

Inverno Astrofísico 2019

FÍSICA DE PARTÍCULAS ELEMENTARES
E COSMOLOGIA DE PARTÍCULAS

GLÁUBER CARVALHO DORSCH
glauber.dorsch@gmail.com

Exercícios de aquecimento

EXERCÍCIO 1. A Física de Partículas lida com fenômenos em escalas subatômicas, envolvendo ordens de grandeza muito díspares daquelas com que estamos familiarizados no dia-a-dia. Por isso, é difícil adquirir uma intuição acurada das quantidades físicas relevantes em termos das unidades do Sistema Internacional (metro, segundo, grama, etc.). Nesse caso é mais conveniente usar um outro sistema de unidades, chamado “sistema natural de unidades” por motivos que ficarão claros a seguir.

(a) A unidade de energia *elétron-volt* (eV) é definida como a energia adquirida por um elétron de carga $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C ao ser acelerado por uma diferença de potencial de 1 Volt. Calcule o equivalente a 1 eV em Joules. (Em Física de Partículas o mais comum é lidar com energias da ordem de $\text{GeV} \equiv 10^9$ eV.)

(b) Por se tratar de uma teoria quântica relativística, duas constantes fundamentais aparecem frequentemente nas expressões das grandezas físicas computadas em Física de Partículas:

$$\begin{aligned} \hbar &\simeq 1.055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} && \frac{(\text{constante de Planck})}{2\pi} \\ c &\simeq 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} && (\text{velocidade da luz no vácuo}) \end{aligned}$$

Obtenha o valor de $\hbar$ em unidades de $\text{GeV} \cdot \text{s}$. Mostre que é possível escrever unidades de comprimento, de tempo e de massa em termos de $\hbar$, c e GeV . Discuta o resultado.

(c) Imagine, por um momento, que decidamos medir comprimentos, larguras e alturas usando unidades (e dimensões!) diferentes para cada uma dessas direções espaciais. Mostre que devem existir fatores de conversão entre essas unidades, e discuta suas propriedades. Explique por quê essa decisão, mais do que artificial, é anti-natural.

(d) A velocidade da luz no vácuo, c , é uma constante universal, com cujo valor quaisquer observadores sob quaisquer circunstâncias no Universo concordam. Podemos, portanto, considerar c como um fator de conversão, análogo ao caso da discussão anterior. Repetindo a argumentação acima, a que conclusões podemos chegar baseado na constância da velocidade da luz?

O valor de c citado acima apenas ilustra a anti-naturalidade das definições de metro e segundo no SI. Um sistema natural de unidades, baseado em princípios físicos universais, seria tal que

$$c = 1.$$

(e) Analogamente, $\hbar$ também é uma constante fundamental da Natureza, e portanto um sistema natural teria

$$\hbar = 1.$$

Que conclusões físicas podemos extrair dessa simples constatação da constância de $\hbar$?

(f) Mostre que, em unidades naturais, as unidades de distância, tempo e massa podem ser expressas em termos de unidades de energia apenas. Converta, de unidades naturais para unidades do SI: (i) 1 GeV^{-1} de distância; (ii) 1 GeV de massa.

EXERCÍCIO 2. Em Mecânica Quântica, uma partícula com momento linear p não se comporta como um corpúsculo clássico, com trajetória bem definida, mas apresenta alguns comportamentos que seriam esperados de uma onda com comprimento de onda

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (\text{Relação de de Broglie}).$$

Por exemplo, um feixe de elétrons pode sofrer difração (este é o princípio de funcionamento do *microscópio eletrônico*).

(a) Discuta a relação entre o comprimento da onda incidente num objeto e a resolução da imagem resultante (i.e. o tamanho típico das sub-estruturas do objeto que podemos enxergar com essa radiação).

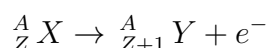
(b) No Sirius — o novo laboratório de luz síncrotron brasileiro, localizado no LNLS em Campinas — um feixe de elétrons é acelerado a energias de 3 GeV e posto a girar em uma circunferência de 518,4 m de comprimento, onde são continuamente acelerados por fortes campos magnéticos. Por se tratarem de cargas elétricas aceleradas, esses elétrons emitem radiação eletromagnética de diversas frequências (chamada radiação síncrotron), que são separadas e coletadas em 13 diferentes canais (chamados linhas de luz), cada uma com intensidades e energias características. Na linha de luz Sapucaia, por exemplo, o feixe de luz é otimizado para 12 keV de energia. Estime a escala de comprimento mínima que pode ser discernida por essa fonte, e cite alguns tipos de objetos que podem ser estudados nessa linha de luz.



(c) Atualmente, o acelerador de partículas que atinge as maiores energias é o LHC — Grande Colisor de Hádrons, localizado no CERN, na fronteira entre França e Suíça —, em que dois feixes de prótons são acelerados a 7 TeV cada um. Estime a velocidade dos prótons nesses feixes. Determine a energia de colisão dos feixes no referencial do centro de massa, e estime a escala de comprimento típica a que se tem acesso através desse experimento. Considere que a massa do próton é $m_p \simeq 1 \text{ GeV}$.

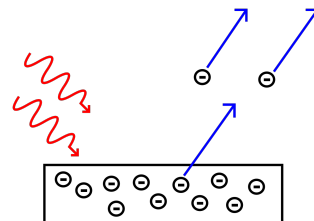
EXERCÍCIO 3. (a) Considere um decaimento radioativo em que um núcleo atômico emite uma partícula comparativamente leve e conseqüentemente se transmuta em outro elemento. Mostre que a conservação de energia e momento fixa univocamente a energia cinética da partícula emitida em termos das massas das partículas envolvidas.

(b) Em 1900 Henri Becquerel demonstrou que decaimentos do tipo β^- são acompanhados da emissão de um elétron pelo núcleo. De acordo com o resultado anterior, em uma reação do tipo



o elétron deveria sempre ser emitido com a mesma energia cinética. No entanto, em 1911 Lise Meitner e Otto Hahn demonstraram que o espectro de energia dos elétrons emitidos é contínuo. O valor que se esperaria, de acordo com a conservação de energia-momento, é apenas o máximo do espectro. Encontre uma solução para esse enigma.

EXERCÍCIO 4. O EFEITO FOTOELÉTRICO consiste na emissão de elétrons por uma superfície metálica quando iluminada por uma fonte de luz que possua certas propriedades adequadas. O fenômeno se deve à transferência de energia da luz para os elétrons do material, que se tornam livres quando sua energia cinética resultante for suficientemente grande para superar sua energia de ligação ao material.



(a) Discuta as correlações que você esperaria obter entre as propriedades da luz incidente e as dos elétrons ejetados.

(b) Os resultados experimentais mostram que:

- existe uma frequência mínima da luz incidente abaixo da qual nenhum elétron é ejetado. Essa frequência mínima depende do material de que é feita a fotocélula;
- a energia cinética dos elétrons ejetados aumenta com a frequência da luz incidente, mas **não** depende de sua intensidade;
- o número de elétrons ejetados **não** depende da frequência da luz incidente, mas aumenta com sua intensidade.

Formule uma explicação para esses fatos experimentais.

EXERCÍCIO 5. No modelo de Rutherford para o átomo de Hidrogênio, o elétron, de carga negativa $-e$, orbita o núcleo, de carga positiva $+e$, devido à força elétrica atrativa entre ambos. Por se tratar de uma carga acelerada, não-relativística, a teoria de Maxwell prevê que o elétron emitiria energia em forma de radiação eletromagnética a uma taxa

$$\frac{dU}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \quad (\text{ Fórmula de Larmor })$$

onde a é a aceleração do elétron.

(a) O que se espera acontecer com o átomo nesse cenário?

(b) Estime o tempo de vida de um átomo de Rutherford. Justifique o uso da aproximação não-relativística, bem como todas as suas demais suposições e aproximações. Considere que o raio da órbita do elétron no estado fundamental do átomo de H é da ordem de $a_0 \sim 10^{-10}$ m, e que o raio do núcleo é $\sim 10^{-15}$ m.

(c) Discuta o resultado acima, e proponha possíveis soluções para o problema advindo do cálculo anterior.