

Cosmologia quântica de laços e quantização híbrida

Daniel Martín de Blas

GRUPO DE COSMOLOGIA / UFES
BOLSISTA PDJ DO CNPq



6 de Dezembro de 2013 @ UFES

Motivação à gravidade quântica

- La relatividad general (RG) explica la interacción gravitatoria de forma satisfactoria pero presenta problemas que sugieren que una descripción cuántica es necesaria.
- Incompatibilidad con las teorías cuánticas de describen la materia y el resto de interacciones:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

- Materia descrita por teoría cuántica: $T_{\mu\nu} \longrightarrow \hat{T}_{\mu\nu}$.
- Geometría: $G_{\mu\nu} \xrightarrow{?} \hat{G}_{\mu\nu}$.
- Existencia de singularidades donde la teoría pierde su validez.
 - “Regiones” del espaciotiempo donde ciertas cantidades físicas divergen (curvatura, densidad material,...).
 - Tienen lugar en regiones donde se espera efectos cuánticos gravitatorios tengan gran importancia. (Resolución de singularidades?)

Gravidade quântica de laços

- Una de las teorías más prometedoras para cuantizar la interacción gravitatoria es la *gravidad cuántica de lazos* (LQG):
 - Teoría **no perturbativa**, independiente de estructuras métricas de fondo.
 - Teoría cuántica de la relatividad general:
 - **Perspectiva geométrica** de la gravitación.
 - Cantidades geométricas como el área y el volumen están descritas cuánticamente.
 - Teoría cuántica canónica: Formulación hamiltoniana de la RG. Programa de Dirac para sistemas con ligaduras de primera clase.
 - 1 Ignorando las ligaduras el álgebra de variables clásicas se representa mediante operadores sobre un espacio de Hilbert.
 - 2 Se construyen los operadores que representan a las ligaduras.
 - 3 Los estados físicos son aquellos aniquilados por las ligaduras.
 - 4 Se construye el espacio de Hilbert físico y un conjunto completo de observables físicos.

Gravidade quântica de laços

- Gravedad cuántica de lazos:
 - Variables de Ashtekar–Barbero: **conexión** gauge y tríada densitizada (que contiene la información métrica). Ligaduras de gauss. Simplificación de las ligaduras.
 - Holonomías de la conexión a lo largo de caminos (funciones cilíndricas) y flujos de la triada densitizada a través de superficies.
 - Problemas para completar el proceso de cuantización: Implementación de la ligadura Hamiltoniana y la definición de observables físicos.
- La *cosmología cuántica de lazos* (LQC) aplica las técnicas e ideas de la LQG a sistemas cosmológicos homogéneos.
 - El programa de cuantización puede ser completado.
 - Permite estudiar las consecuencias de la geometría cuántica de lazos en sistemas de relevancia física.

Gravidade hamiltoniana

- La gravedad cuántica de lazos canónica parte de una descripción hamiltoniana de la relatividad general:
 - Espaciotiempos globalmente hiperbólicos: Exfoliación en secciones espaciales Σ a partir de una elección de una función de tiempo t .

$$\text{Métrica espaciotemporal: } g_{ab} \implies \begin{cases} \text{lapso: } N \\ \text{vector shift: } N^a \\ \text{métrica espacial: } h_{ab} \end{cases}$$

- Grados de libertad físicos dados por la tres-métrica h_{ab} .
- Momentos conjugados, π^{ab} , se obtienen a partir de la curvatura extrínseca: $K_{ab} = \mathcal{L}_n h_{ab} / 2$.
- Ligaduras:
 - Ligadura hamiltoniana o escalar C .
 - Ligadura de difeomorfismos o de momentos C_a .

Variables de Ashtekar–Barbero

- Conexión gauge $su(2)$, A_a^i , y tríada densitizada, E_a^i .
- Definición de las variables:
 - Se introduce una co-tríada e_a^i tal que: $h_{ab} = e_a^i e_b^j \delta_{ij}$.
 - La tríada e_i^a se define como la inversa a la co-tríada $e_a^i e_j^b = \delta_j^b \delta_a^i$.
 - Tríada densitizada: $E_i^a = \sqrt{h} e_i^a \Rightarrow |h| h^{ab} = E_i^a E_j^b \delta^{ij}$.
 - Conexión de Ashtekar–Barbero, $A_a^i = \Gamma_a^i + \gamma K_a^i$:
 - Γ_a^i es una conexión de espín: $2\Gamma_a^i = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \mathcal{D}_a E_k^b$.
 - K_a^i es la curvatura en forma triádica: $K_i^a = K_{ab} e_i^b$.
 - γ es un parámetro real positivo, *parámetro de Immirzi*.
- Estas variables satisfacen los siguientes corchetes de Poisson:

$$\left\{ A_a^i(x), E_j^b(y) \right\} = 8\pi G \delta_a^b \delta_j^i \delta(x - y)$$

Variables de Ashtekar–Barbero: Ligaduras

■ Ligaduras de difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b$.

■ Ligadura escalar:

$$C = \frac{1}{\sqrt{|E|}} \epsilon_{ijk} \left[F_{ab}^i - (1 - \gamma^2) \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n \right] E^{aj} E^{bk},$$

donde $F_{ab}^i = \partial_a A_b^i - \partial_b A_a^i + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k$ es el *tensor de curvatura*.

■ Variables de Ashtekar–Barbero introducen grados de libertad $SU(2)$ adicionales e introducen por tanto una nueva ligadura, denominada *ligadura de Gauss*:

$$\mathcal{G}_i = \partial_a E_i^a + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak}.$$

Genera la invariancia de la teoría bajo transformaciones $SU(2)$.

Álgebra de holonomías y flujos

■ Las variables básicas para la cuantización de LQG:

- 1 Holonomías de la conexión: $h_\alpha[A] = \mathcal{P} \exp \left\{ \int_\alpha dx^a A_a^i(x) \tau_i \right\}.$
- 2 Flujo de E a través de superficies S : $E(S, f) = \int_S f^i E_i^a \epsilon_{abc} dx^b dx^c.$

■ Motivaciones para escoger estas variables:

- Su definición **no depende de estructuras de fondo**.
 - Holonomías contienen la información invariante gauge de A .
 - Son invariantes bajo difeomorfismos espaciales.
 - Cumplen unos corchetes Poisson libres de divergencias.
- Representación del álgebra formada por estas variables lleva a obtener un espacio de Hilbert cinemático con un **producto interno discreto** (base de spin-networks, representación única,...)

MODELO DE FRW

FRW en variables de Ashtekar–Barbero

- Consideraremos el modelo de Friedmann–Robertson–Walker plano con un campo escalar homogéneo mínimamente acoplado.

Geometría FRW: $\{a, p_a\}$, Materia $\{\phi, p_\phi\}$.

- Tomaremos secciones espaciales compactas: celda fiducial $\mathcal{V}$ natural con lados de longitud coordenada 2π .
- Variables de Ashtekar–Barbero (en gauge diagonal):

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

- Corchetes de Poisson: $\{c, p\} = 8\pi G\gamma/3$.
- $p \in \mathbb{R}$, $p \propto a^2 \Rightarrow V = |p|^{3/2} \equiv$ volumen físico.
- $c \propto \gamma \partial_t a$, donde t el tiempo propio.

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \partial_a E_i^a + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak}$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \cancel{\partial_a E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \cancel{\partial_a E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

■ Difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b$

■ $F_{ab}^i = \partial_a A_b^i - \partial_b A_a^i + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \cancel{\partial_a E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

■ Difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b = \frac{pc^2}{(4\pi^2)^2} \epsilon_{jk}^i \cancel{\delta_a^j \delta_b^k}^0 \delta_i^b \equiv 0.$

■ $F_{ab}^i = \cancel{\partial_a A_b^i}^0 - \cancel{\partial_b A_a^i}^0 + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k = \frac{c^2}{4\pi^2} \epsilon_{jk}^i \delta_a^j \delta_b^k.$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \cancel{\partial_a E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

■ Difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b = \frac{pc^2}{(4\pi^2)^2} \epsilon_{jk}^i \cancel{\delta_a^j \delta_b^k}^0 \delta_i^b \equiv 0.$

■ $F_{ab}^i = \cancel{\partial_a A_b^i}^0 - \cancel{\partial_b A_a^i}^0 + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k = \frac{c^2}{4\pi^2} \epsilon_{jk}^i \delta_a^j \delta_b^k.$

■ Hamiltoniana: $C = \frac{1}{\sqrt{|E|}} \epsilon_{ijk} [F_{ab}^i - (1 + \gamma^2) \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n] E^{aj} E^{bk}$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \cancel{\partial_a E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

■ Difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b = \frac{pc^2}{(4\pi^2)^2} \epsilon_{jk}^i \cancel{\delta_a^j \delta_b^k}^0 \delta_i^b \equiv 0.$

■ $F_{ab}^i = \cancel{\partial_a A_b^i}^0 - \cancel{\partial_b A_a^i}^0 + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k = \frac{c^2}{4\pi^2} \epsilon_{jk}^i \delta_a^j \delta_b^k.$

■ Hamiltoniana: $C = \frac{1}{\sqrt{|E|}} \epsilon_{ijk} [F_{ab}^i - (1 + \gamma^2) \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n] E^{aj} E^{bk}$

■ $A_a^i = \gamma K_a^i \Rightarrow \gamma^2 \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n = F_{ab}^i$

Ligaduras

$$A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_i^a.$$

■ Gauss: $\mathcal{G}_i = \partial_a \cancel{E_i^a}^0 + \epsilon_{ijk} \Gamma_a^j E^{ak} \equiv 0.$

■ $2\Gamma_a^j = -\epsilon^{ijk} E_{jb} \cancel{\mathcal{D}_a E_k^b}^0 = 0.$

■ Difeomorfismos: $C_a = F_{ab}^i E_i^b = \frac{pc^2}{(4\pi^2)^2} \epsilon_{jk}^i \cancel{\delta_a^j \delta_b^k}^0 \delta_i^b \equiv 0.$

■ $F_{ab}^i = \partial_a \cancel{A_b^i}^0 - \partial_b \cancel{A_a^i}^0 + \epsilon_{jk}^i A_a^j A_b^k = \frac{c^2}{4\pi^2} \epsilon_{jk}^i \delta_a^j \delta_b^k.$

■ Hamiltoniana: $C = \frac{1}{\sqrt{|E|}} \epsilon_{ijk} [F_{ab}^i - (1 + \gamma^2) \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n] E^{aj} E^{bk}$

■ $A_a^i = \gamma K_a^i \Rightarrow \gamma^2 \epsilon_{mn}^i K_a^m K_b^n = F_{ab}^i$

$$C_{\text{grav}} = -\frac{\epsilon_{ijk} F_{ab}^i E^{aj} E^{bk}}{\gamma^2 \sqrt{|E|}} = -\frac{6}{\gamma^2} \sqrt{|p|} c^2$$

Dinâmica clássica

- Ligadura hamiltoniana total:

$$C = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} \sqrt{|p|} c^2 + \frac{p_\phi^2}{2V}; \quad V = |p|^{3/2}.$$

- Por simplicidade tomaremos a ligadura densitizada: $\mathcal{C} = VC$.

Dinâmica clássica

- Ligadura hamiltoniana total:

$$C = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} \sqrt{|p|} c^2 + \frac{p_\phi^2}{2V}; \quad V = |p|^{3/2}.$$

- Por simplicidade tomaremos a ligadura densitizada: $\mathcal{C} = VC$.

- Ecuaciones del movimiento:

- $\dot{p}_\phi = \{p_\phi, \mathcal{C}\} = 0 \Rightarrow p_\phi = \text{cte} > 0$

- $\dot{\phi} = \{\phi, \mathcal{C}\} = p_\phi \Rightarrow \phi = p_\phi \tau + \phi_0^0$ (campo $\equiv$ tempo escalado)

- $\dot{c} = \{c, \mathcal{C}\} = -\frac{2}{\gamma} c^2 p$

- $\dot{p} = \{p, \mathcal{C}\} = \frac{2}{\gamma} p^2 c$

- $\mathcal{C} = 0 \Rightarrow cp = \pm K p_\phi \gamma, \quad (K = \sqrt{4\pi G/3})$

Dinâmica clássica

- Ligadura hamiltoniana total:

$$C = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} \sqrt{|p|} c^2 + \frac{p_\phi^2}{2V}; \quad V = |p|^{3/2}.$$

- Por simplicidade tomaremos a ligadura densitizada: $\mathcal{C} = VC$.

- Ecuaciones del movimiento:

- $\dot{p}_\phi = \{p_\phi, \mathcal{C}\} = 0 \Rightarrow p_\phi = \text{cte} > 0$

- $\dot{\phi} = \{\phi, \mathcal{C}\} = p_\phi \Rightarrow \phi = p_\phi \tau + \phi_0^0$ (campo $\equiv$ tempo escalado)

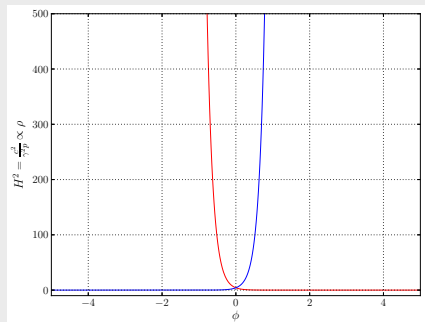
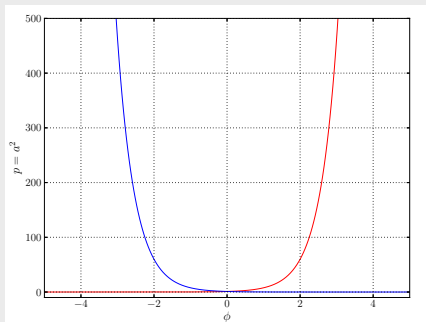
- $\dot{c} = \{c, \mathcal{C}\} = -\frac{2}{\gamma} c^2 p = \mp 2K p_\phi c \Rightarrow c = c_0 e^{\mp 2K\phi}$

- $\dot{p} = \{p, \mathcal{C}\} = \frac{2}{\gamma} p^2 c = \pm 2K p_\phi p \Rightarrow p = p_0 e^{\pm 2K\phi}$

- $\mathcal{C} = 0 \Rightarrow cp = \pm K p_\phi \gamma, \quad (K = \sqrt{4\pi G/3})$

Dinâmica clássica

$$p = p_0 e^{\pm 2K\phi}, \quad H^2 = \frac{c^2}{\gamma^2 p} = \frac{K^2 p_\phi^2}{p_0^3} e^{\mp 6K\phi} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$



■ Soluções:

- Universos em expansão com Big Bang no passado (vermelho).
- Universos em contração com Big Crunch no futuro (azul).
- A densidade de energia diverge em tais singularidades.

FRW EM WDW

Wheeler–De Witt

- Representación de la materia: tipo Schrödinger

$$\hat{\phi} = \phi, \quad \hat{p}_\phi = -i\hbar\partial_\phi; \quad \mathcal{H}_{\text{mat}} = L^2(\mathbb{R}, d\phi)$$

- Representación de la geometría: WDW–Schrödinger

$$\hat{p} = p, \quad \hat{c} = i\hbar 2K^2 \gamma \partial_p; \quad \mathcal{H}_{\text{grav}} = L^2(\mathbb{R}, dp)$$

- Espaço de Hilbert cinemático: $\mathcal{H}_{\text{cín}} = \mathcal{H}_{\text{grav}} \otimes \mathcal{H}_{\text{mat}}$

- Operador ligadura hamiltoniana (densitizada):

$$\hat{\mathcal{C}} = -\frac{1}{2K^2\gamma^2}[\hat{c}\hat{p}]^2 + \frac{1}{2}\hat{p}_\phi^2.$$

- Ecuación de Klein–Gordon con ϕ como tiempo relacional.

$$\hat{c}\hat{p} = \widehat{\text{sgn}(p)} \widehat{\sqrt{|p|}} \hat{c} \widehat{\text{sgn}(p)} \widehat{\sqrt{|p|}} = i\hbar 2K^2 \gamma \left[\frac{1}{2} + p\partial_p \right] \equiv \underline{\hat{\Omega}}$$

WDW: Análisis espectrales

- Análisis espectral de $\hat{\underline{\Omega}} = i\hbar 2K^2\gamma \left[\frac{1}{2} + p\partial_p \right]$:
 - Operador esenc. autoadjunto en $L^2(\mathbb{R}, dp)$ y en $L^2(\mathbb{R}^\pm, dp)$.
 - Espectro absolutamente continuo, no degenerado igual a $\mathbb{R}$.
 - Autoestados $\hat{\underline{\Omega}} \underline{e}_\omega(p) = \omega \underline{e}_\omega(p)$:

$$\underline{e}_\omega(p) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\gamma\hbar K^2 p}} e^{-i\frac{\omega \log p}{2\gamma\hbar K^2}}; \quad \langle \underline{e}_\omega | \underline{e}_{\omega'} \rangle = \delta(\omega - \omega').$$

- Análisis espectral de $\hat{p}_\phi = -i\hbar\partial_\phi$:
 - Operador esenc. autoadjunto en $L^2(\mathbb{R}, d\phi)$.
 - Espectro absolutamente continuo, no degenerado igual a $\mathbb{R}$.
 - Autoestados $\hat{p}_\phi e_{p_\phi}(\phi) = p_\phi e_{p_\phi}(\phi)$:

$$e_{p_\phi}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ip_\phi\phi/\hbar}; \quad \langle e_{p_\phi} | e_{p'_\phi} \rangle = \delta(p_\phi - p'_\phi)$$

WDW: Soluciones

- Soluciones $(\Psi|\hat{\mathcal{C}}^\dagger = 0; \quad (\Psi| \in \mathcal{S}^*$ [dual de conj. den. de $\text{dom } \hat{\mathcal{C}}$]
- Método de *group averaging*:

$$f(p, \phi) \in \mathcal{S}^* \quad \longrightarrow \quad \Psi_f(p, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha e^{-i\alpha \hat{\mathcal{C}}} f(p, \phi).$$

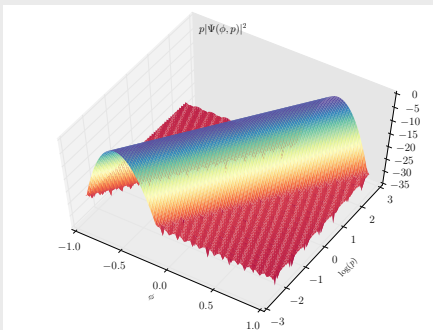
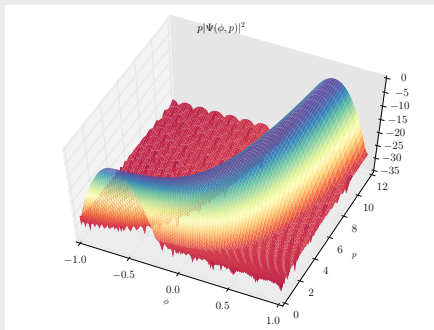
$$\begin{aligned} \Psi_f(p, \phi) &= \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega dp_\phi \tilde{f}(\omega, p_\phi) \underline{e}_\omega(p) e_{p_\phi}(\phi) \delta\left(\frac{p_\phi^2}{2} - \frac{\omega^2}{2K^2\gamma^2}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{p_\phi(\omega)} \underline{e}_\omega(p) \left[\tilde{f}_+(\omega) e^{ip_\phi(\omega)\phi/\hbar} + \tilde{f}_-(\omega) e^{-ip_\phi(\omega)\phi/\hbar} \right], \end{aligned}$$

donde $p_\phi(\omega) = \frac{|\omega|}{K\gamma}$, $\tilde{f}_\pm(\omega) = \tilde{f}(\omega, \pm p_\phi(\omega))$.

- Espaço de Hilbert físico: $\mathcal{H}_{\text{fis}} = L^2\left(\mathbb{R}, p_\phi^{-1}(\omega) d\omega\right)$.
- Observables físicos: $\hat{p}_\phi, \hat{p}|_{\phi_0} = \widehat{(a^2)}|_{\phi_0}$.

Evolução de estados físicos

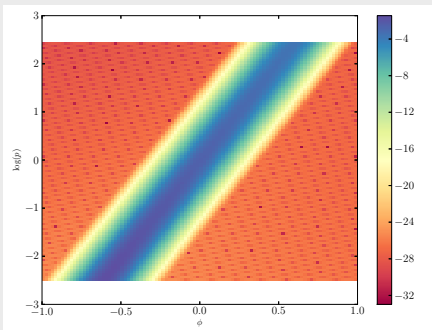
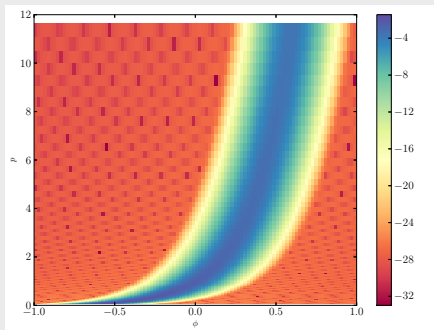
- Tomando perfis:
$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - i(\omega-\omega_0)\phi_0}$$



$$\omega_0 = 1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

Evolução de estados físicos

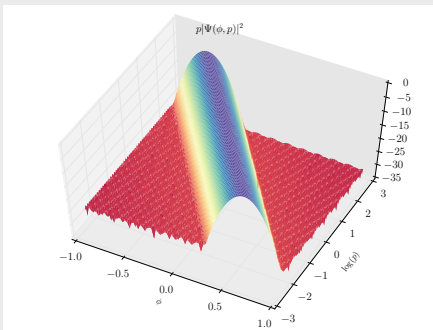
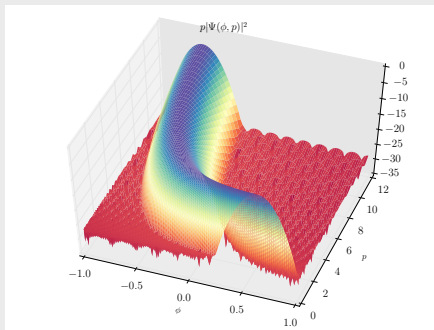
- Tomando perfis:
$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - i(\omega-\omega_0)\phi_0}$$



$$\omega_0 = 1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

Evolução de estados físicos

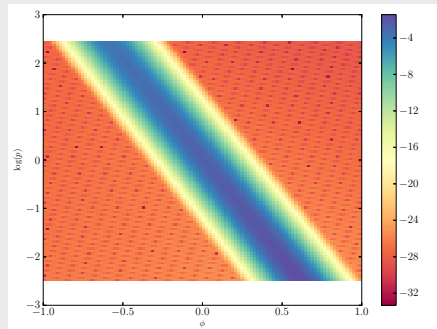
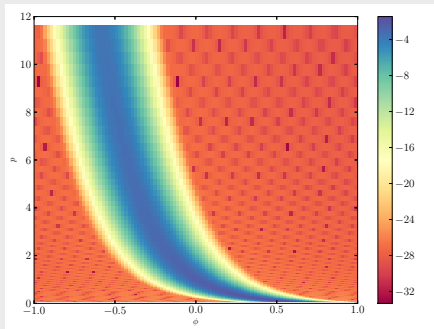
- Tomando perfis:
$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - i(\omega-\omega_0)\phi_0}$$



$$\omega_0 = -1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

Evolução de estados físicos

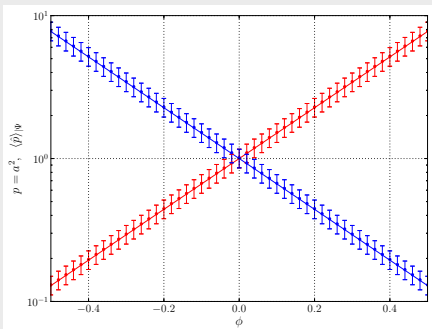
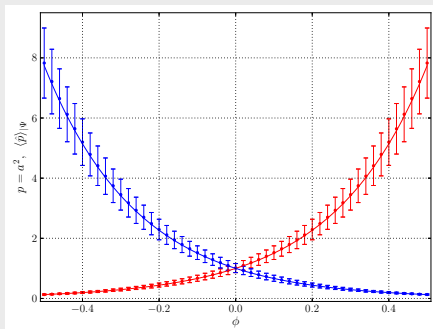
- Tomando perfis:
$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - i(\omega-\omega_0)\phi_0}$$



$$\omega_0 = -1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

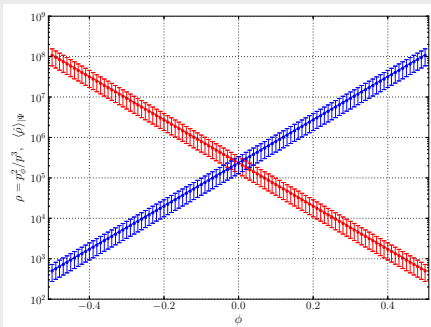
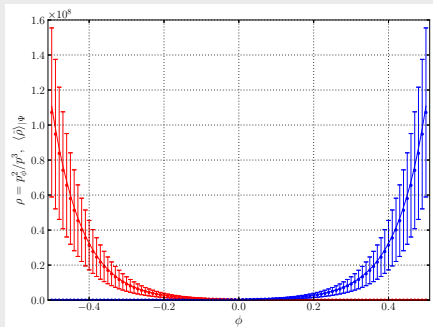
Comparación WDW vs. evolución clásica

- Factor de escala al cuadrado: $p = a^2$
- Valor esperado y disp.: $\langle \hat{p} \rangle_{|\Psi} \equiv \langle \Psi | \hat{p} | \Psi \rangle$, $\sigma_p^2 = \langle \hat{p}^2 \rangle_{|\Psi} - \langle \hat{p} \rangle_{|\Psi}^2$



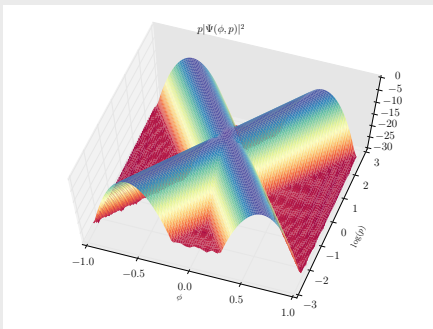
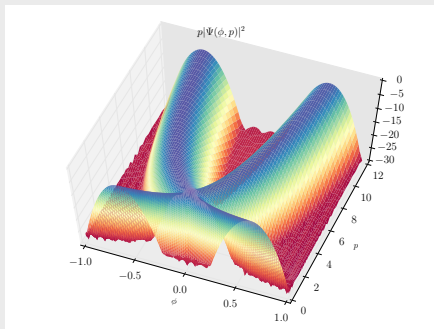
Comparación WDW vs. evolución clásica

- Densidad de energía (material): $\rho \propto \frac{p_\phi^2}{V^2} = \frac{p_\phi^2}{p^3}$



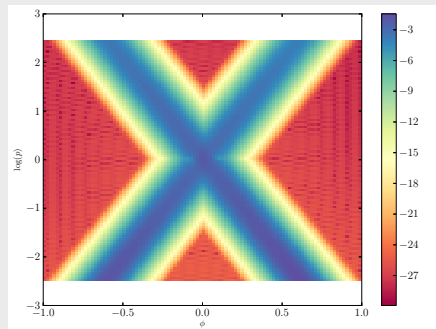
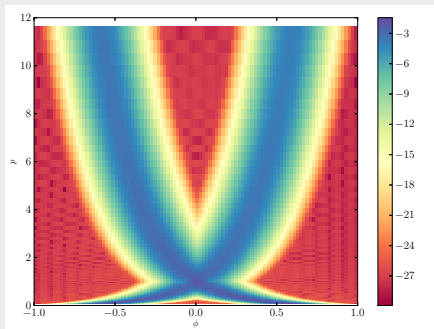
Otros estados físicos

$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - \frac{1}{2\sigma^2}(\omega+\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 1000, \sigma = 40$$



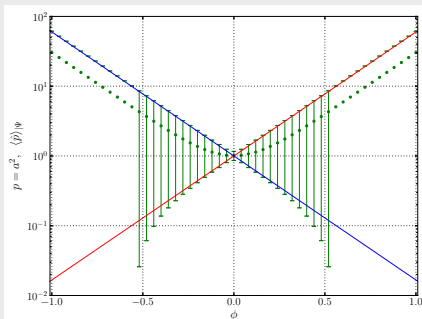
Otros estados físicos

$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - \frac{1}{2\sigma^2}(\omega+\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 1000, \sigma = 40$$



Otros estados físicos

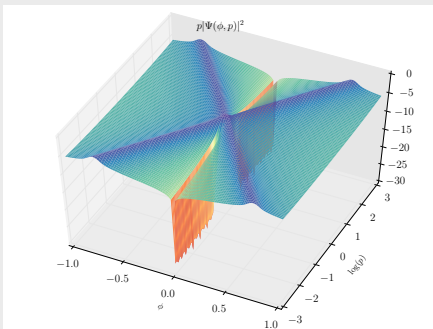
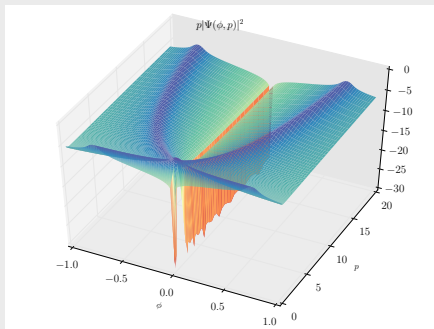
$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2 - \frac{1}{2\sigma^2}(\omega+\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 1000, \sigma = 40$$



- Bounce en $\langle \hat{p} \rangle_{|\Psi}$ recuperando la “evolución clásica”.
- No obstante:
 - 1 σ_p^2 diverge.
 - 2 No se recupera un comportamiento clásico.
 - 3 $\langle \hat{p}_\phi \rangle_{|\Psi} = 0 \Rightarrow \phi$: tiempo?
 - 4 Situación estática??

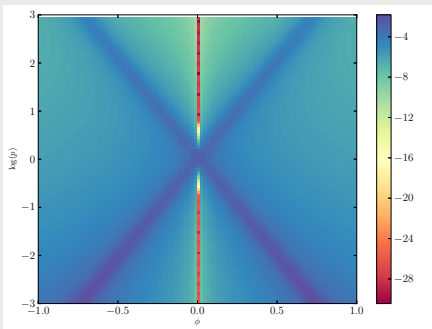
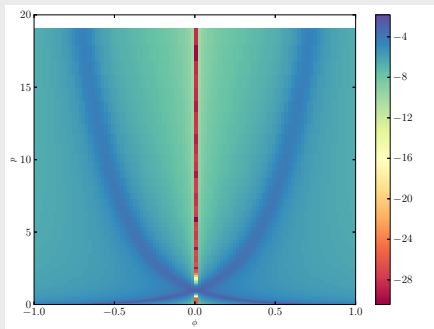
Otros estados físicos

$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 0, \quad \sigma = 80$$



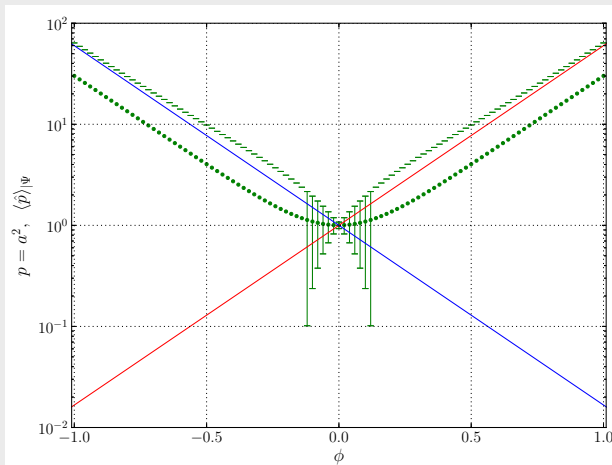
Otros estados físicos

$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 0, \quad \sigma = 80$$



Otros estados físicos

$$\tilde{f}_+(\omega) = \frac{p_\phi(\omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\omega-\omega_0)^2}, \quad \omega_0 = 0, \quad \sigma = 80$$



FWR EM LQC

Cosmologia quântica de laços

- En cosmología cuántica de lazos las variables fundamentales para la cuantización son las **holonomías** de la conexión $h_\alpha(A)$ y los flujos de la tríada $E(S, f)$.

- Para el modelo de FRW: $A_a^i = \frac{c}{2\pi} \delta_a^i, \quad E_i^a = \frac{p}{4\pi^2} \delta_a^i$.

- Holonomías: basta computarlas sobre aristas rectas orientadas de longitud coordenada $2\pi\mu \in \mathbb{R}$ en las tres direcciones fiduciales:

$$h_i^\mu(c) = e^{\mu c \tau_i} = \cos\left(\frac{\mu c}{2}\right) \mathbb{1} + 2 \sin\left(\frac{\mu c}{2}\right) \tau_i$$

- Están completamente determinadas por $\mathcal{N}_\mu(c) = e^{i\mu c/2}$
 - Álgebra de configuración: *funciones cuasiperiódicas*, $\sum_j \lambda_j \mathcal{N}_{\mu_j}(c)$
- Flujos: $E(S, f) = \frac{p}{4\pi^2} A_{S,f} \Rightarrow$ determinados por p .
- Corchetes de Poisson: $\{\mathcal{N}_\mu(c), p\} = iK^2 \gamma \mu \mathcal{N}_\mu(c)$

Representación

- Campo de materia: $\mathcal{H}_{\text{mat}} = L^2(\mathbb{R}, d\phi)$, $\hat{p}_\phi = -i\hbar\partial_\phi$.
- Geometría FRW: *Representación polimérica*
 - Representación discreta: no fuertemente continua $\Rightarrow \not\in$
 - Construcción/Determinación:
 - Álgebra de conf.: $f(c) = \sum_j f_j \mathcal{N}_{\mu_j}(c)$, continuas y acotadas.
 - Completando $\Rightarrow$ álgebra C^* de Bohr $\equiv C(\mathbb{R}_B)$: func. continuas sobre la compactificación de Bohr de la recta real $\mathbb{R}_B$.
 - compactif. de Bohr $\equiv$ grupo de homomorfismos de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}_{|z|=1}$.
 - Representación polimérica $\equiv L^2(\mathbb{R}_B, d\mu_B)$ donde $d\mu_B$ es la única medida de Haar invariante bajo $\mathbb{R}_B$.
 - Equivalentemente, en el espacio de momentos:
 - $\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle$, con $p \in \mathbb{R}$ (espectro discreto).
 - $\{|p\rangle, p \in \mathbb{R}\}$: “base” ortonormal del espacio de $\mathcal{H}_{\text{grav}}$.
 - **Producto interno discreto:** $\langle p|p'\rangle = \delta_{pp'}$.
 - Op. de holonomía: $\hat{\mathcal{N}}_\mu(c)|p\rangle = |p + p'(\mu)\rangle$, $p'(\mu) = K^2\hbar\gamma\mu$.

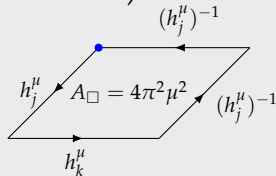
Operador ligadura hamiltoniana

$$C_{\text{grav}} = -\frac{1}{2K^2\gamma}\sqrt{|p|}c^2 \rightarrow C_{\text{grav}} \propto \int dx^3 \frac{\epsilon_{ijk} F_{ab}^i E^{aj} E^{ak}}{\sqrt{|E|}}.$$

- Es preciso escribir la ligadura en términos de holonomías:

$$F_{ab}^i = -2 \lim_{A_{\square} \rightarrow 0} \text{tr} \left(\frac{h_{\square_{jk}}^{\mu} - \mathbb{1}}{A_{\square}} \tau^i \right) \delta_a^i \delta_b^k,$$

$$h_{\square_{jk}}^{\mu} \equiv h_j^{\mu} h_k^{\mu} (h_j^{\mu})^{-1} (h_k^{\mu})^{-1} \equiv$$



- Identidad clásica pero límite cuántico mal definido:

- Espectro del operador área en LQG es discreto con mínimo autovalor no nulo $\Delta = 4\sqrt{3}\pi\gamma\ell_{\text{Pl}}^2$.

Improved Dynamics

■ Propuestas de cuantización: Longitud mínima para holonomías

■ *Old dynamics*: $A_{\square} = 4\pi^2\mu_0^2 = \Delta$

■ *Improved dynamics*: $|E(A_{\square}, 1)| = |p|\bar{\mu}^2 = \Delta \Rightarrow \bar{\mu} = \sqrt{\Delta/|p|}$

■ Improved dynamics:

■ $\bar{\mu}$ depende del estado $\Rightarrow$ acción de $\hat{\mathcal{N}}_{\bar{\mu}}$ compleja sobre $|p\rangle$.

■ Parámetro afín: $v = \text{sgn}(p)|p|^{3/2}/(2\pi\gamma^2\ell_{\text{Pl}}^2\sqrt{\Delta}) \propto V$.

■ De esta forma: $\hat{\mathcal{N}}_{\pm\bar{\mu}}|v\rangle = |v \pm 1\rangle$.

■ Ligadura hamiltoniana “clásica”:

$$C = -\frac{3}{2K^2\gamma V} \left[\frac{\text{sen}(\bar{\mu}c)}{\bar{\mu}} \text{sgn}(p) \right]^2 p^2 + \frac{p_{\phi}^2}{2V}$$

Nótese que $2\text{sen}(\bar{\mu}c) = -i(\mathcal{N}_{2\bar{\mu}}(c) - \mathcal{N}_{-2\bar{\mu}}(c))$.

Regularización del inverso del volumen

■ $p = 0$ pertenece al espectro discreto de $\hat{p} \Rightarrow \widehat{\left[\frac{1}{|p|^{3/2}}\right]}$.

- Regularización (Truco de Thiemann):

Se tiene la identidad clásica,

$$\frac{\text{sgn}(p)}{|p|^{1-s}} = \frac{1}{4s\pi\gamma G} \frac{1}{\mu} \text{tr} \left(\sum_i h_i^\mu(c) \left\{ [h_i^\mu(c)]^{-1}, |p|^s \right\} \right).$$

- Tomando $s = 1/2$, el valor de $\bar{\mu}$ y promoviendo a operador:

$$\left[\frac{1}{\sqrt{|p|}} \right]_{\text{reg}} = \frac{3\widehat{\text{sgn}(p)}}{4\pi\gamma\ell_{\text{Pl}}^2\sqrt{\Delta}} \widehat{\sqrt{|p|}} \left(\widehat{\mathcal{N}_{-\bar{\mu}}\sqrt{|p|}\mathcal{N}_{\bar{\mu}}} - \widehat{\mathcal{N}_{\bar{\mu}}\sqrt{|p|}\mathcal{N}_{-\bar{\mu}}} \right)$$

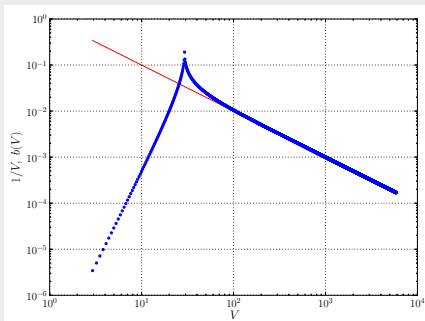
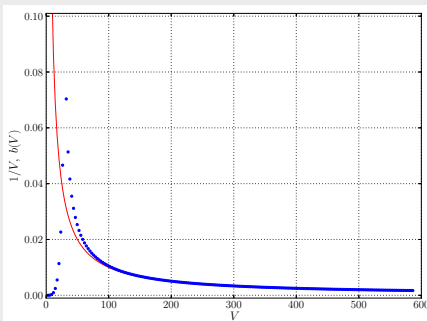
De esta forma podemos definir:

$$\left[\frac{1}{V} \right]_{\text{reg}} = \left[\frac{1}{\sqrt{|p|}} \right]_{\text{reg}}^3$$

Regularização do inverso do volume

- Actuação sobre a base de estados $|v\rangle$:

$$\left[\frac{1}{V}\right] |v\rangle = b(v) |v\rangle, \quad b(v) = \frac{27|v|}{16\pi\gamma\ell_{\text{Pl}}^2\sqrt{\Delta}} \left| |v+1|^{1/3} - |v-1|^{1/3} \right|^3$$



Operador ligadura hamiltoniana

$$\hat{C} = \left[\widehat{\frac{1}{V}} \right]^{1/2} \underbrace{\left(-\frac{1}{2K^2\gamma^2} \hat{\Omega}^2 + \frac{1}{2} \hat{p}_\phi^2 \right)}_{\hat{C}} \left[\widehat{\frac{1}{V}} \right]^{1/2}$$

- Construcción del operador $\hat{\Omega}$:

$$\hat{\Omega} \equiv \hat{c}\hat{p}; \quad c p \rightarrow \text{sgn}(p) \frac{\text{sen}(\bar{\mu}c)}{\bar{\mu}} p = \text{sgn}(p) \text{sen}(\bar{\mu}c) V / \sqrt{\Delta}.$$

Orden de factores (ambigüedad):

- $\text{sgn}(p) \text{sen}(\bar{\mu}c) \rightarrow [\text{sgn}(p) \text{sen}(\bar{\mu}c) + \text{sen}(\bar{\mu}c) \text{sgn}(p)] / 2.$
- V distribuido simétricamente a izquierda y derecha.

$$\hat{\Omega} = \frac{i}{4\sqrt{\Delta}} \widehat{\sqrt{V}} \left[\widehat{\text{sgn}(p)} (\hat{\mathcal{N}}_{-2\bar{\mu}} - \hat{\mathcal{N}}_{2\bar{\mu}}) + (\hat{\mathcal{N}}_{-2\bar{\mu}} - \hat{\mathcal{N}}_{2\bar{\mu}}) \widehat{\text{sgn}(p)} \right] \widehat{\sqrt{V}}.$$

Operador ligadura hamiltoniana

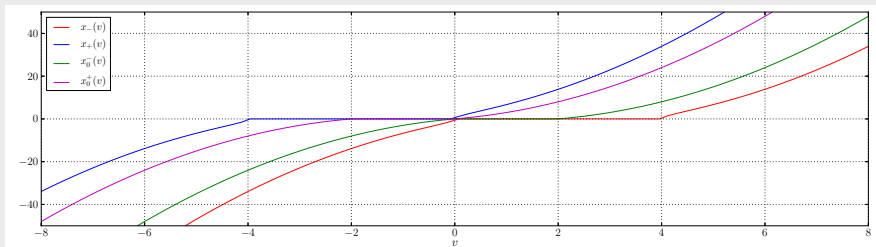
■ Ação del operador $\hat{\Omega}^2$:

$$\hat{\Omega}^2|v\rangle = -\kappa^2 [x_+(v)|v+4\rangle - (x_0^+(v) + x_0^-(v))|v\rangle + x_-(v)|v-4\rangle]$$

donde: $\kappa = \pi\gamma\ell_{\text{Pl}}^2$,

$$2x_-(v) = \sqrt{|v||v-4|}|v-2|[\text{sgn}(v) + \text{sgn}(v-4)], \quad x_+(v) = x_-(v+4),$$

$$2x_0^-(v) = |v||v-2|[\text{sgn}(v) + \text{sgn}(v-2)], \quad x_0^+(v) = x_0^-(v+2).$$

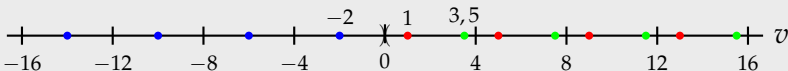


■ $x_-(v) = 0$ para $v \in [0, 4]$ y $x_+(v) = 0$ para $v \in [-4, 0]$

Operador ligadura hamiltoniana

- Ação del operador ligadura hamiltoniana $\hat{C}$:
 - Desacopla los estados de volumen cero $|v = 0\rangle$: Resolución cinemática de la singularidad clásica.
 - Desacopla los sectores con signos opuestos en v .
 - Únicamente relaciona estados contenidos en semiredes de paso 4. Permite definir *sectores de superselección*.

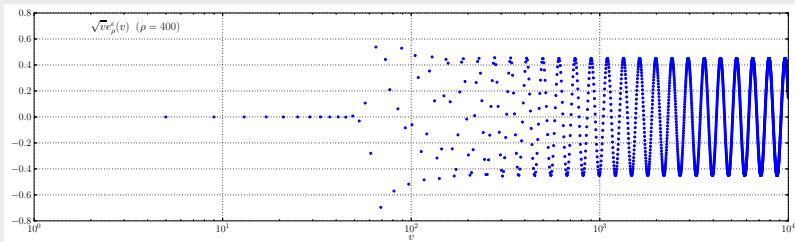
$$\mathcal{L}_\epsilon^\pm = \{v | v = \pm\epsilon \pm 4k, k \in \mathbb{N}\}, \quad \epsilon \in (0, 4]$$



- Restringiremos el estudio a los sectores $\mathcal{L}_\epsilon^+ \Rightarrow \mathcal{H}_\epsilon^+$.
- Por simplicidad estudiaremos el operador ligadura hamiltoniana densitizada $\hat{C} \Rightarrow \hat{\Omega}^2$ y $\hat{p}_\phi^2$ son observables de Dirac.

Estudio espectral de $\hat{\Omega}^2$

- El operador $\hat{\Omega}^2$ es esencialmente autoadjunto, con espectro absolutamente continuo, no degenerado e igual a la recta real positiva.
- Autoestados: $\hat{\Omega}^2 |e_\rho^\epsilon\rangle = \rho^2 |e_\rho^\epsilon\rangle$, $|e_\rho^\epsilon\rangle = \sum_{\mathcal{L}_\epsilon} e_\rho^\epsilon(v) |v\rangle$, $\rho \in \mathbb{R}^+$.

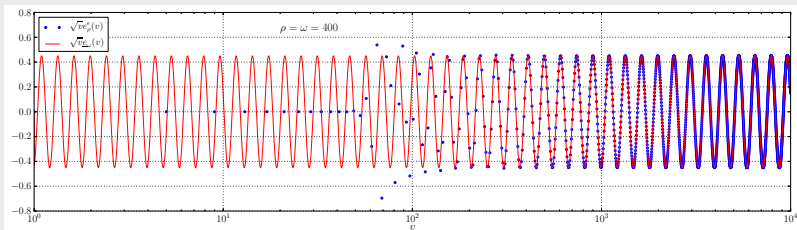


- $e_\rho^\epsilon(v)$ está altamente suprimido para $v \leq \rho/2\kappa$.
- Límite WDW para $v \gg \rho/2\kappa \Rightarrow \langle e_\rho^\epsilon | e_{\rho'}^\epsilon \rangle = \delta(\rho - \rho')$.

$$e_\rho^\epsilon(v) \xrightarrow{v \gg 1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi\kappa v}} \cos\left(\frac{\rho}{4\kappa} \log v + \varphi_\rho^\epsilon\right).$$

Estudio espectral de $\hat{\Omega}^2$

- El operador $\hat{\Omega}^2$ es esencialmente autoadjunto, con espectro absolutamente continuo, no degenerado e igual a la recta real positiva.
- Autoestados: $\hat{\Omega}^2 |e_\rho^\epsilon\rangle = \rho^2 |e_\rho^\epsilon\rangle$, $|e_\rho^\epsilon\rangle = \sum_{\mathcal{L}_\epsilon} e_\rho^\epsilon(v) |v\rangle$, $\rho \in \mathbb{R}^+$.



- $e_\rho^\epsilon(v)$ está altamente suprimido para $v \leq \rho/2\kappa$.
- Límite WDW para $v \gg \rho/2\kappa \Rightarrow \langle e_\rho^\epsilon | e_{\rho'}^\epsilon \rangle = \delta(\rho - \rho')$.

$$e_\rho^\epsilon(v) \xrightarrow{v \gg 1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi \kappa v}} \cos \left(\frac{\rho}{4\kappa} \log v + \varphi_\rho^\epsilon \right).$$

LQC: Soluciones

- Soluciones $(\Psi|\hat{\mathcal{C}}^+ = 0; \quad (\Psi| \in \mathcal{S}^*$ [dual de conj. den. de $\text{dom } \hat{\mathcal{C}}$]
- Método de *group averaging*:

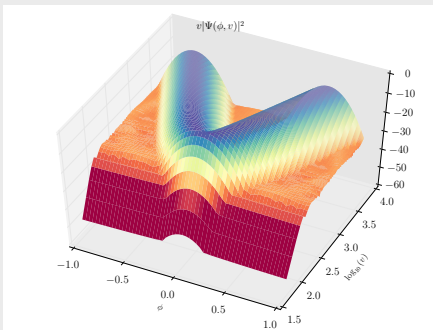
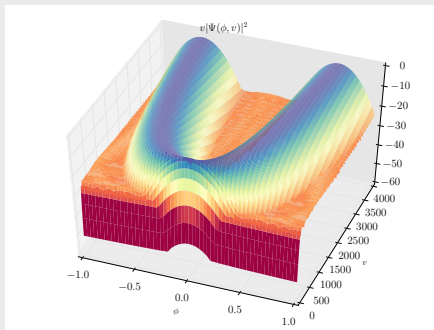
$$\begin{aligned}
 f(v, \phi) \in \mathcal{S}^* &\longrightarrow \Psi_f(v, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha e^{-i\alpha \hat{\mathcal{C}}} f(v, \phi) \\
 \Psi_f(v, \phi) &= \int_0^{\infty} d\rho \int_{-\infty}^{\infty} dp_{\phi} \tilde{f}(\rho, p_{\phi}) e_{\rho}^{\epsilon}(v) e_{p_{\phi}}(\phi) \delta\left(\frac{p_{\phi}^2}{2} - \frac{\rho^2}{2K^2\gamma^2}\right) \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{p_{\phi}(\rho)} e_{\rho}^{\epsilon}(v) \left[\tilde{f}_+(\rho) e^{ip_{\phi}(\rho)\phi/\hbar} + \tilde{f}_-(\rho) e^{-ip_{\phi}(\rho)\phi/\hbar} \right]
 \end{aligned}$$

donde $p_{\phi}(\rho) = \frac{\rho}{K\gamma}$, $\tilde{f}_{\pm}(\rho) = \tilde{f}(\rho, \pm p_{\phi}(\rho))$

- Espaço de Hilbert físico: $\mathcal{H}_{\text{fís}} = L^2\left(\mathbb{R}^+, p_{\phi}^{-1}(\rho) d\rho\right)$
- Observables físicos: $\hat{p}_{\phi}, \hat{v}|_{\phi_0}$ (o $\hat{p}|_{\phi_0}$)

Evolução de estados físicos

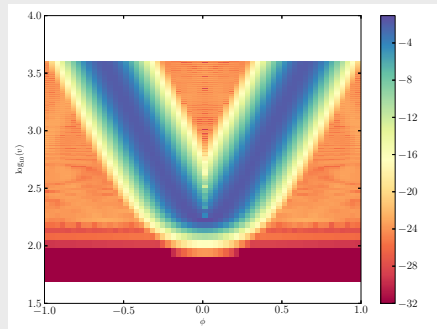
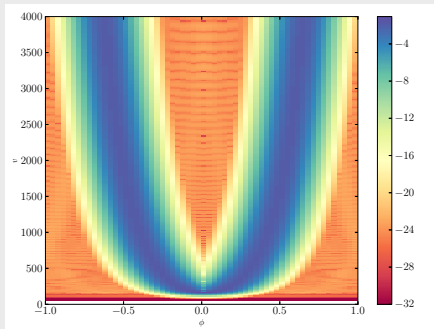
- Tomando perfis:
$$\tilde{f}_+(\rho) = \frac{p_\phi(\rho)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\rho-\rho_0)^2 - i(\rho-\rho_0)\phi_0}$$



$$\epsilon = 1, \quad \rho_0 = 1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

Evolução de estados físicos

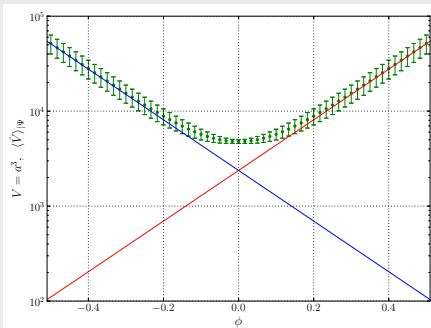
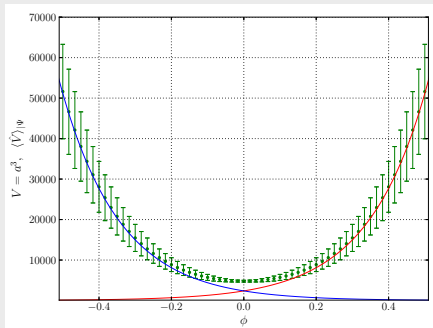
■ Tomando perfis: $\tilde{f}_+(\rho) = \frac{p_\phi(\rho)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\rho-\rho_0)^2 - i(\rho-\rho_0)\phi_0}$



$$\epsilon = 1, \quad \rho_0 = 1000, \quad \sigma = 40, \quad \phi_0 = 0$$

Comparación LQC vs. evolución clásica

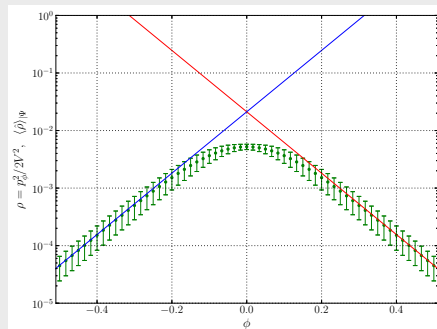
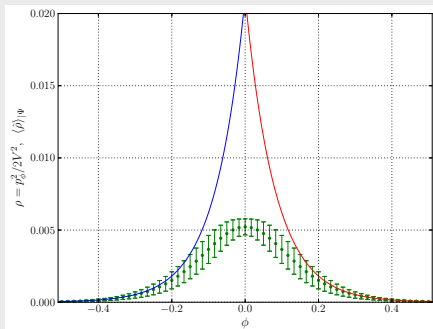
- Volumen: $V = a^3$.
- Valor esp. y disp.: $\langle \hat{V} \rangle_{|\Psi} \equiv \langle \Psi | \hat{V} | \Psi \rangle$, $\sigma_V^2 = \langle \hat{V}^2 \rangle_{|\Psi} - \langle \hat{V} \rangle_{|\Psi}^2$.



- **Bounce determinista** que une las dos soluciones clásicas.

Comparación LQC vs. evolución clásica

- Densidad de energía (material): $\rho = \frac{p_\phi^2}{2V^2}$.



- ρ está acotada superiormente por $\rho_c \approx \frac{\sqrt{3}}{32\pi^2\gamma^3}\rho_{\text{Pl}} \approx 0,41\rho_{\text{Pl}}$.
- Resolución dinámica de la singularidad.

Dinâmica efectiva

- Correcciones de primer orden de la LQC a la teoría clásica.
- Deducida para unos pocos modelos y familias de estados.
- Ligadura hamiltoniana efectiva: $\langle \hat{\Omega} \rangle_{\Psi} \rightarrow \frac{\text{sen}^2(\bar{\mu}c)}{\bar{\mu}^2} p^2$.

$$\mathcal{C}_{\text{eff}} = -\frac{1}{2K^2\gamma^2\Delta} V^2 \text{sen}^2 b + \frac{p_{\phi}^2}{V}.$$

donde $V = p^{3/2}$, $b = \bar{\mu}c$, $\{b, v\} = 4\pi G\gamma\sqrt{\Delta}$.

- Es inmediato obtener las ecuaciones de movimiento modificadas por la LQC.
- Dos importantes predicciones:
 - 1 Fase de super-inflación ($\dot{H} > 0$) después del bounce.
 - 2 Resolución genérica de singularidades de curvatura fuertes.

Dinâmica efetiva: ausência de singularidade

- Ecuaciones modificadas:

$$\dot{V} = \{V, \mathcal{C}_{\text{eff}}\} = \frac{3V^2}{\gamma\sqrt{\Delta}} \sin b \cos b; \quad \dot{b} = \{b, \mathcal{C}_{\text{eff}}\} = -\frac{3V}{\gamma\sqrt{\Delta}} \sin^2 b.$$

Por otra parte: $\mathcal{C}_{\text{eff}} = 0 \Rightarrow \frac{\sin^2 b}{\Delta\gamma^2} = K^2 \frac{p_\phi^2}{V^2} = 2K^2\rho$

- Ecuación de Friedmann modificada:

$$H^2 = \frac{(\partial_t a)^2}{a^2} = \frac{\dot{V}^2}{9V^4} \Rightarrow H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_c}\right)$$

- Ausencia de singularidad: $\dot{V} = 0$ para $\rho = \rho_c$.
- Puede mostrarse que todas las singulares de curvatura fuertes se resuelven.

Dinâmica efectiva: Super-inflação

- *Super-inflação*: fase de evolução em la que $\partial_t H > 0$.
- Aceleração do universo é mais rápida que em de Sitter.
- Em relatividade geral se necessita matéria que não cumpra a condição de energia débil.
- De a equação de Raychaudhuri e de Friedmann modificadas se obtiene:

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + P) \left(1 - 2\frac{\rho}{\rho_c}\right).$$

- Fase superinflacionaria para $\rho_c/2 < \rho \leq \rho_c$, para toda matéria satisfaciendo a condição de energia débil.

QUANTIZAÇÃO HÍBRIDA

Quantização Híbrida

- Muchos modelos homogéneos has sido satisfactoriamente cuantizados mediante la cosmología cuántica de lazos: cosmologías con diferentes curvaturas, constante cosmológica, anisotropías (modelos de Bianchi I, II y IX),...
- En todos los casos lleva a la resolución de singularidades.
- Modelos inhomogéneos en el marco de cosmología cuántica de lazos.
 - Modelos con una mayor riqueza física y cercanos al universo.
 - Al igual que la teoría completa contienen infinitos grados de libertad.
 - Permite estudiar la robustez de los mecanismos de resolución de singularidades.

Quantização Híbrida

- Para estudar sistemas inhomogêneos en el marco de la LQC se desarrollaron unas técnicas de *cuantización híbrida*.
- Combinan la *cuantización polimérica* de la LQC con la cuantización de Fock.
- Hipótesis: los efectos de la gravedad cuántica (de lazos) son aquellos que afectan a los grados de libertad homogêneos.
- El espacio de fases: $\Gamma = \Gamma_{\text{hom}} \oplus \Gamma_{\text{inh}}$.
 - Los “campos de inhomogeneidades” se seleccionan usando un criterio de unicidad que también selecciona la representación de Fock.
 - El criterio de unicidad impone a la cuantización de Fock la invariancia de su vacío bajo las simetrías espaciales y la implementación unitaria de la evolución.
 - Descomposición en modos de Fourier de los campos:
 - Γ_{hom} : modos cero; Γ_{inh} : resto de modos.

Quantização Híbrida

- El espacio de Hilbert cinemático obtenido toma la forma:

$$\mathcal{H}_{\text{cin}} = \mathcal{H}_{\text{hom}} \otimes \mathcal{H}_{\text{inh}}$$

donde:

- $\mathcal{H}_{\text{hom}} = \mathcal{H}_{\text{hom}}^{\text{grav}} \otimes \mathcal{H}_{\text{hom}}^{\text{mat}}$.

cuantización polimérica de LQC.

cuantización tipo Schrödinger.

- $\mathcal{H}_{\text{inh}} = \bigotimes_{\alpha} \mathcal{F}^{\alpha}$

Espacios de Fock de inhomogeneidades materiales y ondas gravitacionales.

- Construcción de las ligaduras cuánticas.
- La cuantización no es trivial dado que las ligaduras acoplan los distintos subespacios de Hilbert cinemáticos.

Quantização Híbrida

■ Modelos estudiados:

- Modelos de Gowdy en vacío y con materia: Bianchi I + inhomogeneidades.
- Modelos de FRW con campo material masivo y con perturbaciones cosmológicas (modelos inflacionarios).

■ Resultados:

- Modelos cosmológicos son completamente cuantizados.
- Es posible resolver las singularidades de tipo Big Bang en estos modelos (al menos cinemáticamente).
- La cuantización de Fock de las inhomogeneidades tratar la complejidad proveniente de considerar campos.
- Se puede recuperar la teoría cuántica de campos usual.
- Permite estudiar efectos “observables” de la LQC: Modificación del espectro de potencias del CMB, amplificación de inhomogeneidades a través del bounce,...

Sumário

- La cosmología cuántica de lazos aplica las ideas y métodos de la gravedad cuántica de lazos a sistemas cosmológicos homogéneos.
- La elección de las holonomías de la conexión como variable para la cuantización es fundamental.
- Esto lleva a la obtención de un espacio de Hilbert cinemático discreto.
- Construcción del operador de curvatura mediante holonomías y la prescripción de dinámica mejorada.
- Ligadura hamiltoniana: Ecuación en diferencias finitas de paso constante en el volumen.

Sumário

- Su acción permite resolver de forma cinemática la singularidad y definir sectores de superselección.
- La evolución de soluciones físicas muestra la resolución dinámica de la singularidad a través de un *bounce* determinista.
- También muestran un fase de superinflacionaria posterior al bounce.
- Para estudiar modelos cosmológicos inhomogéneos en LQC se ha desarrollado una *cuantización híbrida*.
- Ésta compatibiliza la cuantización polimérica de la LQC para la geometría de fondo homogénea con la cuantización de Fock usual para las inhomogéneidades.

Sumário

- Su acción permite resolver de forma cinemática la singularidad y definir sectores de superselección.
- La evolución de soluciones físicas muestra la resolución dinámica de la singularidad a través de un *bounce* determinista.
- También muestran un fase de superinflacionaria posterior al bounce.
- Para estudiar modelos cosmológicos inhomogéneos en LQC se ha desarrollado una *cuantización híbrida*.
- Ésta compatibiliza la cuantización polimérica de la LQC para la geometría de fondo homogénea con la cuantización de Fock usual para las inhomogéneidades.

Obrigado pela sua atenção!