

# Tópicos em Astrofísica Estelar

## I. Evolução Estelar express

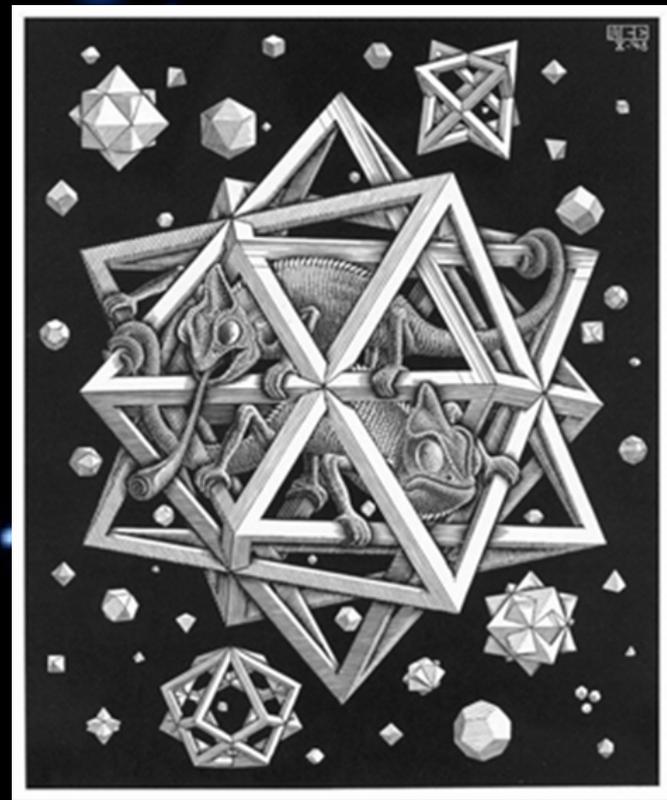
*J.E. Horvath*

*Astronomy IAG-USP, São Paulo, Brazil*



*Perdón, Urania !*



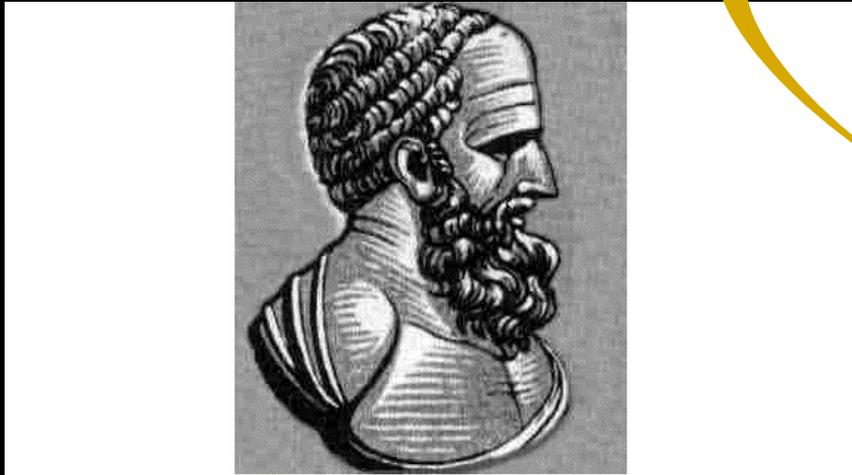


*O que são as estrelas?*

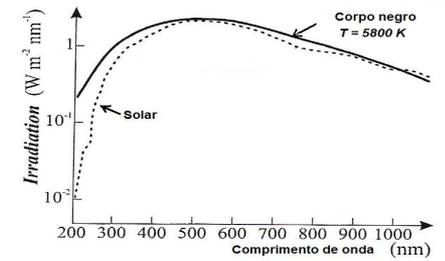
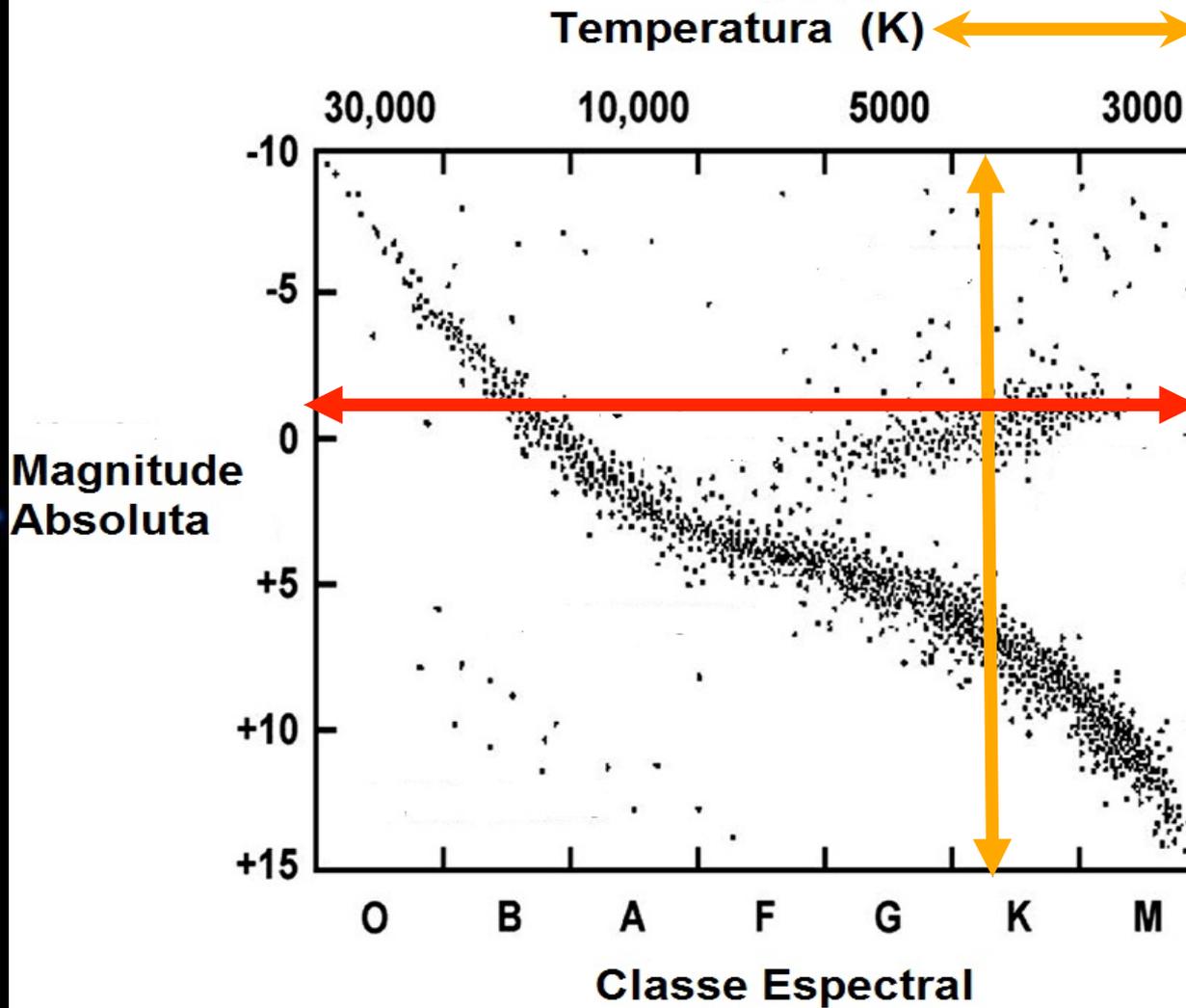
*Sarva Dishanaam, Suryaha, Suryaha, Suryaha*

**”à noite há sóis em todas as direções”, India, século V**

Hipparcos via **as mesmas** estrelas que você ve  
(por exemplo, deitado/a em Agia Gallini, Creta  
com um copo de Retsina na mão...)



As estrelas são estruturas **altamente estáveis** no tempo  
Não mudam ou mudam muito pouco (há exceções...)



10,000

100

1.0

0.01

$\frac{L}{L_{\odot}}$

Medimos o Fluxo e estimamos a distância

The text describes the process of measuring flux and estimating distance. It includes a diagram showing a curved yellow arrow pointing from the ratio  $\frac{L}{L_{\odot}}$  down to the text 'Medimos o Fluxo e estimamos a distância'.



$$L = \underbrace{4\pi R^2}_{\text{Área}} \times \underbrace{\sigma T^4}_{\text{Fluxo}}$$

The equation shows the luminosity L as the product of the surface area (4πR²) and the flux (σT⁴). Brackets under the terms are labeled 'Área' and 'Fluxo' in red.

## Tempo de vida na MS: a estimativa mais simples

$$\tau = \frac{M}{L}$$

Quanto combustível (cuidado!)

Taxa de consumação do combustível (“metabolismo”)

“Tipo Sol”



“Massiva”



Carregando a mesma quantidade de combustível, o primeiro “vive” (anda) mais...

$$\tau_{\star} = \frac{E_{\text{rad}}}{L_{\star}} \approx 10^{11} f X_H \frac{M_{\star}/M_{\odot}}{L_{\star}/L_{\odot}} \text{ anos}$$

$$M_{\star} > M_{\odot}$$



$$L_{\star} \gg L_{\odot}$$

evolução rápida

$$M_{\star} < M_{\odot}$$



$$L_{\star} < L_{\odot}$$

evolução lenta

Ajustando

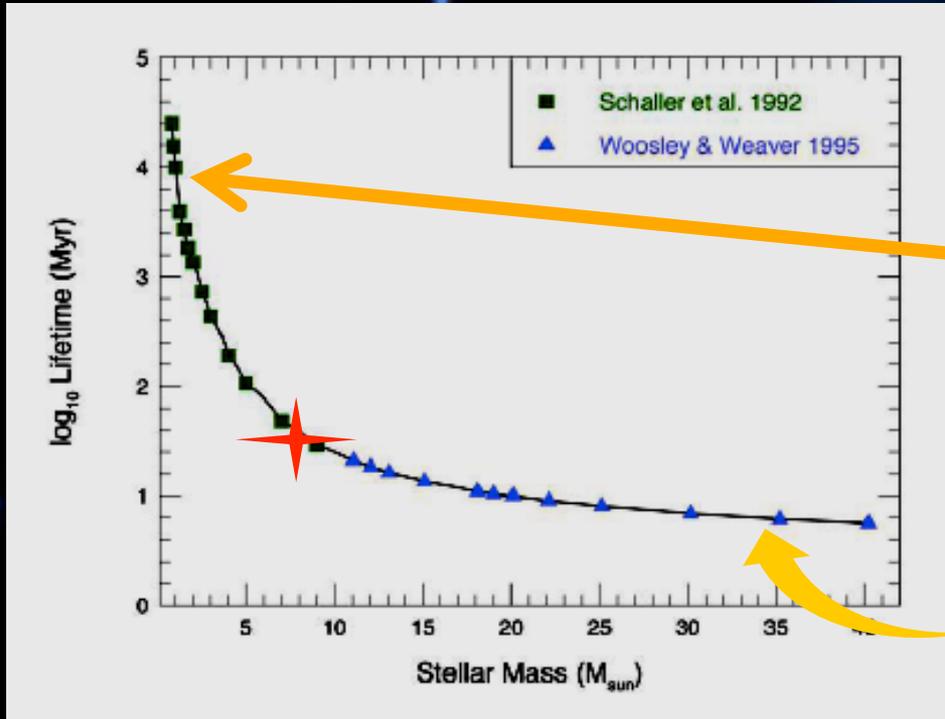
$$L_{\star} \propto M_{\star}^4$$



$$\tau_{\star} \approx 1.2 \times 10^{10} \left( \frac{L_{\star}}{L_{\odot}} \right)^{-3/4} \text{ anos}$$

$$f = 0.15 \text{ (Schömborg-Chandrasekhar)} \text{ e } X_H = 0.6$$

# Tempo de vida na MS (cálculos detalhados)

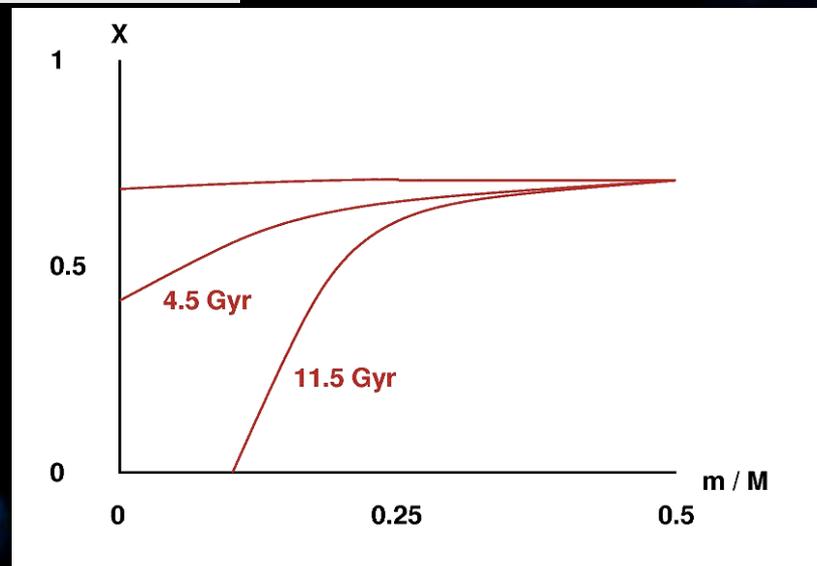


$$\tau_{inf} \approx M^{-3.5}$$

$$\tau_{sup} \approx M^{-1}$$

Distribuição espacial  
do hidrogênio com  
o tempo (Sol)

Mas os modelos usam  
composição homogênea  
(média espacial)



# O que são as estrelas fisicamente?

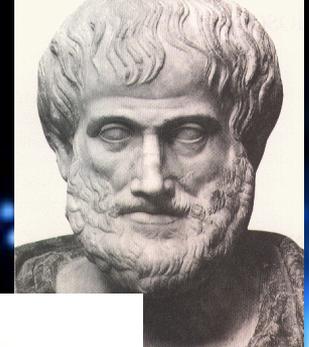
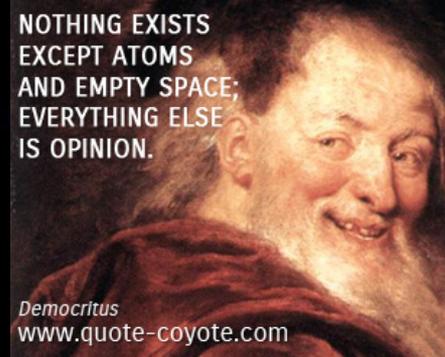
**Os atomistas: pequenos astros nem tão distantes**

**Aristoteles e o mundo da quintessência...**

**Giordano Bruno: outros sóis (1600)  
(Aryabatta no ano 500 D.C. tinha a  
mesma opinião...**

**Somente depois de Herschel e Fraunhöfer foi possível  
confirmar que estrelas ~ Sol (e assim estimar suas distâncias...)**

**Visitem as postagens do gardelpesquisa no Instagram  
Do que é feito o Universo? \* As estrelas de nêutrons**



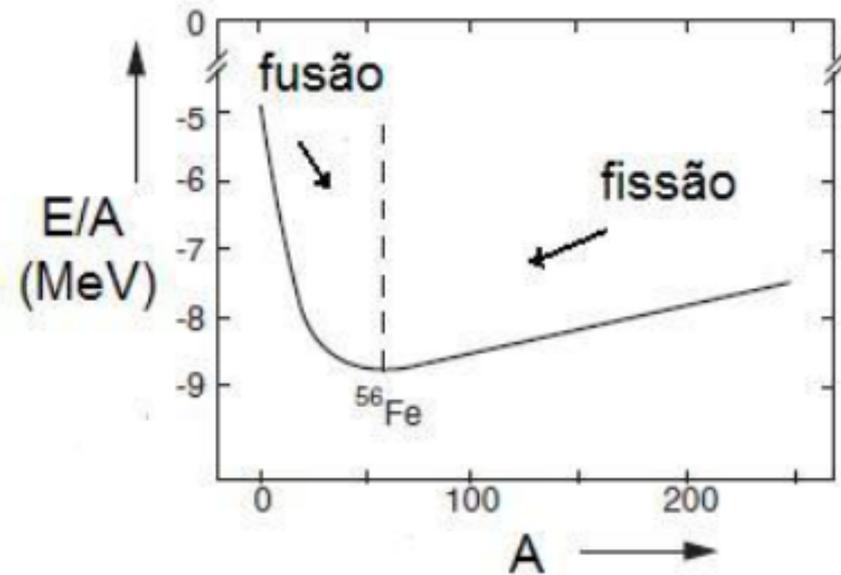
Para manter o equilíbrio hidrostático, precisa de pressão interna  
De onde sai essa pressão que mantém a estrela ? (Júlio)

Um primeiro exemplo:  
2 partículas clássicas  
“grudadas”

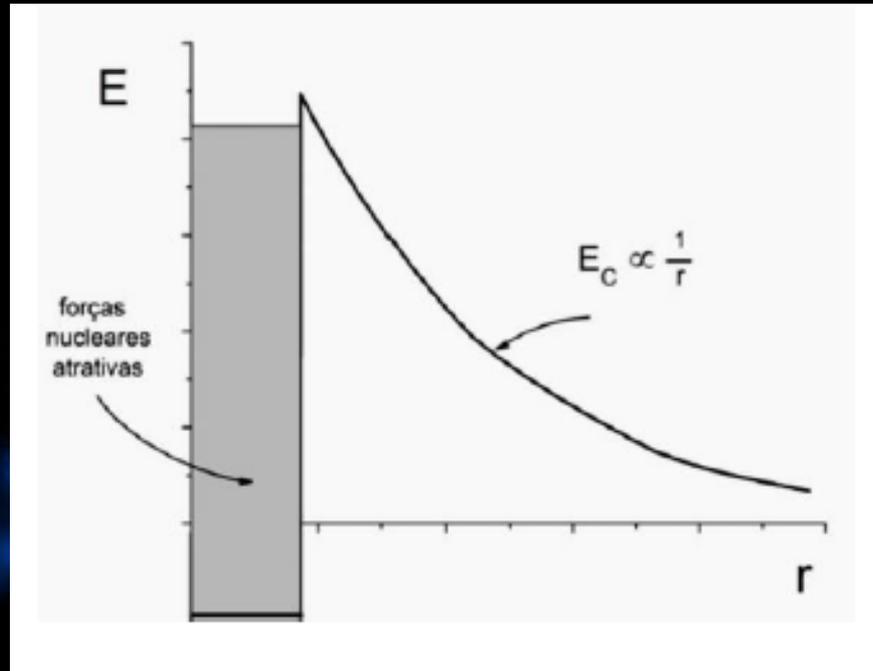
$$M = M_1 + M_2 - \frac{GM_1M_2}{r}$$

A energia de ligação  
dos núcleos

Fusão e fissão



## Dois prótons em colisão



condição  $\frac{3}{2}k_B T = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$

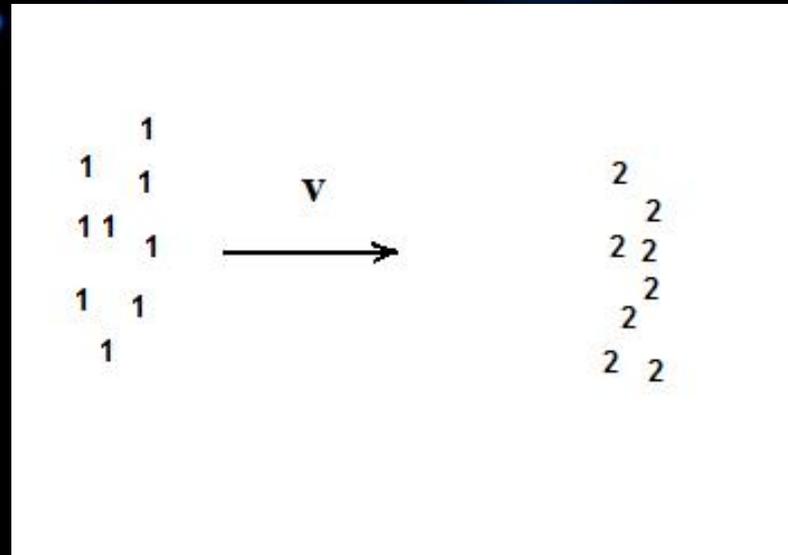
satisfeita para

$T \gg T_{c\odot}$

Eddington (1920)  $\longrightarrow$  Bethe (1939) : efeito túnel

Fluxo

$$N_1 v$$



$$\sigma(v) = \frac{\frac{\text{No de reações}}{\text{núcleo}} / \text{tempo}}{\frac{\text{No de incidentes}}{\text{área}} / \text{tempo}}$$

Seção de choque

área efetiva

$$r = N_1 v N_2 \sigma(v)$$

Quantas partículas há entre  $v$  e  $v+dv$  ?

$$\phi(v)d^3v = \left(\frac{\mu_m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{\mu_m v^2}{2k_B T}} 4\pi v^2 dv$$

Maior energia  $\longrightarrow$  mais fácil cair na “poça”

Mas um gás de M-B contém *menos* partículas quanto maior for  $E \longrightarrow$  “compromisso”

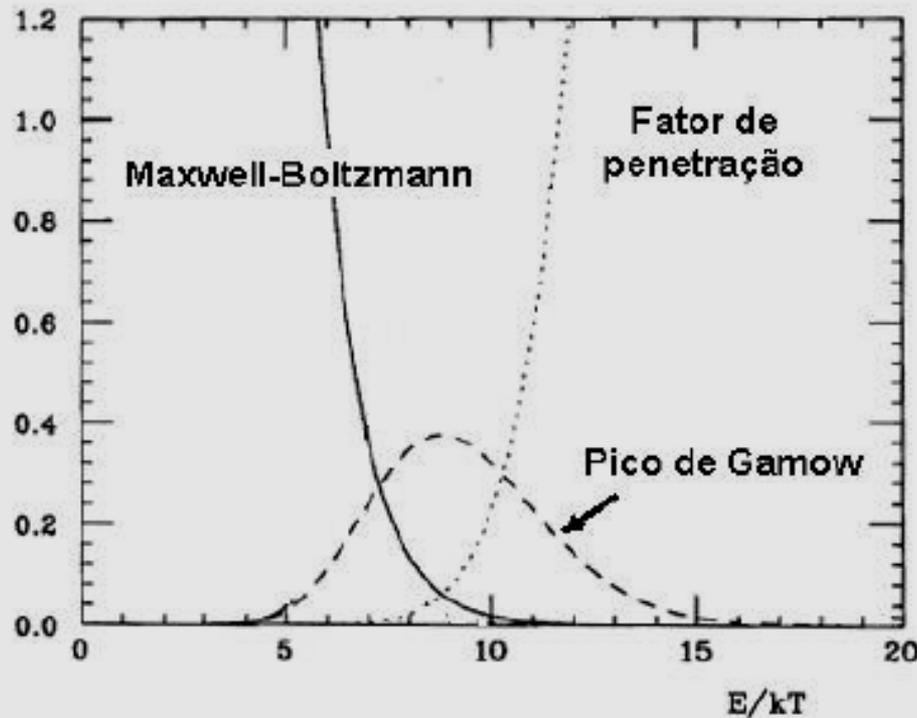
$$P(v) = e^{-\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}}$$

Probabilidade de fazer o “tunel” que é impossível na Física Clássica

$$r = \left(\frac{2}{k_B T}\right)^{3/2} \frac{N_1 N_2}{(\mu_m \pi)^{1/2}} \int_0^\infty S(E) \times e^{-\left(\frac{E}{k_B T} + \frac{b}{E^{1/2}}\right)} dE$$

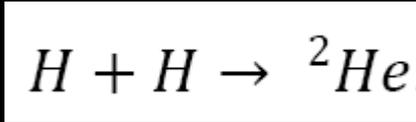
Maxwell-Boltzmann

penetração

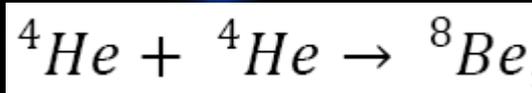
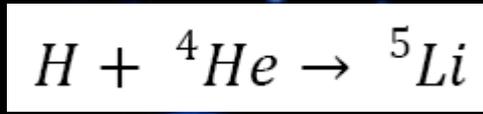


Uma fração MISERÁVEL do total das colisões resulta em fusão...

# As coisas sempre são mais complexas...

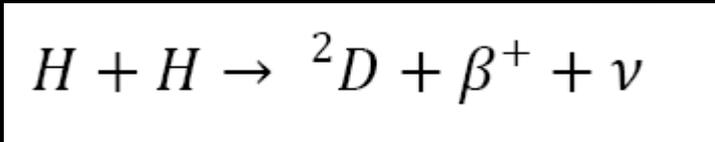


A fusão mais simples seria esta, mas...  
Dois prótons não têm estado ligado  
(ainda bem!, as estrelas  
nem existiriam...)



único estado ligado de dois partículas

É o deuteron,  
um  $p$  e um  $n$



Periodic Table of Elements

1	2																	10
H	He																	Ne
3	4																	10
Li	Be																	Ne
11	12																	18
Na	Mg																	Ar
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
55	56	57	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	
Cs	Ba	*La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
87	88	89	104	105	106	107	108	109	110									
Fr	Ra	+Ac	Rf	Ha	106	107	108	109	110									

\* Lanthanide Series

58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu

+ Actinide Series

90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

Legend - click to find out more...

<span style="background-color: #90EE90; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Non-Metals	<span style="background-color: #4682B4; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Transition Metals	<span style="background-color: #ADD8E6; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Rare Earth Metals	<span style="background-color: #FFFF00; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Halogens
<span style="background-color: #FFD700; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Alkali Metals	<span style="background-color: #00FFFF; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Alkali Earth Metals	<span style="background-color: #800080; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Other Metals	<span style="background-color: #FF4500; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Inert Elements

Para um próton qualquer, a probabilidade de se converter em nêutron enquanto está na região atrativa do potencial nuclear (e o mesmo potencial efetivo que mostrou Oliver, mas com o L quantizado...)

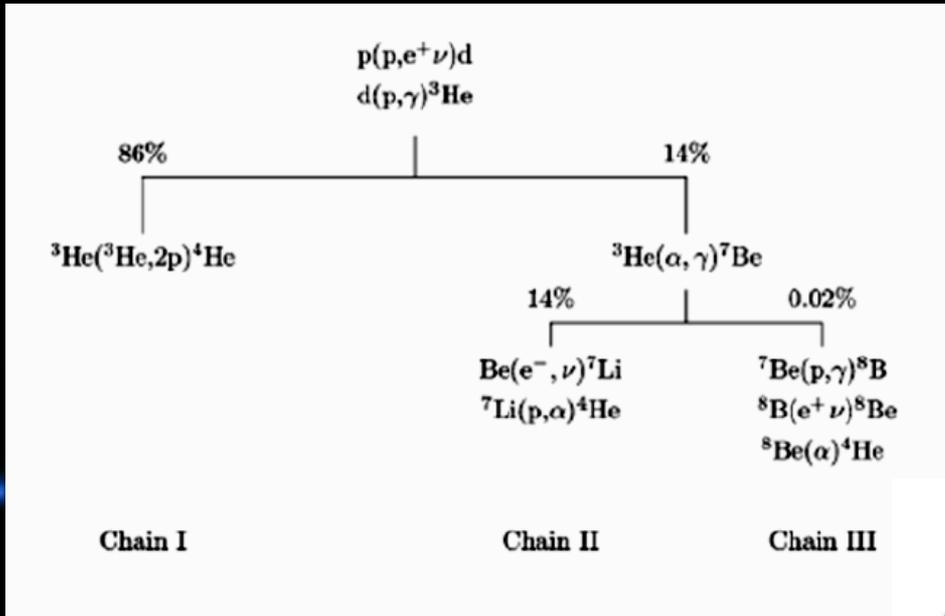
$$\tau_p \approx 7 \times 10^9 \text{ anos}$$

Ou seja, é ridiculamente baixa a probabilidade de que em uma colisão, o próton justo decaia **antes** da dupla se afastar..

As interações fracas controlam a vida das estrelas na Sequência Principal !!!

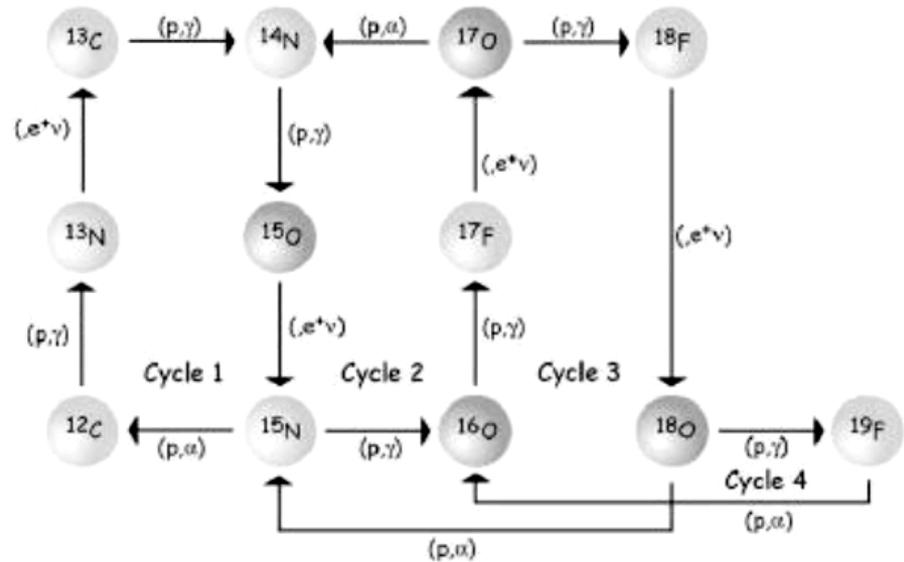
É por isso que vivem bilhões de anos, **quase nenhuma** colisão resulta em fusão como afirmado anteriormente...

# Os ciclos p-p, veja que em cada caso “somem” 4 prótons



- bi-ciclo CNO (Bethe & von Weizsacker:

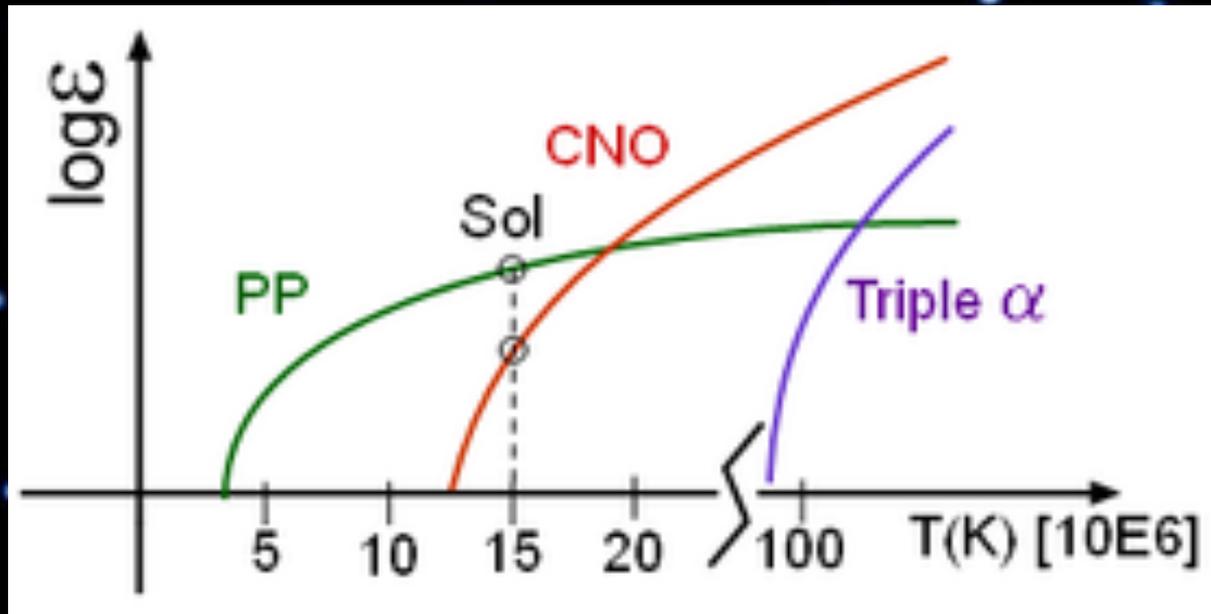
## Presença de C e populações



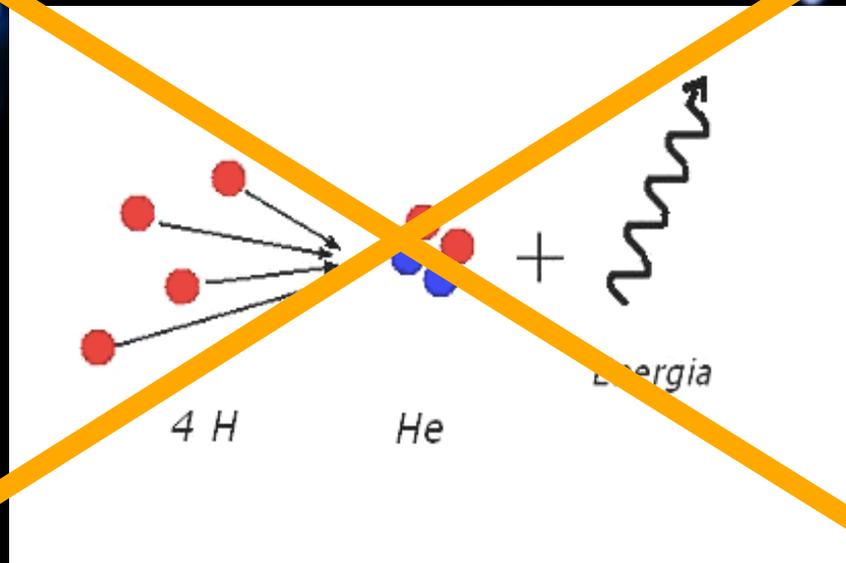
A parte do “O” é menos importante energeticamente

$$\epsilon_{CN} \propto \rho X_H X_{CN}$$

$$X_{CN}/X_H \approx 0.02$$



A evolução estelar consiste em longos períodos de equilíbrio nos quais alguns núcleos fusionam em outros mais pesados, Separados por contrações/expansões que permitem chegar a essa condição de  $T, \rho$



# Escalas de tempo fundamentais na Evolução Estelar

$\tau_{\text{queda livre}}$

Tempo para a estrela desabar se (de repente) parassem todas as reações nucleares e não houvesse pressão térmica

$\tau_{\text{term}}$

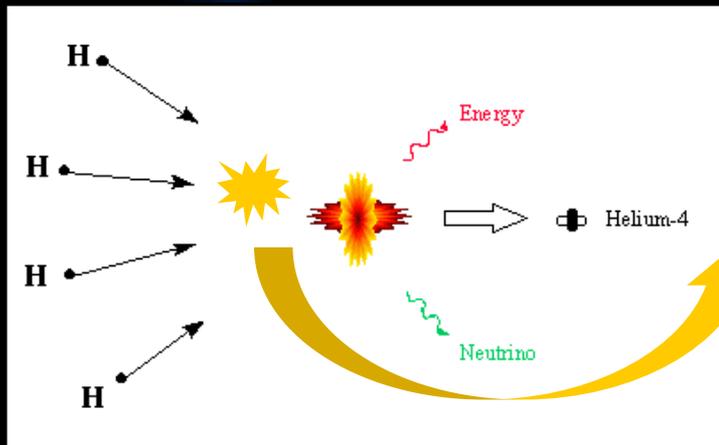
Tempo para estabelecer a distribuição estacionária

$\tau_{\text{KH}}$

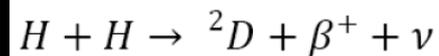
Tempo de Kelvin-Helmholtz, para radiar uma fração substancial da energia que possui

$\tau_{\text{nuc}}$

Tempo da consumação das reações nucleares  $10^9$  anos (!?)



Aqui acontece algo bem importante: um dos prótons deve se converter em um nêutron, se não toda estrela **explodiria logo** e não haveria nada (deuteron=ligado, dipróton não)



*Interação fraca*

$$\tau_{\text{queda livre}} < \tau_{\text{term}} < \tau_{\text{KH}} < \tau_{\text{nuc}}$$

Isto permite a relação de tempos para a Evolução Estelar

## O sistema de equações e suas soluções

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left( \epsilon - T \frac{dS}{dt} \right)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (\text{radiativo})$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (\text{ou coisa melhor, convectivo})$$

$X_i \rightarrow \bar{\kappa} \quad \epsilon$

4 equações com 5 incógnitas ( $P, M, \rho, T, L$ )

mas...

equação de estado que liga  $P, \rho$  e  $T$

*Teorema de Russell-Vogt* : para uma dada composição, a localização de um modelo estelar no diagrama HR é única.

$$M(r = 0) = 0$$

$$L(r = 0) = 0$$

$$P(r = R) = 0$$

$$T(r = R) = 0 \iff ?$$

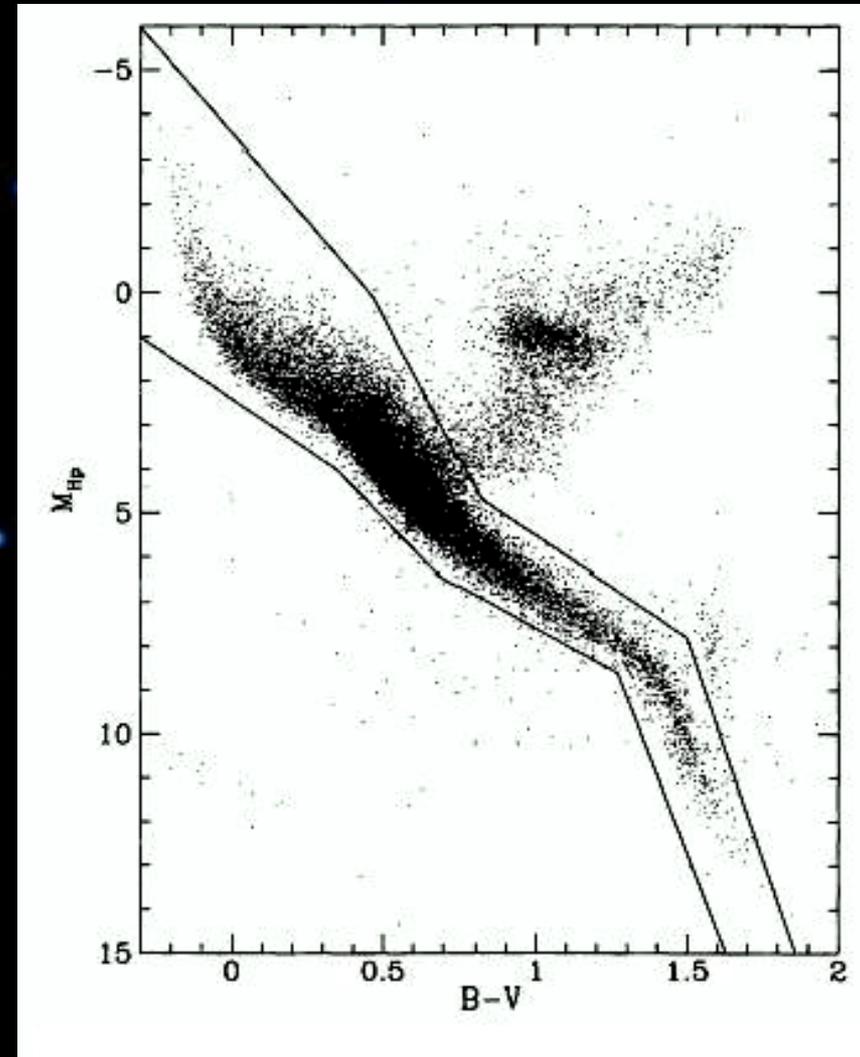
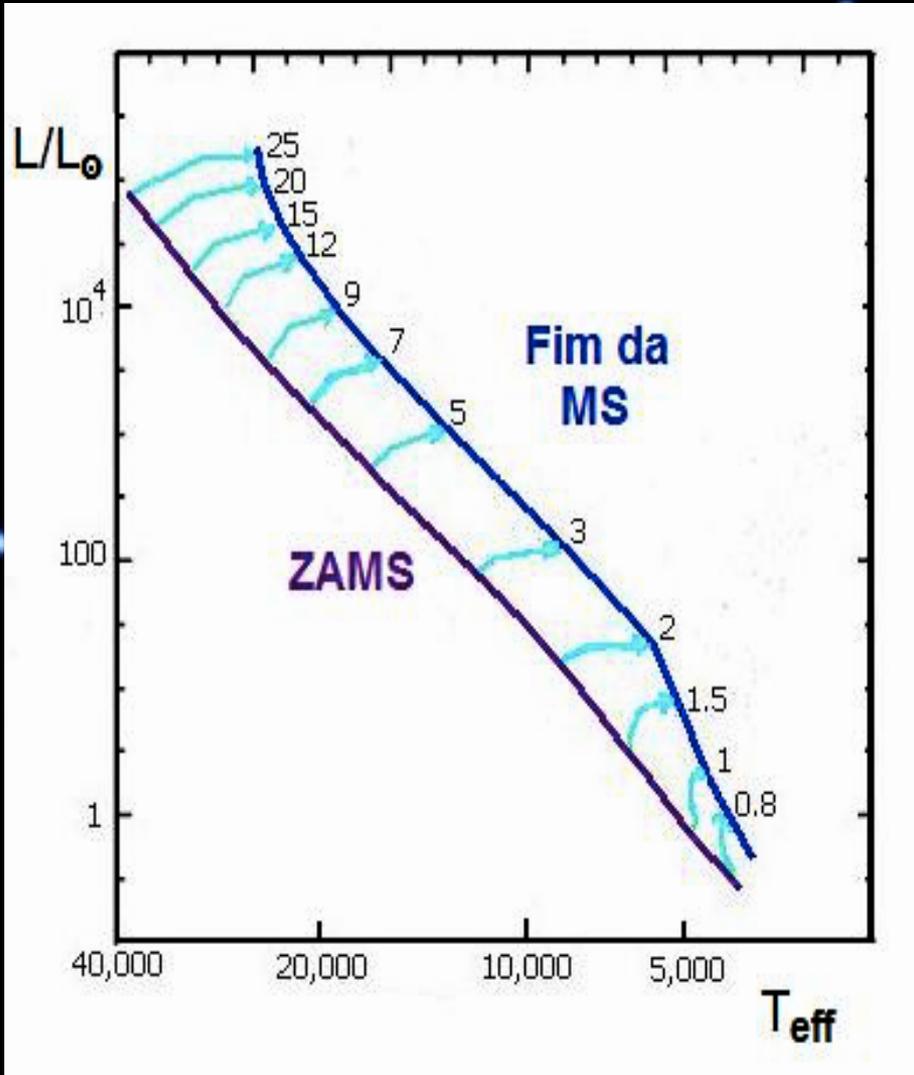
$$\sigma T_{eff}^4 = \frac{L}{4\pi R^2}$$

om L e R calcula-se a Teff

acima de  $\approx \sim 2M_{\odot}$  condição implícita

$$\int_R^{\infty} \kappa \rho dr = \frac{2}{3}$$

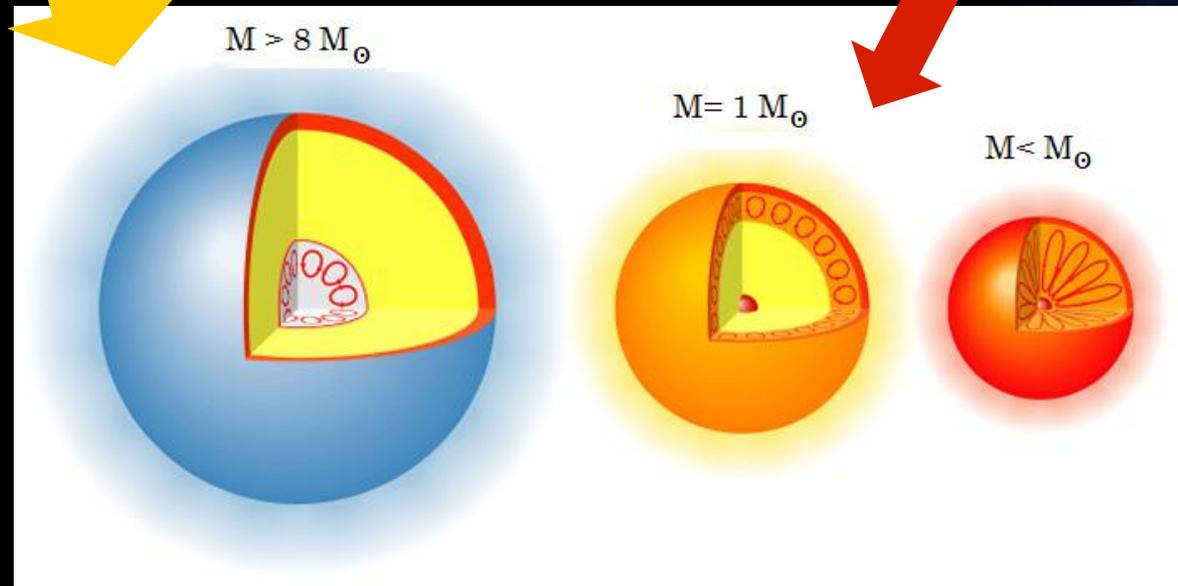
# Comparação dos limites teóricos com as observações



MS superior e inferior : a separação em torno a  $2 M_{\odot}$   
limiar do envelope convectivo (para  $0.3 M_{\odot}$  totalmente convectivo)

$$\frac{dT}{dr} |_{real} > \frac{dT}{dr} |_{ad}$$

Para estrelas massivas (CNO) a convecção está no *centro* (a geração de energia está mais concentrada) granulação solar  
O caroço convectivo *cresce com M*



## Pergunta (capciosa): quando sai da Sequência Principal?

Se for da SP **superior**, quando acaba o hidrogênio (a convecção garante que o H seja esgotado)

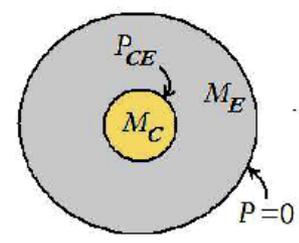
Se for da SP **inferior**, o caroço+envelope podem não ter condição de ficar em equilíbrio muito antes que o hidrogênio seja esgotado  
A estrela procurará um novo estado de equilíbrio

# O limite de Schenberg-Chandrasekhar e a saída da MS

uração caroço-envelope que

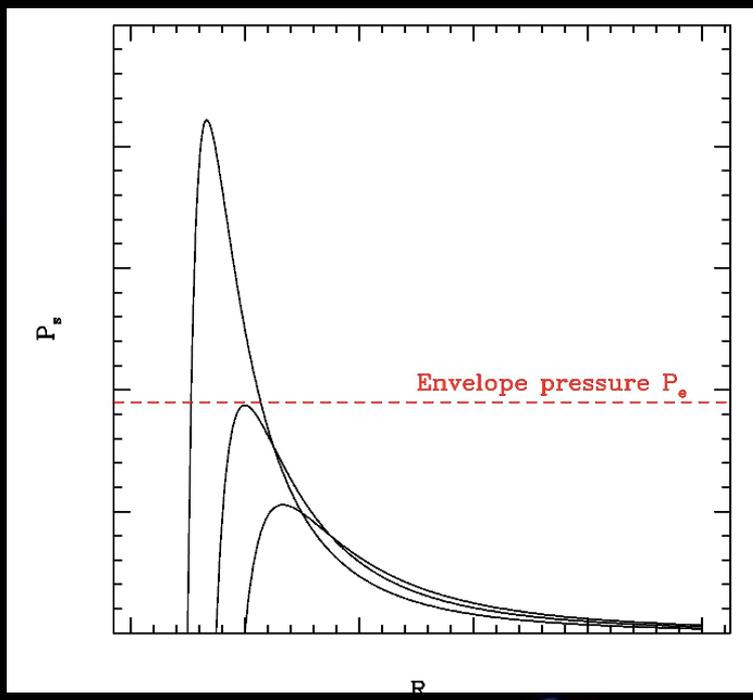


coexistem a uma pressão comum  $P_{CE}$  (Fig. 8.1).



Quanta massa pode ter o caroço antes de não mais conseguir suportar o envelope?

$$P_{CE} = \frac{3}{4\pi R_C^3} \left( \frac{M_C k_B T_{CE}}{\mu_C m_p} - \frac{1}{5} \frac{GM_C^2}{R_C} \right)$$



$$\frac{dP_{CE}}{dM_C} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{CE}^{max} = \frac{375}{64\pi} \frac{1}{G^3 M_C^2} \left( \frac{k_B T_{CE}}{\mu_C m_p} \right)^4$$

O limite de Schenberg-Chandrasekhar e obtido fazendo

$$P_{CE} = P_{bE} \text{ e resolvendo para } M_C,$$

$$\left( \frac{M_C}{M_\star} \right) = 0.54 \left( \frac{\mu_E}{\mu_C} \right)^2$$

$$\left( \frac{M_C}{M_\star} \right) = 0.37 \left( \frac{\mu_E}{\mu_C} \right)^2$$

Quando é impossível manter o caroço+envelope em equilíbrio, é folclore que a estrela incha. Por que?:

$$\tau \gg \tau_{din}$$



$$\langle \Omega \rangle + 2\langle U \rangle = 0$$

Para tempos

$$\langle \Omega \rangle + \langle U \rangle - \int_0^t L dt + \iint_0^t \epsilon dt dV = constante$$



$$\langle \Omega \rangle + \langle U \rangle = constante$$

Separadamente  $\langle \Omega \rangle$  e  $\langle U \rangle$  devem ser constantes assim,

$$\Omega = \frac{GM_C^2}{R_C} + \frac{GM_C M_{env}}{R_*} = constante'$$

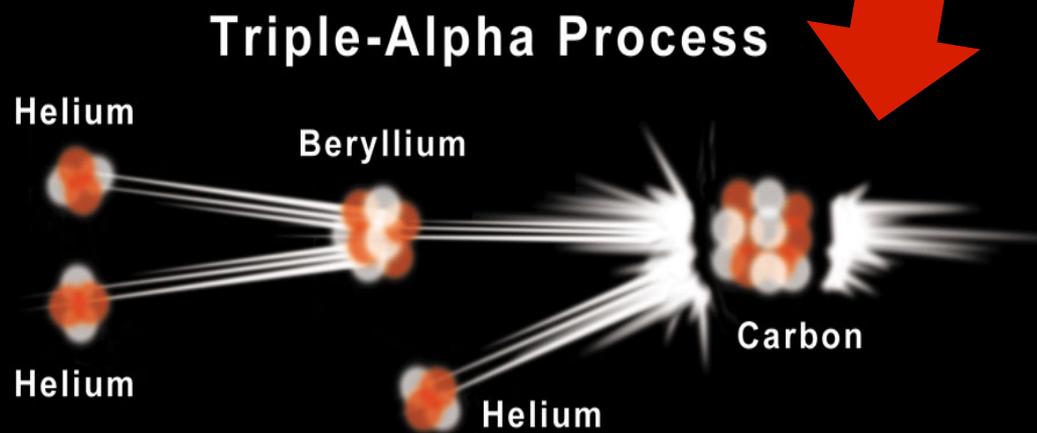


$$\frac{dR_*}{dR_C} = - \left( \frac{M_C}{M_{env}} \right) \left( \frac{R_*}{R_C} \right)^2$$

Se  $R_C$  decresce,  $R_*$  cresce, e *muito já que se amplifica*

**Observado nos modelos numéricos**

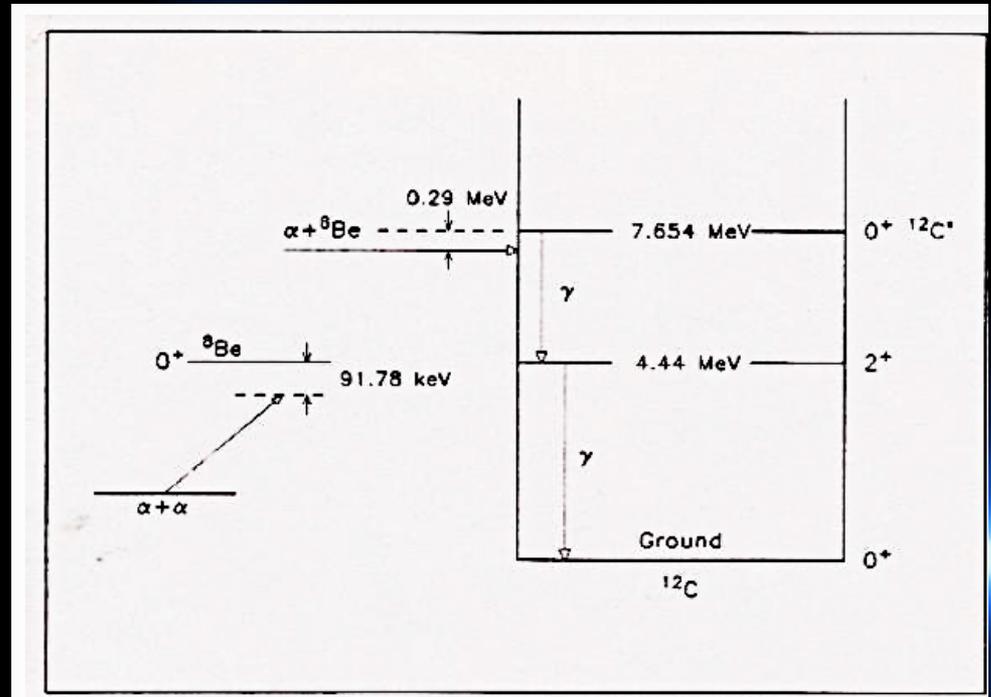
Cuidado !!! Isto **não é** uma reação de 3 corpos (probabilidade zero)  
O “berílio” esse é, na verdade, um estado ressonante que vive até o terceiro hélio fusionar...



© 2000 ESPACE [www.espace-cd.net](http://www.espace-cd.net)

Com maiores temperaturas e densidades, reações nucleares com elementos mais pesados (que detém maiores barreiras coulombianas) são possíveis (no exemplo da figura “  $3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$  ” )

Pior ainda: a reação tem a paridade errada e o C não poderia ser produzido. Hoyle postulou um C excitado com energia maior que foi detectado e decai duas vezes gama até o C normal



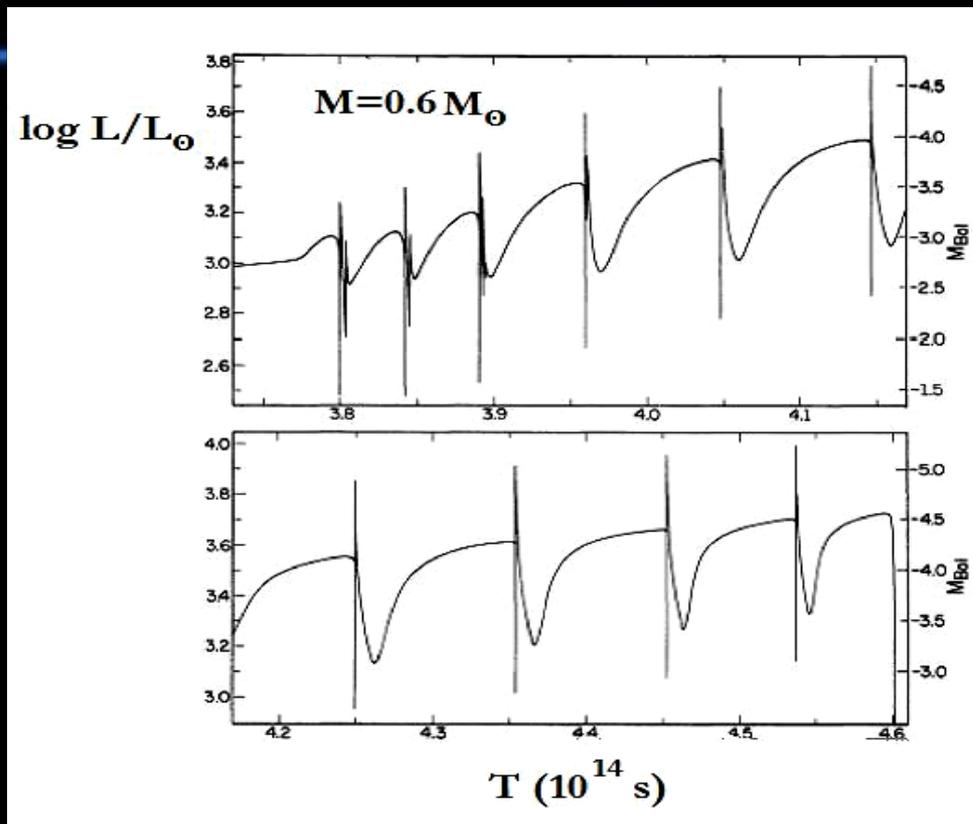
“É bem conhecido que o carbono é necessário para produzir físicos”  
R. Dicke

As fusões termonucleares podem ser instáveis se acontecem numa concha esférica, mesmo sem degenerescência (ou seja, diferentemente do helium flahs)

mudança substancial de  $\rho$

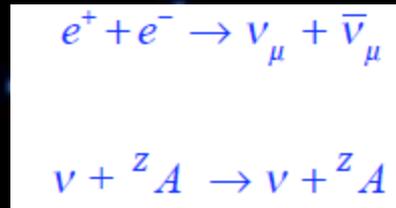
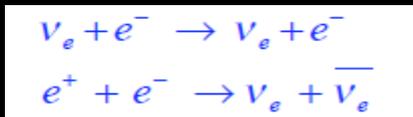
mas não de  $\frac{dr}{r} = dx$

As camadas externas são pouco afetadas no começo, mas no interior acontecem *runaways* sucessivos  $\rightarrow$  pulsos térmicos na AGB

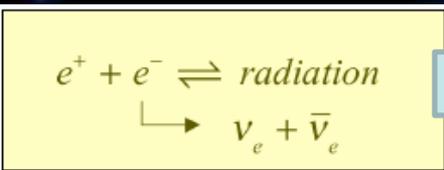


# Evolução de estrelas massivas a caminho do colapso gravitacional

O papel dos neutrinos é fundamental, os fótons não mais são o principal sumidouro de energia: correntes neutras



## 1) Aniquilação de pares ( $T_9 > 0.5$ )



$$n_\pm \propto T^3$$

$$\sigma \propto E^2 \propto (kT)^2$$

$$\sim kT$$

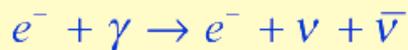
$$P_\pm \approx (T^6)(T^2)(T) = T^9$$

$$n_+ n_- \sigma v E$$

$$P_\pm \approx 4.2 \times 10^{15} T_9^9 \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$\epsilon_\nu = \frac{P_\nu}{\rho} \text{ erg gm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

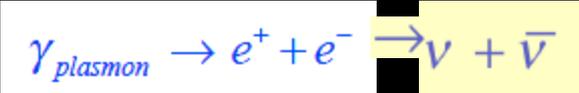
## 2) Fotoprodução (similar ao efeito Compton)



Marginal na evolução estelar

### 3) "Plasmon" (excitação coletiva do plasma)

$$\hbar\omega_{\text{plasma}} > kT$$



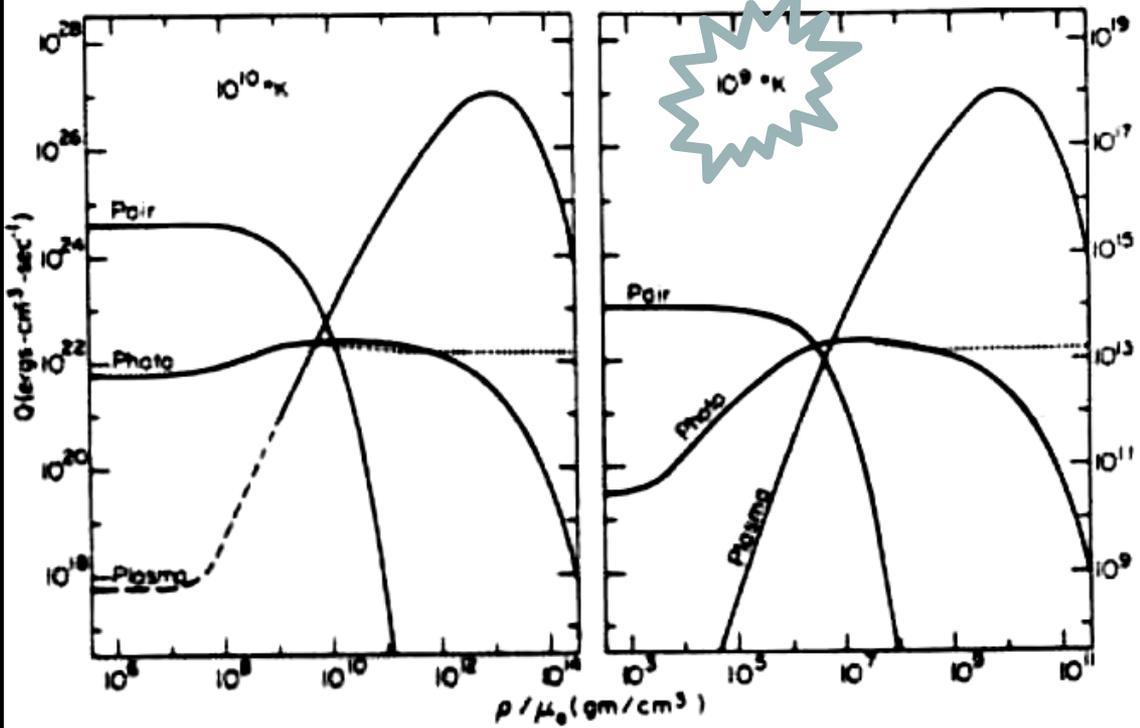
a)  $\hbar\omega_p \ll kT$

$$P_{\text{plasma}} \approx 7.4 \times 10^{21} \left( \frac{\hbar\omega_p}{m_e c^2} \right)^6 \left( \frac{m_e c^2}{kT} \right)^{-3} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

b)  $\hbar\omega_p \gg kT$

$$P_{\text{plasma}} \approx 3.3 \times 10^{21} \left( \frac{\hbar\omega_p}{m_e c^2} \right)^{7.5} \left( \frac{m_e c^2}{kT} \right)^{-3/2} \exp(-\hbar\omega_p / kT) \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

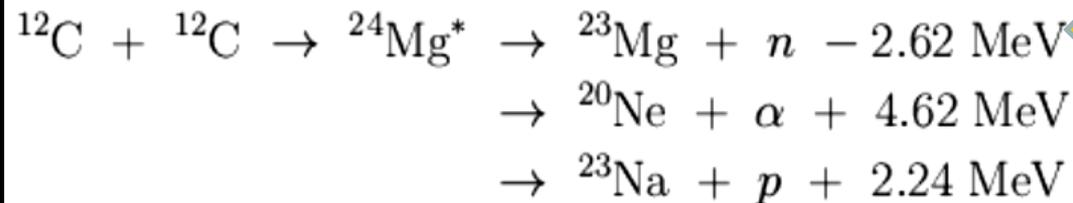
Beaudet, Petrosian, & Salpeter (1967)



# Fusão do Carbono em adiante

Condições iniciais: balanço entre a geração de energia nuclear e as perdas por neutrinos  $T \sim 10^9 \text{K}$   $\rho \sim 10^5 \text{ gm cm}^{-3}$

Reação fundamental:



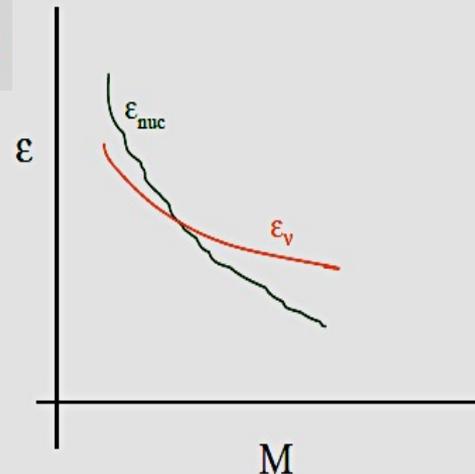
A ignição acontece quando os neutrinos o permitem

$$\langle \epsilon_{nuc} \rangle \approx \langle \epsilon_\nu \rangle$$

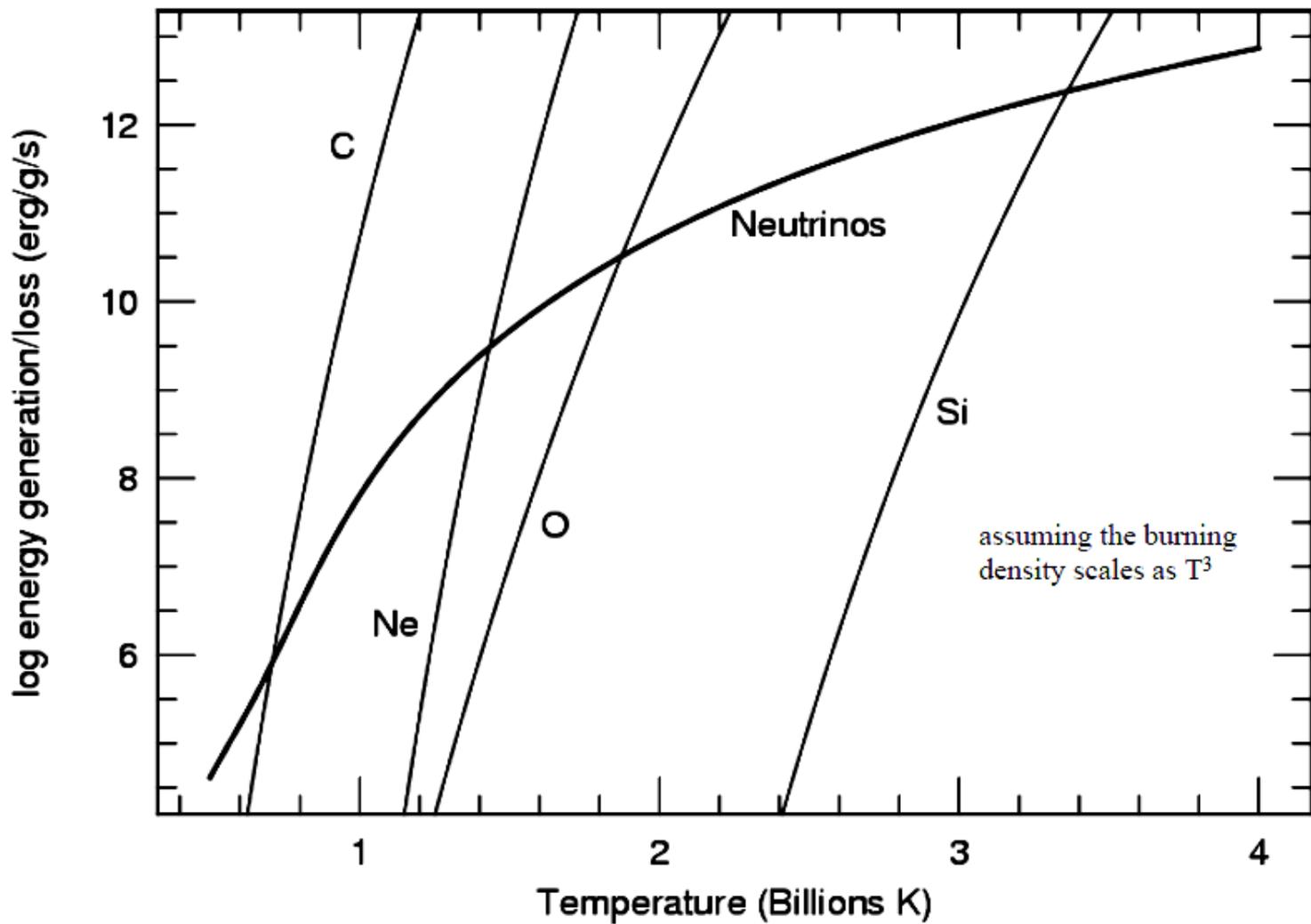
$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\int \epsilon dM}{\int dM} = \epsilon_o \frac{3.2}{(3u + s)^{3/2}}$$

Willy Fowler

$$\epsilon \propto \rho^{u-1} T^s$$

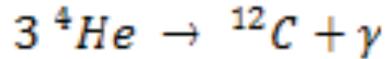


$$\begin{aligned}
 \frac{\langle \epsilon_\nu \rangle}{\langle \epsilon_{nuc} \rangle} &= 1 = \left( \frac{\epsilon_{\nu 0}}{16^{3/2}} \right) / \left( \frac{\epsilon_{nuc 0}}{36^{3/2}} \right) \\
 &\Rightarrow \epsilon_{nuc 0} = 3.4 \epsilon_{\nu 0}
 \end{aligned}$$

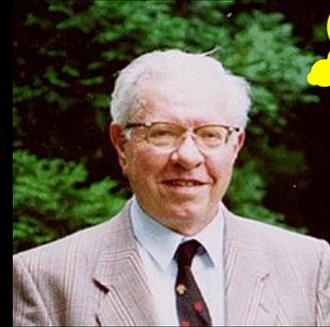
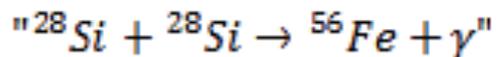
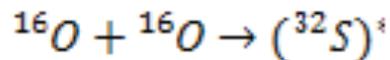
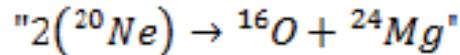
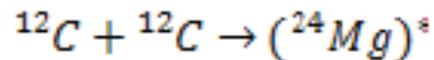


# Nas estrelas de grande massa ( $> 10 M_{\odot}$ )...

Conseguem não só a ignição do hélio...

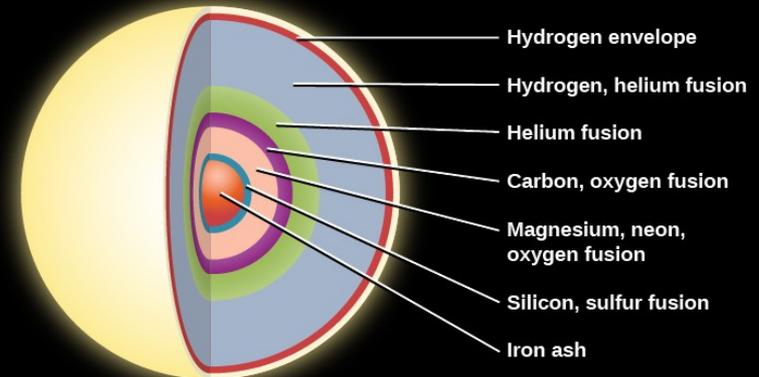


Mas posteriormente também



Fred Hoyle

Lógico, se não a vida seria impossível...



Na próxima aula, colapsos gravitacionais e supernovas termonucleares

**Obrigado !**

