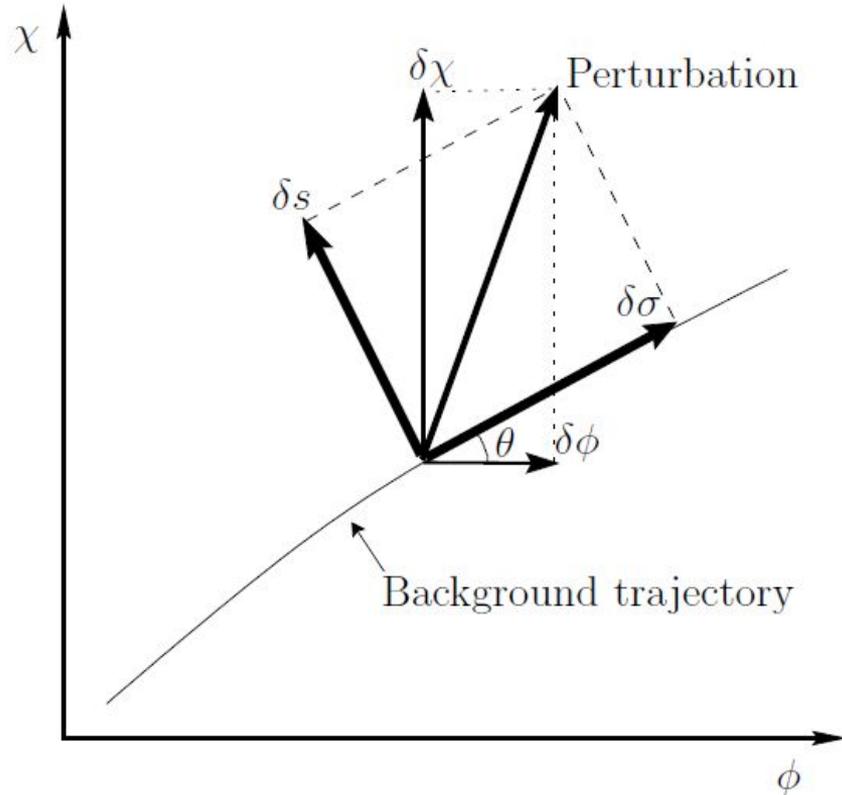
# Principal efeito de MFI: perturbações de entropia

- 2 ou mais campos = produção de perturbações de isocurvatura
- Curvaton: isocurvatura em curvatura **após** inflação
- Outros modelos: perturbações de curvatura crescem por mixing:

$$\dot{\zeta} \approx 2\eta_{\perp} \frac{H^2}{\dot{\sigma}} Q_s$$

- O parâmetro  $\eta_{\perp}$ : como a trajetória **dobra** no espaço dos campos
  - Outra visão: aceleração radial

# Perturbações Adiabáticas e de Entropia



- Inflaton  $\varphi$ : curvatura
- Secundário  $\chi$ : entropia
- $\eta_{\perp} \Leftrightarrow$  variação de  $\theta$
- Acoplamento/Amplificação requer que **dobra** da trajetória
- Aceleração radial do campo, velocidade angular da trajetória

## As perturbações: acoplamento

- Em MFI há mixing das perturbações de curvatura e isocurvatura

$$f_{\text{acop } \sigma} = \partial_t (2H\eta_{\perp} Q_s) - \left( \frac{\dot{H}}{H} + \frac{U_{,\sigma}}{\dot{\sigma}} \right) 2H\eta_{\perp} Q_s$$

$$f_{\text{acop } s} = -2\dot{\sigma}\eta_{\perp}\dot{\zeta}$$

- A dobra da trajetória é necessária para o mixing!

# O cenário de Curvaton

- Ingredientes: inflaton + curvaton
  - Inflaton é responsável pelo fundo cosmológico: inflação
  - Curvaton é responsável pelas **perturbações de curvatura**
- Motivação: **salva** vários modelos de inflação em SFI
  - Razão tensorial-escalar **extremamente baixa**
  - Certa similaridade com modelos de ricochete

# Dinâmica do modelo de Curvaton

- Inflação em SR ocorre normalmente
- Curvaton é praticamente campo espectador, rola lento também

$$3H\dot{\sigma} + m_{\sigma}^2\sigma + V_{,\sigma}^{\text{SI}}(\sigma) \approx 0$$

- Depois ele oscila e decai, tal como inflaton
- Decaimento é como as perturbações mudam de natureza

$$\ddot{\sigma} + 3H\dot{\sigma} + m_{\sigma}^2\sigma \approx 0$$

# Produção das Perturbações de Curvatura

- Perturbação proporcional às flutuações do curvaton

$$\zeta \sim r_{\text{dec}} \delta \quad r_{\text{dec}} = \left. \frac{3\rho_\sigma}{3\rho_\sigma + 4\rho_\gamma} \right|_{\text{dec}}$$

- Mecanismo entrópico: isocurvatura em curvatura pós-inflação
- Transferência através de equilíbrio térmico entre fótons e curvaton

# Previsões do modelo de Curvaton

- Amplitude: proporcional ao curvaton

$$\mathcal{P}_\zeta = \frac{r_{\text{dec}}^2}{16} \frac{H_k^2}{\pi^2 \sigma_k^2}$$

- Equação para as perturbações: inflação + massa

$$\delta\sigma_{\mathbf{k}}'' + \left[ k^2 - \frac{a''}{a} + V_{\sigma\sigma} a^2(\eta) \right] \delta\sigma_{\mathbf{k}} = 0$$

# Previsões do modelo de Curvaton

- As perturbações de 1ª ordem seguem o regime inflacionário
  - Fundo cosmológico dita as perturbações

$$n_s - 1 \approx -2\epsilon_H + 2\eta_\sigma \approx 2\frac{\dot{H}_k^2}{H_k^2} + 2\frac{V_{,\sigma\sigma}}{3H_k^2}$$

- Ondas Gravitacionais: valor pequeno “por definição”

$$r = 16\epsilon_H \frac{\mathcal{P}_\varphi}{\mathcal{P}_\zeta} \approx 0$$

# Outras previsões do modelo

- Cenário de curvaton auto-interagente: **não-Gaussianidades**
  - Dependência do parâmetro  $f_{\text{NL}}$  com evolução do curvaton

$$f_{\text{NL}} = \frac{5}{4} \frac{f_{\text{osc}}}{r_{\text{dec}}} - \frac{5}{3} - \frac{5}{6} r_{\text{dec}}$$

- Menor  $r_{\text{dec}}$ , maior  $f_{\text{NL}}$

$$f_{\text{osc}} \equiv 1 + \frac{\sigma_{\text{osc}} \sigma_{\text{osc}}''}{\sigma_{\text{osc}}'^2}$$

# Modificação de MFI: termo cinético não-canônico

- Termos cinéticos NC misturam os campos (perturbações também)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{2} \mathcal{G}_{IJ}(\phi^K) \partial_\mu \phi^I \partial^\mu \phi^J - U(\phi^K) \right]$$

- Situação: vamos **além** da topografia dos campos
- Analogia: campo gravitacional muda com as direções/tempo
  - Campos escalares evoluindo mais devagar/rápido

# Por que usar espaço dos campos curvo?

- Situação natural para alguns modelos
- Literatura: Hyperinflation,  $\alpha$ -attractors, side-tracked inflation
- Mudam velocidades: aumento no *turning*/dobra
- **Dobra rápida:** param.  $\eta_{\perp}$  grande  $\Leftrightarrow$  perturbações e mixing grandes

## E se a dobra for *muito* grande?

- Termo de massa da perturbação negativo! Instabilidade transiente

$$\frac{m_s^2}{H^2} = \frac{U_{,ss}}{H^2} + \epsilon_H \mathcal{R}_{fs} - \eta_{\perp}^2$$

- Suficiente para perturbações crescerem ordens de grandeza
- Se cresce o bastante, leva em PBHs e GWs secundárias
- Quando a massa fica positiva, modos de entropia decaem

## Exemplo: Hyperinflation

- Motivação: curvatura negativa bem proeminente

$$ds^2 = d\phi^2 + L^2 \sinh^2(\phi/L) d\theta^2$$

- Turning forte implica em massa entropica negativa

$$\eta_{\perp}^2 \simeq h^2, \quad m_s^2 \simeq -2H^2 h^2$$

- Espectro de potência cresce drasticamente para certas escalas
- Não-Gaussianidade grande também – Configuração *Flattened*

# CONCLUSÃO

- Diversos modelos foram criados ao longo das décadas
- Guth: motivação em resfriamento do universo + campo
- Linde: inflação caótica
  - Simples, mas produz muita GW
- Starobinsky: gravitação modificada, 1ª modelo
  - Melhor concordância com os dados

# CONCLUSÃO

- Existem muitos modelos alternativos e menos ortodoxos
- Alpha-attractors: supergravidade, satisfaz o Planck facilmente
- USR: modificação do regime de SR
  - Produção de buracos negros primordiais. DM?
- Inflação natural, híbrida, SUSY, etc. etc.
  - Referência: *Encyclopædia Inflationaris* - Martin et al.

# CONCLUSÃO

- MFI representa maior parte de modelos atuais
- Motivações físicas + Fenomenologia rica
- Perturbações de isocurvatura + Mecanismo entrópico
- Curvaton: salva modelos de inflação
- CFS: fenomenologia ainda mais interessante
- NG, GW's e PBH's

# Agradecimentos

