GRAVITAÇÃO NEWTONIANA À G VARIÁVEL

Felipe dos Santos Escórcio

Inverno Astrofísico 2022
Pousada Vista Verde, Domingo Martins - ES

Cosmo-ufes

GRAVITAÇÃO NEWTONIANA À G VARIÁVEL

Orientador: Júnior Diniz Toniato

Professor permanente no Departamento de Química e Física, da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), no Campus de Alegre. Editor responsável pela revista Cadernos de Astronomia (ISSN: 2675-4754). Doutor em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), tendo recebido o prêmio pela melhor tese de doutorado defendida naquela instituição no ano de 2014. Possui Graduação (2008) e Mestrado (2010) em Física pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Atuou como pós-doutorando no CBPF (2014-2016) e como Professor Substituto no Dep. Química e Física da UFES/Alegre (2017/2-2018/2). Tem experiência na área de Gravitação e Cosmologia, atuando principalmente nos seguintes temas: teorias alternativas da gravitação, análise pós-Newtoniana, vínculos observacionais de teorias da gravitação, ondas gravitacionais, métricas efetivas e modelos análogos.

FAPEMIG

CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

PROPP Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação UFOP

UFOP Universidade Federal de Ouro Preto

UFES UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

OBJETIVOS DO PROJETO

Estudo do modelo gravitacional newtoniano

- Cálculo de elementos orbitais
- Análise dos limites da gravitação newtoniana

Modelagem de uma teoria alternativa da gravitação

- Estabelecer o potencial gravitacional
- Definir uma variável dependente de um campo escalar
- Utilização de dados observacionais para vínculo dos parâmetros livres

Motivações da Pesquisa

Reanalise dos calculos contidos em artigos voltados para a resolução da força gravitacional à G variavel.

Newtonian-like gravity with variable G

Júlio C. Fabris,[1,2,*] Tales Gomes,[1,†] Júnior D. Toniato,[3,‡] and Hermano Velten[3,§]

[1] *Núcleo Cosmo-ufes & Departamento de Física, Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) Av. Fernando Ferrari, 540, CEP 29.075-910, Vitória, ES, Brazil.*

[2] *National Research Nuclear University MEPhI, Kashirskoe sh. 31, Moscow 115409, Russia*

[3] *Departamento de Física, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Campus Universitário Morro do Cruzeiro, 35.400-000, Ouro Preto, Brazil*

(Dated: January 20, 2021)

We propose a Lagrangian formulation for a varying G Newtonian-like theory inspired by the Brans-Dicke gravity. Rather than imposing an *ad hoc* dependence for the gravitational coupling, as previously done in the literature, in our proposal the running of G emerges naturally from the internal dynamical structure of the theory. We explore the features of the resulting gravitational field for static and spherically symmetric mass distributions as well as within the cosmological framework.

Processo Metodológico

Neste projeto analisamos as consequências observacionais implicadas por uma teoria gravitacional newtoniana modificada descrita pela lagrangiana abaixo:

$$\mathcal{L} = \frac{\nabla\psi \cdot \nabla\psi}{8\pi G_0} - \frac{\omega}{8\pi G_0}\left(\psi\frac{\dot{\sigma}^2}{\sigma^2} - c^4\nabla\sigma \cdot \nabla\sigma\right) + \rho\sigma\psi,$$

Lagrangiana à G variavel

$$\mathcal{L} = \frac{\nabla\psi \cdot \nabla\psi}{8\pi G} + \rho\psi.$$

Lagrangiana clássica

$$U_{ef} = \sigma\psi.$$

Para obtermos as equações dinâmicas dos campos σ e ψ recorremos ao cálculo variacional, com o qual aplicamos as equações de Euler-Lagrange.

$$\nabla \cdot \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\nabla\psi} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = 0,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\sigma}} + \nabla \cdot \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\nabla\sigma} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\sigma} = 0.$$

$$\nabla^2\psi + \frac{\omega}{2}\left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma}\right)^2 = 4\pi G_0\sigma\rho,$$

$$\nabla^2\sigma - \frac{1}{c^4\sigma^2}\frac{d}{dt}(\psi\dot{\sigma}) = \frac{4\pi G_0\psi\rho}{c^4\omega}.$$

Processo Metodológico

Para quantificar as relações iremos analisar o caso de uma distribuição esférica e estática de massa e consequentemente o campo gravitacional produzido na região exterior.

$$\frac{d\sigma}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{\sigma} = 0,$$

Com isso, as equações dinâmicas assumem uma forma mais simples:

$$\nabla^2\psi + \frac{\omega}{2}\left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma}\right)^2 = 4\pi G_0 \sigma \rho \quad \rightarrow \quad \nabla^2\psi = 4\pi G \rho \sigma,$$

$$\nabla^2\sigma - \frac{1}{c^4\sigma^2}\frac{d}{dt}(\psi\dot{\sigma}) = \frac{4\pi G_0 \psi \rho}{c^4\omega} \quad \rightarrow \quad c^4\nabla^2\sigma = \frac{4\pi G_0 \rho \psi}{\omega}.$$

Se considerarmos,

$$\tilde{\sigma} = c^2\sqrt{\omega}\sigma,$$

As equações vão assumir um formato mais simétrico:

$$\nabla^2\psi = \frac{4\pi G \rho \tilde{\sigma}}{c^2\sqrt{\omega}},$$

$$\nabla^2\tilde{\sigma} = \frac{4\pi G_0 \rho \psi}{c^2\sqrt{\omega}}.$$

São equações de campo e satisfazem as equações de Laplace.

Processo Metodológico

As soluções da equação de Laplace para os dois campos descritos serão:

$$\psi_e = A + \frac{B}{r} \quad \& \quad \sigma_e = C + \frac{D}{r}, \longrightarrow U_{ef} = \sigma\psi.$$

Após substituição, obtemos:

$$U_{ef} = AC + \frac{AB + BC}{r} + \frac{BD}{r^2}.$$

Por meio do potencial efetivo acima torna-se possível descrevermos a força gravitacional na teoria à G variável.

Processo Metodológico

O vetor campo gravitacional *g* pode ser definido pelo gradiente do potencial gravitacional onde a força gravitacional pode ser estabelecida como

$$\boldsymbol{F} = -m\boldsymbol{\nabla}(U_{ef}),$$

o que acaba implicando uma nova equação para a força gravitacional definida por meio do gradiente

$$\boldsymbol{\nabla}(U_{eff}) = -\left(\frac{AD + BC}{r^2} + \frac{2BD}{r^3}\right)\boldsymbol{e_r}.$$

Define-se A = 0, B = GM e C = 1, a fim de produzirmos uma teoria dentro de um certo regime de aproximação.

$$\boldsymbol{\nabla}(U_{eff}) = -\left(\frac{GM}{r^2} + 2D\,\frac{G_0M}{r^3}\right)\boldsymbol{e_r}.$$

O que nos leva até

$$D = \frac{GM}{c^2\sqrt{\omega}}.$$

Portanto, a força gravitacional à G variável pode ser expressa como

$$\boldsymbol{F} = m\left[-\frac{GM}{r^2} \pm \frac{2G^2M^2}{c^2\sqrt{\omega}}\frac{1}{r^3}\right]\boldsymbol{e_r}.$$

Processo Metodológico

Para calcular as variações seculares dos parâmetros keplerianos de Mercúrio utilizamos o método das órbitas osculantes, onde a partícula teste pode ser interpretada como se movesse em uma elipse, enquanto que os parâmetros orbitais são descritos como funções que variam no tempo devido à força perturbativa.

$$R = -\frac{2}{\sqrt{\omega}}\frac{G^2M^2}{c^2r^3}, \quad S = 0, \quad W = 0.$$

Por conta disso apenas a excentricidade e o argumento do periélio sofrerão variações a saber

$$\frac{dw}{df} = -\frac{a^2(1-e^2)^2}{eGM}\frac{\cos f}{(1+e\cos f)^2}R,$$

$$\frac{de}{df} = \frac{a^2(1-e^2)^2}{GM}\frac{\operatorname{sen} f}{(1+e\cos f)^2}R.$$

$$\Delta w = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega}}\frac{GM}{c^2a(1-e^2)},$$

$$\Delta e = 0.$$

$$\Delta w_{RG} = 6\pi\frac{GM}{c^2a(1-e^2)},$$

Resolução relativistica

Resultados

A evolução do periélio de Mercúrio pode ser usada para obter restrições observacionais que defina o parâmetro livre ω. Para isso, utilizamos a força definida pela lagrangiana a G variável e estendemos a sua aplicabilidade através do método das órbitas osculantes.

- Periélio de Mercúrio:

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{\mathrm{sec}} = (42.9799 \pm 0.0009)''/\text{século}. \qquad \omega = 0.111080 \pm 0.000005.$$

- Perigeu satélite LAGEOS II:

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{\mathrm{sec}} = (3.351 \pm 0.007)''/\text{ano}. \qquad \omega = 0.1111 \pm 0.0005.$$

Resultados

A evolução do periélio de Mercúrio pode ser usada para obter restrições observacionais que defina o parâmetro livre ω. Para isso, utilizamos a força definida pela lagrangiana a G variável e estendemos a sua aplicabilidade através do método das órbitas osculantes.

- Periélio de Mercúrio:

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{\text{sec}} = (42.9799 \pm 0.0009)''/\text{século}. \qquad \omega = 0.111080 \pm 0.000005.$$

- Periélio Sgr A*:

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{\text{sec}} = (50 \pm 9)''/\text{ano}. \qquad \omega = 0.09 \pm 0.03.$$

Conclusões

Nota-se que a utilização de dados observacionais de três sistemas orbitais distintos são satisfatoriamente consistentes uma vez que estabelece um um valor de $\omega = 0{,}111$, sendo este o parâmetro livre da teoria aqui trabalhada.

- Revisão da literatura sobre, formalismo lagrangiano, gravitação newtoniana e estudos de órbitas keplerianas sujeitas a forças perturbativas.
- Análise de uma teoria gravitacional newtoniana a G variável, quando o acoplamento gravitacional deixa de ser uma constante e passa a ser uma função dependente das coordenadas.

Algumas perspectivas ...

Considerando corpos extensos e a hidrodinâmica gravitacional para estudarmos a estabilidade de estrelas. Uma vez identificada a lei de força gravitacional, as equações de Euler para um fluido auto-gravitante são diretamente obtidas e podem ser exploradas numericamente para casos de fluidos politrópicos, que descrevem bem, por exemplo, estrelas anãs brancas.

Agradecimentos

FAPEMIG

CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

PROPP
Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação UFOP

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

UFES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Cosmo-ufes

Referências

[1] THORTON, S. T.; MARION, J. B. *Dinâmica clássica de partículas e sistemas.* São Paulo: Cengage Learning, 2011.

[2] RODRIGUES, D. C.; HERNÁNDEZ-ARBOLEDA, A. Rotação de galáxias e matéria escura. *Cadernos de Astronomia*, v. 2, n. 1, p. 6–6, 2021.

[3] POISSON, E.; WILL, C. M. *Gravity: Newtonian, post-newtonian, relativistic.* Cambridge: Cambridge University Press, 2014.

[4] FABRIS, J. C.; TONIATO, J. D.; VELTEN, H. *Gravitação.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021.

[5] FABRIS, J. C.; GOMES, T.; TONIATO, J. D.; VELTEN, H. Newtonian-like gravity with variable g. *Eur. Phys. J. Plus*, v. 136, n. 2, p. 143, 2021.

[6] PARK, R. S.; FOLKNER, W. M.; KONOPLIV, A. S.; WILLIAMS, J. G.; SMITH, D. E.; ZUBER, M. T. Precession of mercury's perihelion from ranging to the MESSENGER Spacecraft. *The Astronomical Journal*, v. 153, n. 3, p. 121, feb 2017.