

Estabilidade do Disco Galáctico

Thalita Sartori

Orientador: Júlio C. Fabris

Novembro/2022

Classificação de Hubble

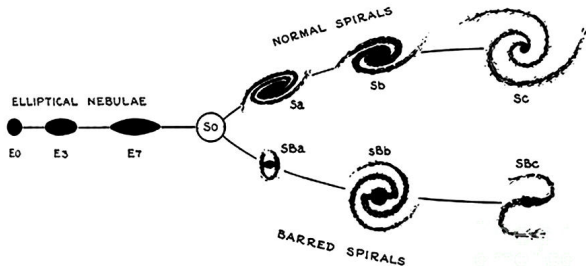


Figure: Diagrama de Classificação da Morfologia de Galáxias feito por Hubble. [1]

Classificação de Hubble

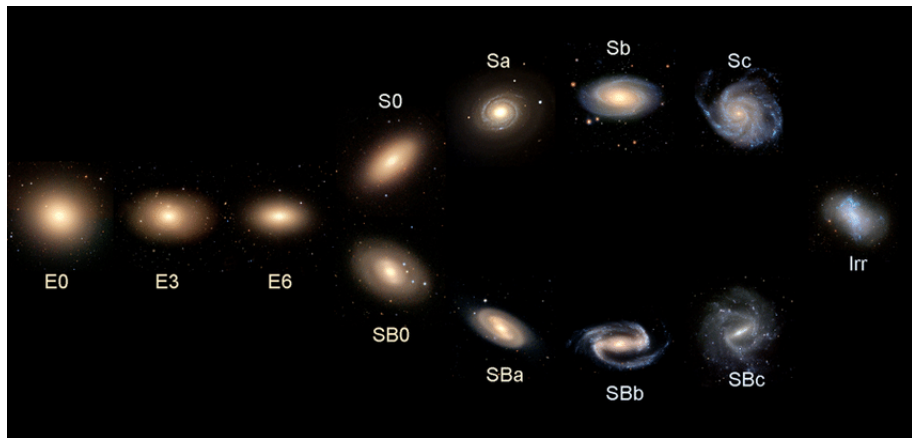


Figure: Morfologia de Galáxias.

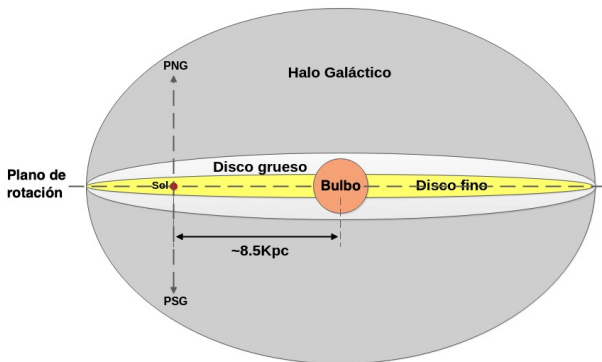


Figure: A concepção atual da Galáxia inclui três componentes principais: o bojo, o disco e o halo.

Disco Galáctico

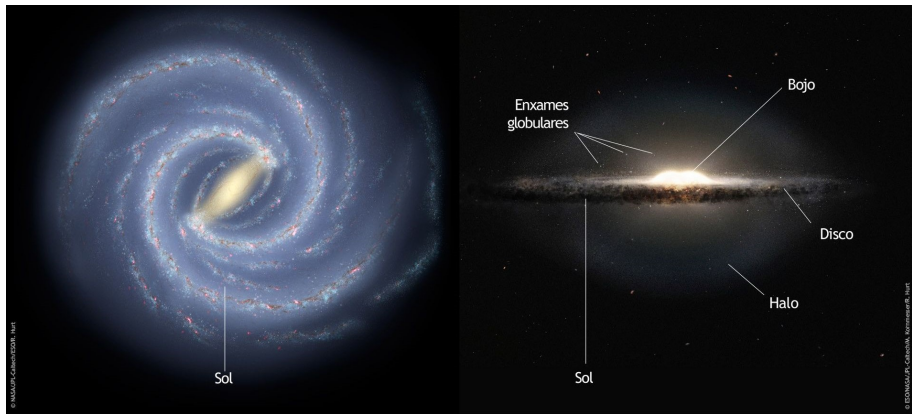


Figure: Ilustração mostrando a estrutura galáctica.

A medida da distribuição das estrelas no disco galáctico é dada pelo brilho superficial que corresponde a luminosidade estelar emitida por unidade de área do disco. As observações das galáxias espirais sugerem que o brilho superficial seja uma função exponencial do raio R ,

$$I(R) = I_d \exp(-R/R_d) \quad (1)$$

Onde R_d é o raio típico do disco.

Potencial do Disco Galáctico

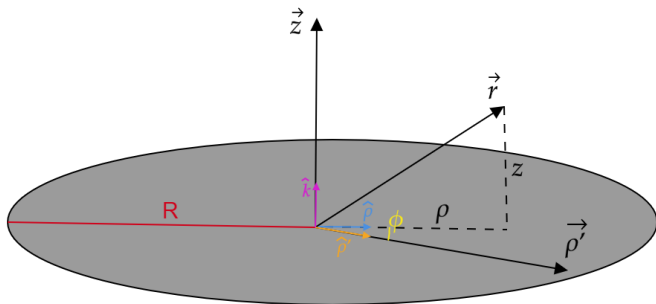


Figure: Sistema de coordenadas usando como origem o centro galáctico.

Potencial do Disco Galáctico

O potencial gerado por um disco de raio R e densidade superficial σ é dado por,

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\sigma(\rho') dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2)$$

com

$$\vec{r} = \rho \hat{\rho} + z \hat{k}, \quad (3)$$

$$\vec{r}' = \rho' \hat{\rho}'. \quad (4)$$

Temos,

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi}. \quad (5)$$

O potencial pode ser descrito como,

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\rho') \rho' d\rho' d\phi}{\sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi}} \quad (6)$$

$$= -G \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\rho') \rho' d\rho' d\phi}{\sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho'^2} \sqrt{1 - k \cos \phi}}, \quad (7)$$

com

$$k = \frac{2\rho\rho'}{\rho^2 + z^2 + \rho'^2}. \quad (8)$$

Utilizando a seguinte relação trigonométrica,

$$\cos^2 \frac{\phi}{2} = \frac{1 + \cos \phi}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos \phi = -1 + 2 \cos^2 \frac{\phi}{2}. \quad (9)$$

Assim, usando essa relação, temos

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\rho') \rho' d\rho' d\phi}{\sqrt{(\rho^2 + z^2 + \rho'^2)(1+k)} \sqrt{1 - \frac{2k}{1+k} \cos^2 \frac{\phi}{2}}} \quad (10)$$

Definindo,

$$\bar{k}^2 \equiv \frac{4\rho\rho'}{(\rho + \rho')^2 + z^2} \quad (11)$$

Potencial do Disco Galáctico

O potencial adquire a forma,

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\rho') \rho' d\rho' d\phi}{\sqrt{(\rho + \rho')^2 + z^2} \sqrt{1 - \bar{k}^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}}. \quad (12)$$

Agora, utilizando $\theta = \frac{\phi}{2}$,

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}} = 2 \int_0^{\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \cos^2 \theta}}, \quad (13)$$

Depois, definindo $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2}$. Sendo, $\cos \theta = -\sin \alpha$, e $d\theta = d\alpha$. É possível obter,

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}} = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \sin^2 \alpha}} = 4 \int_0^{+\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (14)$$

Potencial do Disco Galáctico

A integral elíptica é definida como,

$$K(\bar{k}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (15)$$

Usando essa definição, podemos obter a seguinte expressão:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \bar{k}^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}} = 4K(\bar{k}). \quad (16)$$

Assim, a expressão final para o potencial galáctico é:

$$\Phi(\vec{r}) = -4G \int_0^R \frac{K(\bar{k})\sigma(\rho')\rho' d\rho'}{\sqrt{(\rho + \rho')^2 + z^2}}, \quad (17)$$

com

$$\bar{k} = \sqrt{\frac{4\rho\rho'}{(\rho + \rho')^2 + z^2}}. \quad (18)$$

O Sol está localizado a uma distância de 8.5 kpc do centro da Via Láctea. Esse valor é de aproximadamente $R_{\odot} \sim 2.5 \times 10^{20}$ m. Já o raio da Galáxia é $R_G \sim 13$ kpc. A densidade superficial da Galáxia é dada por,

$$\sigma_G \approx 75 M_{\odot}/\text{pc}^2 \sim 1.5 \text{ kg/m}^2. \quad (19)$$

Velocidade Circular do Sol

A aceleração radial é dada por,

$$a_R = -\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}. \quad (20)$$

Supondo uma densidade superficial constante, o módulo da aceleração pode ser escrito como,

$$a_R = G \sigma_G \frac{\partial I}{\partial \tilde{\rho}}, \quad (21)$$

Onde

$$I = 4 \int_0^1 \frac{K(\tilde{k}) \tilde{\rho} \tilde{\rho}' d\phi}{\sqrt{(\tilde{\rho} + \tilde{\rho}')^2 + \tilde{z}^2}}, \quad (22)$$

Onde $\tilde{\rho} = \rho/R_G$ e $\tilde{z} = z/R_0$.

Velocidade Circular do Sol

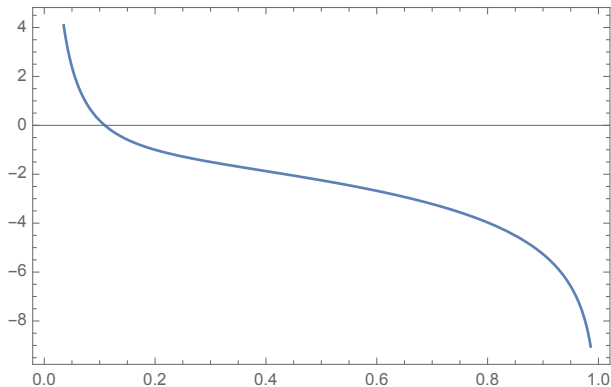


Figure: Análise Numérica da Integral I mostrando a aceleração exercida no disco galáctico. Fonte: Autor.

Velocidade Circular do Sol

Agora, usando os dados obtidos para a aceleração do Sol,

$$a_R \sim 4 \times 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (23)$$

Usando então,

$$a_R = \frac{V^2}{R}, \quad (24)$$

e a posição do Sol de $R_{\odot} = 8,5 \text{ kpc} \sim 2.5 \times 10^{20} \text{ m}$, obtemos,

$$V \sim 300 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \quad (25)$$

O valor observacional é,

$$V_{\odot} \sim 220 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \quad (26)$$

- [1] BINNEY, James; TREMAINE, Scott. Galactic dynamics. Princeton university press, 2011.
- [2] MADEJSKY, K. Rainer. Curso básico de astrofísica e cosmologia: 2-das galáxias aos quasares. Feira de Santana: UEFS Editora, 2015.
- [3] FRIAÇA, A. C. S.; PINO, E.; SODRÉ, L.; JATENCO-PEREIRA, V. Astronomia: Uma Visão Geral Do Universo. 2 ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008.