

Modelos para o Potencial Gravitacional de Discos Galácticos

Thalita Sartori Benincá

Orientador: Júlio C. Fabris

Inverno Astrofísico 2023

Galáxias

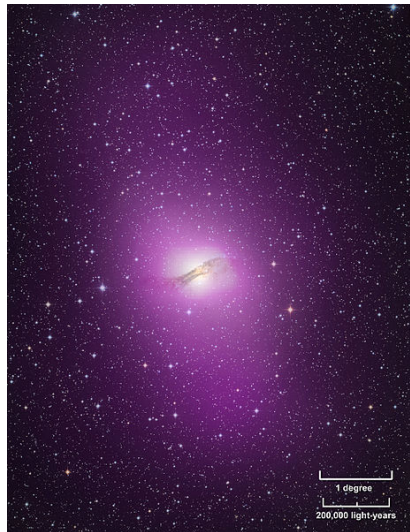


Figure: M51: NASA/JPL-Caltech; CenA: NASA/DOE/Capella Observatory.

Classificação de Hubble

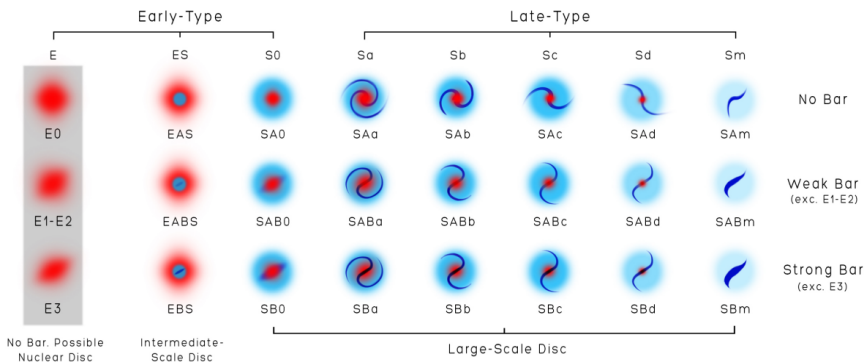


Figure: Classificação da Morfologia de Galáxias. GRAHAM, 2019. [1]

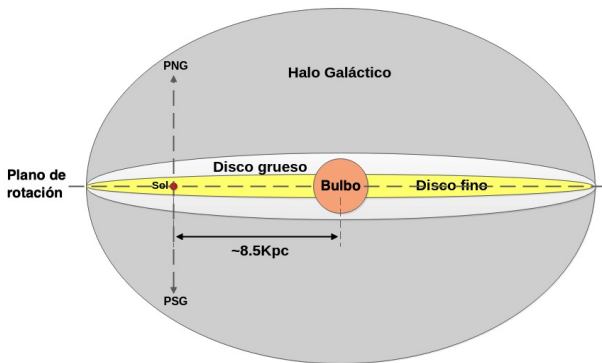


Figure: A concepção atual da Galáxia inclui três componentes principais: o bojo, o disco e o halo.

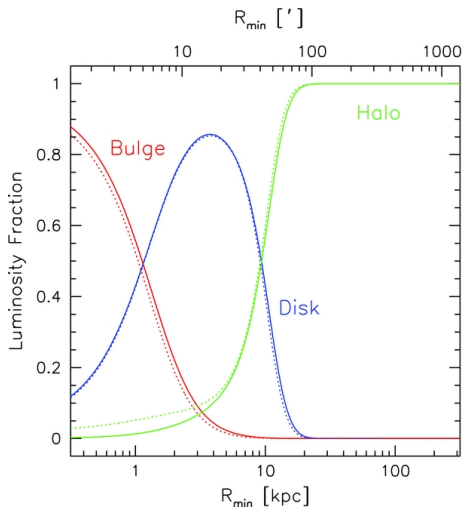


Figure: Contribuição de cada componente para a luminosidade da Galáxia.

Disco Galáctico

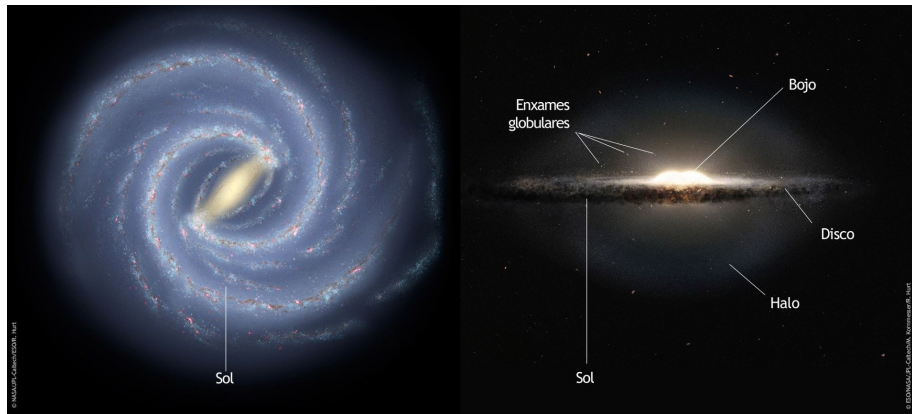
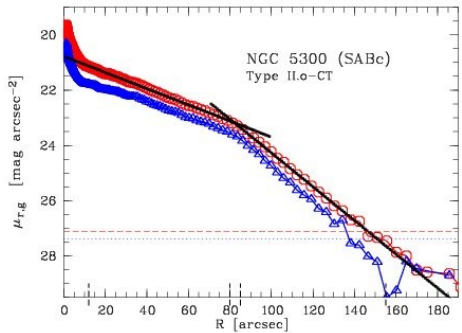
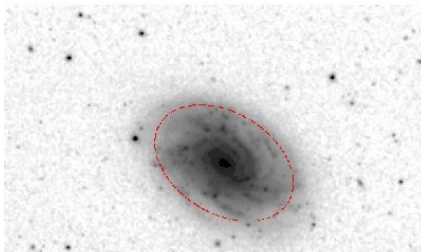
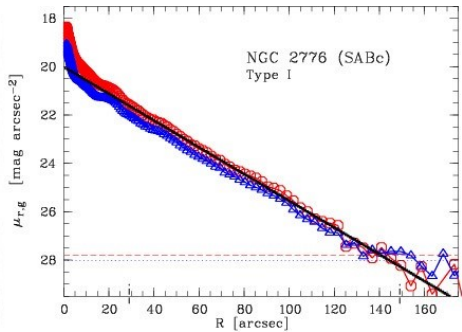
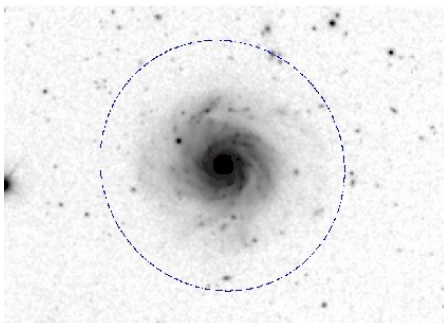


Figure: Ilustração mostrando a estrutura galáctica.

A medida da distribuição das estrelas no disco galáctico é dada pelo brilho superficial que corresponde a luminosidade estelar emitida por unidade de área do disco. As observações das galáxias espirais sugerem que o brilho superficial seja uma função exponencial do raio R ,

$$I(R) = I_d \exp(-R/R_d) \quad (1)$$

Onde R_d é o raio típico do disco.



Potencial do Disco Galáctico

Para um disco fino de raio R e densidade superficial σ , o Potencial Gravitacional para corpos extensos distribuídos continuamente é definido como:

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\sigma(\rho') dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2)$$

Uma vez que a força gravitacional pode ser escrita como,

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla\Phi(\vec{r}), \quad (3)$$

onde calculamos a força através do gradiente do potencial escalar.

Potencial do Disco Galáctico

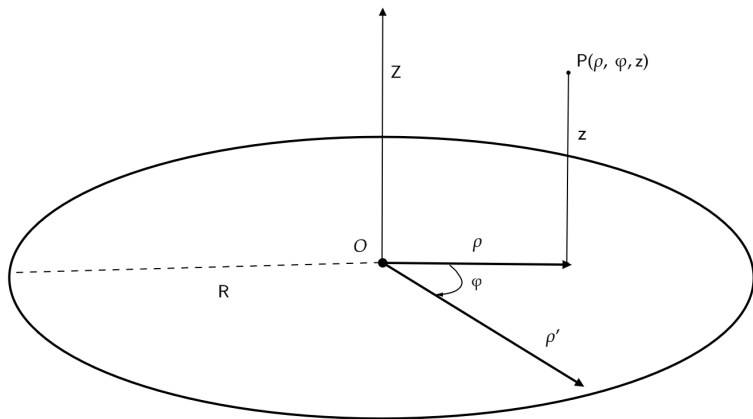


Figure: Sistema de coordenadas usando como origem o centro galáctico.

Potencial do Disco Galáctico

O potencial gerado por um disco de raio R e densidade superficial σ é dado por,

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\sigma(\rho') dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (4)$$

com

$$\vec{r} = \rho \hat{\rho} + z \hat{k}, \quad (5)$$

$$\vec{r}' = \rho' \hat{\rho}'. \quad (6)$$

Temos,

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi}. \quad (7)$$

Potencial do Disco galáctico

$$\Phi(r) = -G \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\rho') \rho' d\rho' d\phi}{\sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi}} \quad (8)$$

A expressão final para o potencial galáctico é dada por:

$$\Phi(r) = -4G \int_0^R \frac{K(\bar{k}) \sigma(\rho') \rho' d\rho'}{\sqrt{(\rho + \rho')^2 + z^2}}, \quad (9)$$

com

$$K(\bar{k}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \sin^2 \phi}}. \quad (10)$$

Potencial com enfoque alternativo

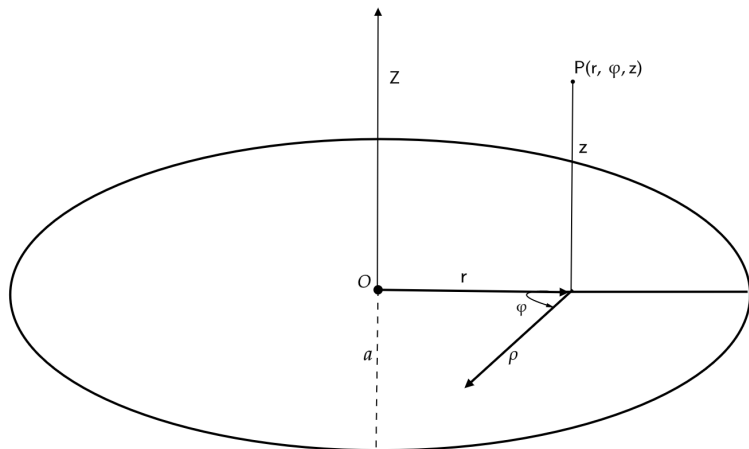


Figure: Sistema de coordenadas usando como origem o centro galáctico. Lass, H. e Blitzer, L, 1983

Potencial com enfoque alternativo

$$V(r, z) = -2G\sigma \int_0^{\rho(\phi)} \int_0^\pi \frac{\rho d\rho d\phi}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)}}, \rho(\phi) = r\cos\phi + \sqrt{a^2 - r^2\sin^2\phi} \quad (11)$$

$$V(r, z) = 2G\sigma[\pi|z| - \sqrt{z^2 + (a+r)^2}E(k) - \frac{a^2 - r^2}{\sqrt{z^2 + (a+r)^2}}K(k) - \frac{(a-r)}{a+r} \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + (a+r)^2}}\Pi(n^2, k)], \quad (12)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2\sin^2\psi} d\phi \quad (13)$$

$$\Pi(n^2, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{(1 - n^2\sin^2\phi)\sqrt{1 - k^2\sin^2\phi}} \quad (14)$$

Potencial Galáctico

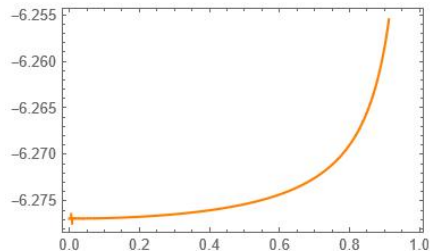
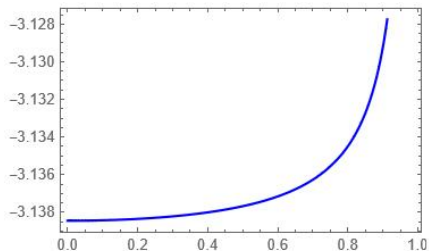


Figure: Força perpendicular para os diferentes modelos de potencial $\Phi(r, z)$ (laranja) e $V(r, z)$ (azul).

Potencial Galáctico

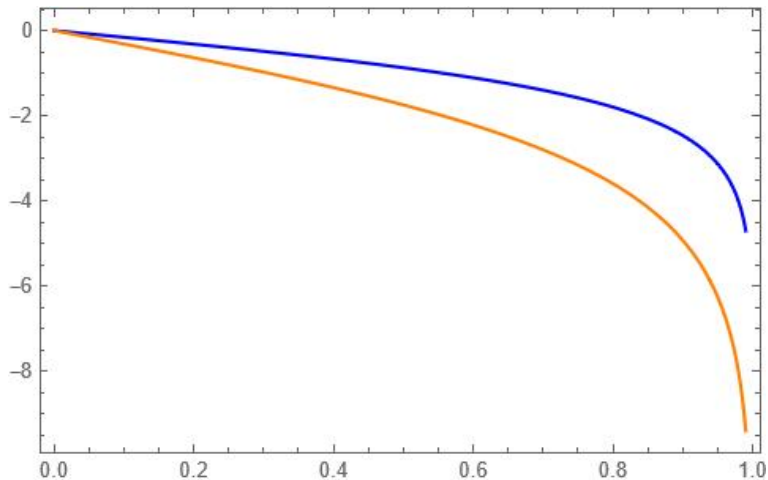


Figure: Força Radial para os diferentes modelos de potencial $\Phi(r, z)$ (laranja) e $V(r, z)$ (azul).

Curva de Rotação

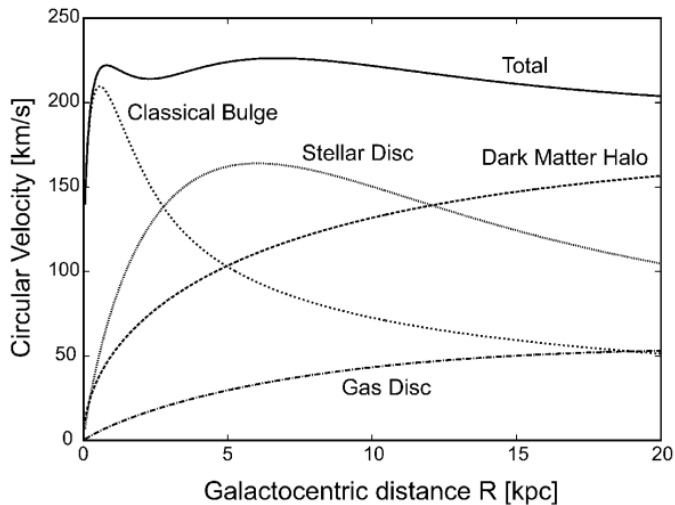


Figure: Contribuição de cada componente para a curva de rotação da Galáxia.

Velocidade Circular do Sol

A aceleração radial é dada por,

$$a_R = -\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}. \quad (15)$$

Supondo uma densidade superficial constante, o módulo da aceleração pode ser escrito como,

$$a_R = 2G\sigma_G\frac{\partial I}{\partial\tilde{\rho}}, \quad (16)$$

Onde

$$I = \pi|z| - \sqrt{z^2 + (a+r)^2}E(k) - \frac{a^2 - r^2}{\sqrt{z^2 + (a+r)^2}}K(k) - \frac{(a-r)}{a+r} \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + (a+r)^2}}\Pi(n^2, k) \quad (17)$$

Vamos agora utilizar os dados para calcular os valores de V_0 :

Massa do Disco da Via Láctea M_d	$5 \times 10^{10} M_\odot$
Massa Solar M_\odot	$1,9 \times 10^{30} \text{kg}$
Raio da Galáxia R_d	13,4kpc
Raio Tipíco R_E	2,6kpc

Ref: Bland-Hawthorn, Gerhard (2016)

Velocidade Circular do Sol

Usando então,

$$a_R = \frac{V^2}{R}, \quad (18)$$

A velocidade para o modelo com densidade constante é dada por:

$$V = \sqrt{2G\sigma\rho}\sqrt{-\partial I_{\bar{\rho}}} \quad (19)$$

onde $\bar{\rho} = \frac{\rho}{R_d}$ é o raio normalizado, onde R_d é o raio típico do disco. Sendo assim,

A densidade superficial é dada por,

$$\sigma = \frac{M_d}{\pi R_d^2} \quad (20)$$

Temos

$$V_0 = \sqrt{\frac{2GM_d}{\pi R_d}} \quad (21)$$

Velocidade Circular do Sol

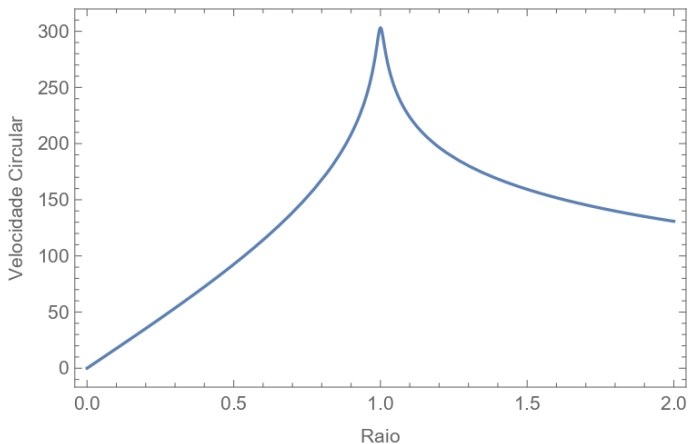


Figure: Curva de Rotação analisando a contribuição do disco. No raio de 8,5 kpc, a velocidade circular do Sol seria cerca de 153 km/s.

Velocidade Circular do Sol

A densidade superficial é dada por,

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(\frac{-R}{R_e}\right) \quad (22)$$

Tomando

$$M = 2\pi R_e^2 \sigma_0 \quad (23)$$

Temos

$$\sigma_0 = \frac{M}{2\pi R_e^2} \quad (24)$$

Temos

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM_d}{2\pi R_e}} \quad (25)$$

Fazendo os cálculos obtemos:

$$V_0 \approx 114 \text{ km s}^{-1} \quad (26)$$

Velocidade Circular do Sol

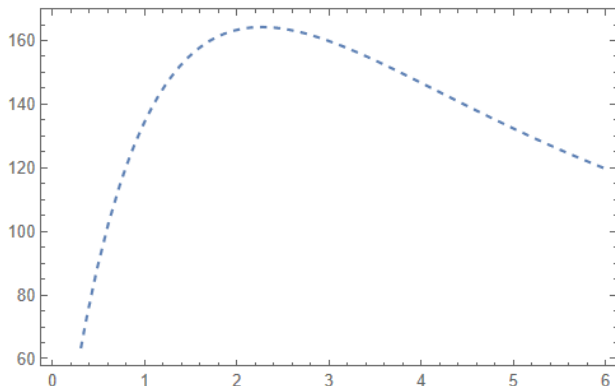


Figure: Curva de Rotação analisando a contribuição do disco. No raio de 8,5 kpc, a velocidade circular do Sol seria cerca de 122 km/s.

Curva de Rotação

A curva de rotação pode ser obtida a partir de:

$$V(R) = \sqrt{R \frac{\partial \Phi}{\partial R}} \quad (27)$$

onde,

$$\Phi = \sum \Phi_i \quad (28)$$

Assumindo que a galáxia é composta por diferentes componentes de massa (Bojo, Disco e Halo), podemos adotar que:

$$V(R) = \sqrt{V(R)_b + V(R)_d + V(R)_h} \quad (29)$$

- [1] BINNEY, James; TREMAINE, Scott. Galactic dynamics. Princeton university press, 2011.
- [2] MADEJSKY, K. Rainer. Curso básico de astrofísica e cosmologia: 2-das galáxias aos quasares. Feira de Santana: UEFS Editora, 2015.
- [3] Blitzer, L.; Lass, H. The gravitational potential due to uniform disks and rings. celestial mechanics. Celestial Me- chanics, 30, 1983.
- [4] Jonathan Weiss. Certain aspects of the gravitational field of a disk. Applied Mathematics, 09:1360–1377, 01 2018
- [5] Bland-Hawthorn J., Gerhard O., 2016, preprint, (arXiv:1602.07702)