Horizontes para ondas superficiais em fluidos

Alberto Saa

Buracos negros acústicos

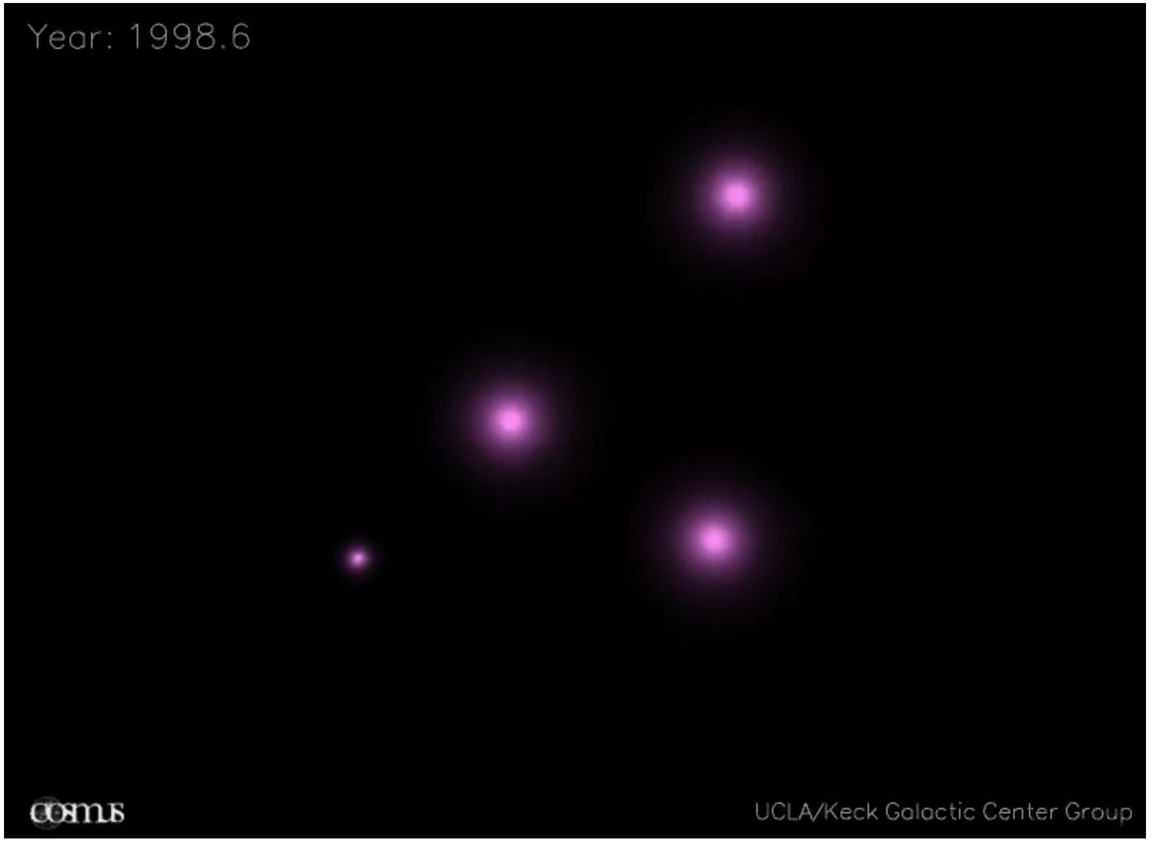
- Introdução/Motivação
- Fundamentos hidrodinâmicos
- Horizontes para ondas superficiais

Buracos negros acústicos

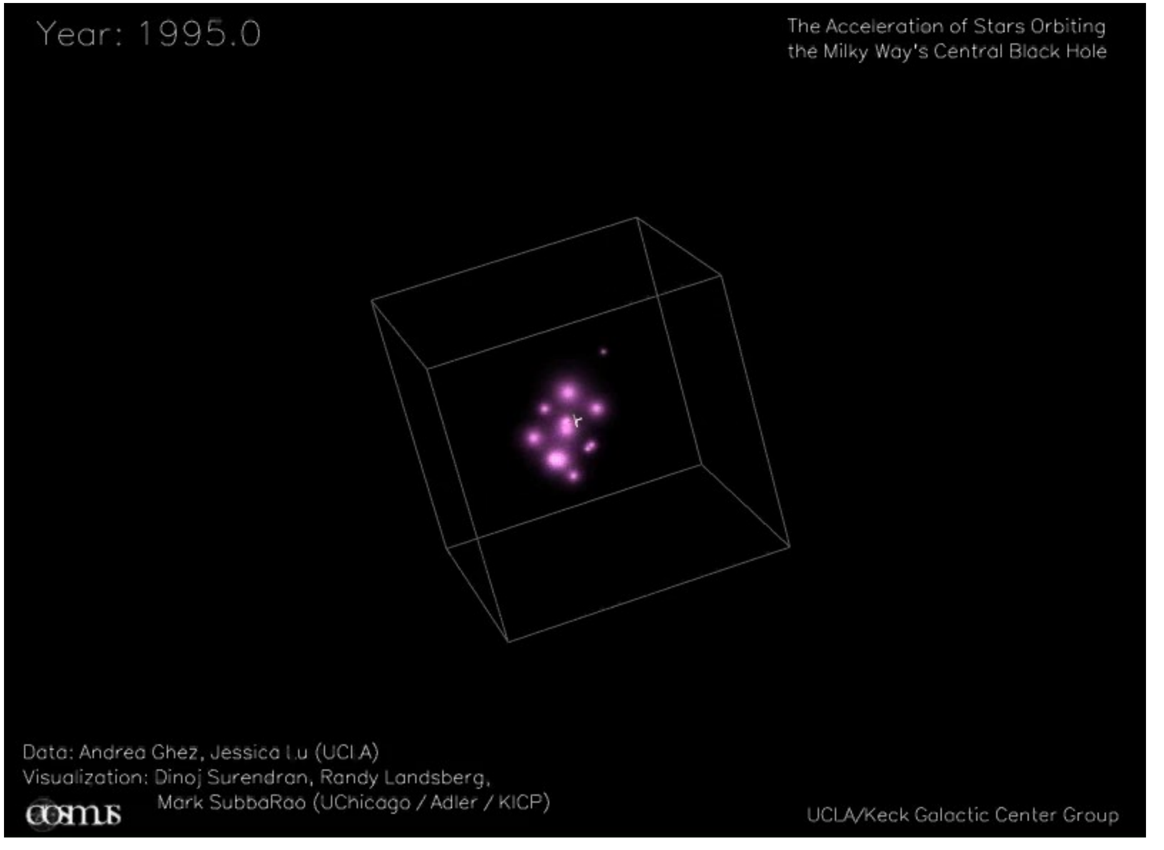
- Introdução/Motivação
- Fundamentos hidrodinâmicos
- Horizontes para ondas superficiais

Dívidas

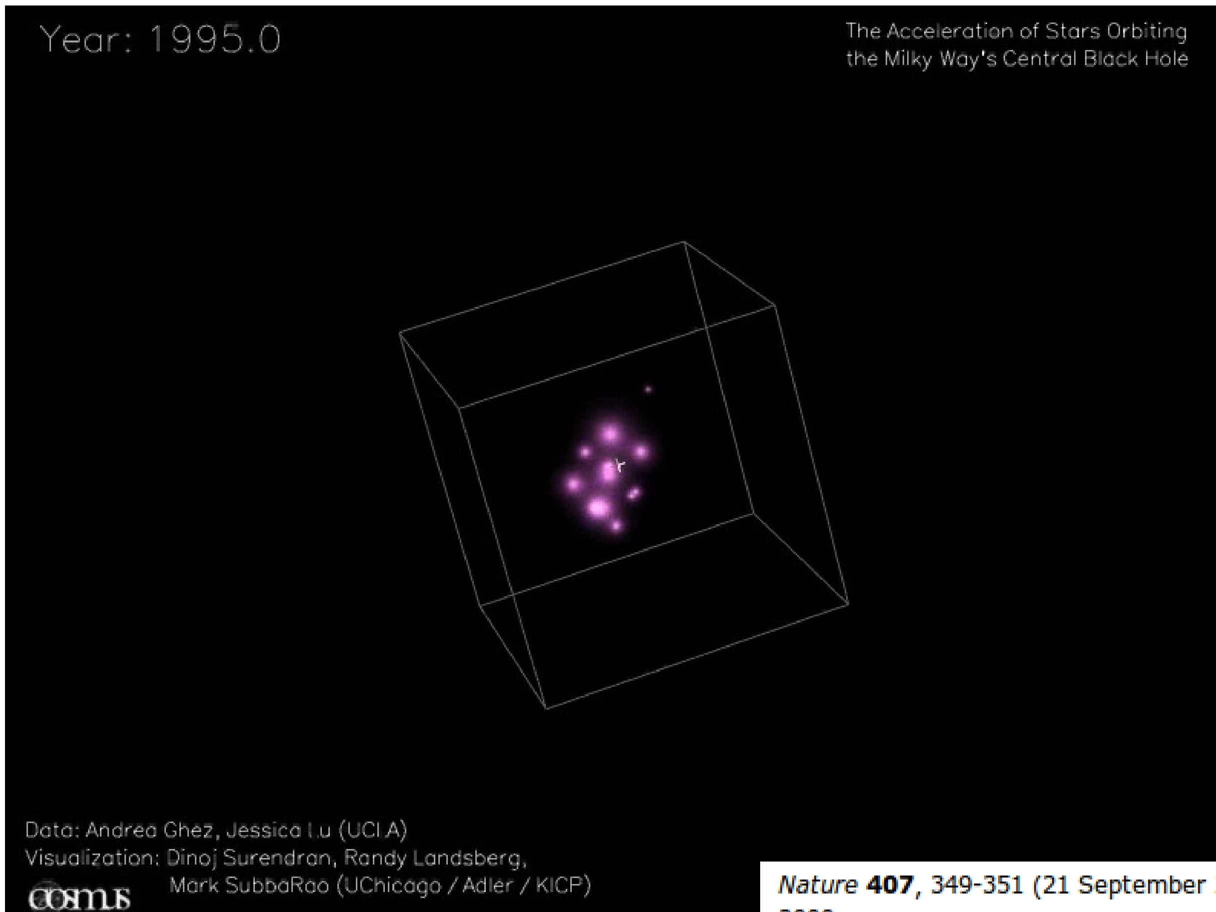
Dívidas



Dívidas


Year: 1995.0
The Acceleration of Stars Orbiting
the Milky Way's Central Black Hole
Data: Andrea Ghez, Jessica Lu (UCLA)
Visualization: Dinoj Surendran, Randy Landsberg,
Mark SubbaRao (UChicago / Adler / KICP)
COSMUS
UCLA/Keck Galactic Center Group

Dívidas



nature International weekly journal of science

Nature **407**, 349-351 (21 September 2000) | doi:10.1038/35030032; Receive
2000

The accelerations of stars orbiting the Milky Way's central black hole

A. M. Ghez, M. Morris, E. E. Becklin, A. Tanner & T. Kremenek

1. Department of Physics and Astronomy, UCLA, Los Angeles , California 90095-1562, USA

Dívidas

Dívidas


WIKIPEDIA
The Free Encyclopedia
Article
Talk
John Scott Russell
From Wikipedia, the free encyclopedia

Dívidas


WIKIPEDIA
The Free Encyclopedia
Article
Talk
John Scott Russell
From Wikipedia, the free encyclopedia

Fundamentos hidrodinâmicos

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0,$$

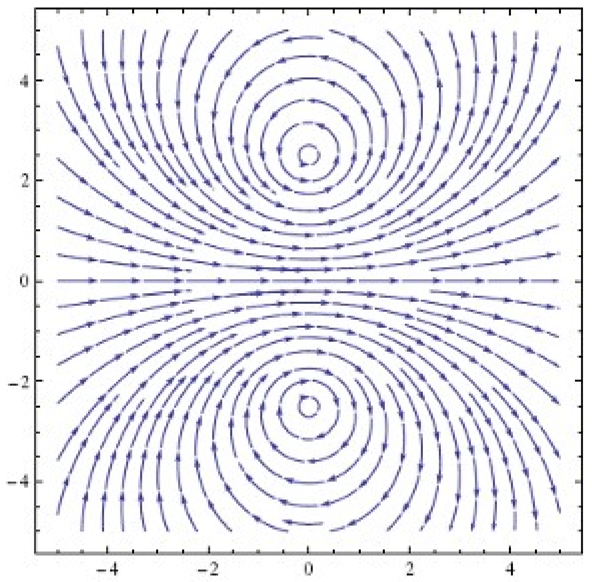
- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\, \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$



- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\, \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

(viscosidade nula,
apenas pressão)

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\, \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\,\mathbf{v}\right] = -\nabla p$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\, \mathbf{v}\right] = -\nabla p$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\, \mathbf{v}\right] = -\nabla p$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

(Eq. Bernoulli)

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} + h + \frac{1}{2}(\nabla \psi)^2 = 0$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Bernoulli

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} + h + \frac{1}{2}(\nabla \psi)^2 = 0$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

- Equação de Bernoulli

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} + h + \frac{1}{2}\left(\nabla \psi\right)^{2} = 0$$

Pequenas perturbações

$$(\rho_0, p_0, \psi_0) \rightarrow (\rho_0 + \delta\rho, p_0 + \delta p, \psi_0 + \delta\psi)$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade linearizada

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\delta\rho \mathbf{v}_0 + \rho_0 \nabla \delta\psi) = 0$$

- Equação de Bernoulli

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} + h + \frac{1}{2} (\nabla \psi)^2 = 0$$

Pequenas perturbações

$$(\rho_0, p_0, \psi_0) \to (\rho_0 + \delta\rho, p_0 + \delta p, \psi_0 + \delta\psi)$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade linearizada

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0; \Rightarrow \frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\delta\rho \mathbf{v}_0 + \rho_0 \nabla \delta\psi) = 0$$

- Equação de Bernoulli linearizada

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} + h + \frac{1}{2}(\nabla\psi)^2 = 0 \Rightarrow \delta\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta\psi \right)$$

Pequenas perturbações

$$(\rho_0, p_0, \psi_0) \rightarrow (\rho_0 + \delta\rho, p_0 + \delta p, \psi_0 + \delta\psi)$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade linearizada

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\delta\rho \mathbf{v}_0 + \rho_0 \nabla \delta\psi) = 0$$

- Equação de Bernoulli linearizada

$$\delta\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta\psi \right)$$

Fundamentos hidrodinâmicos

- Equação da continuidade linearizada

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\delta\rho \mathbf{v}_0 + \rho_0 \nabla \delta\psi) = 0$$

- Equação de Bernoulli linearizada

$$\delta\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta\psi \right)$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Equação das perturbações

$$
\begin{aligned}
- \quad & \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] \\
+ \quad & \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla\delta\psi - \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \mathbf{v}_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] = 0
\end{aligned}
$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Equação das perturbações

$$c^{-2} = \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$\begin{aligned} - & \quad \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] \\ + & \quad \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla\delta\psi - \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \mathbf{v}_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] = 0 \end{aligned}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Equação das perturbações

$$c^{-2} = \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$\begin{aligned} - \quad & \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] \\ + \quad & \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla\delta\psi - \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \mathbf{v}_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\partial_\mu \left(f^{\mu\nu}\partial_\nu \delta\psi\right) = 0$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Equação das perturbações

$$c^{-2} = \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$\begin{aligned} - \quad & \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] \\ + \quad & \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla\delta\psi - \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \mathbf{v}_0 \left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\partial_\mu \left(f^{\mu\nu}\partial_\nu \delta\psi\right) = 0 \qquad f^{\mu\nu} = \frac{\rho_0}{c^2}\begin{pmatrix} -1 & -v_0^j \\ -v_0^i & c^2\delta^{ij} - v_0^i v_0^j \end{pmatrix}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Equação das perturbações

$$c^{-2} = \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$\begin{aligned} - \quad & \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0\left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] \\ + \quad & \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla\delta\psi - \frac{\partial \rho}{\partial p}\rho_0 \mathbf{v}_0 \left(\frac{\partial \delta\psi}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla\delta\psi\right)\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\partial_\mu \left(f^{\mu\nu}\partial_\nu \delta\psi\right) = 0 \qquad f^{\mu\nu} = \frac{\rho_0}{c^2}\begin{pmatrix} -1 & -v_0^j \\ -v_0^i & c^2\delta^{ij} - v_0^i v_0^j \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\partial_\nu\delta\psi) = 0}$$

Eq. de Klein-Gordon!

Teoria de Campos sobre Espaços Curvos

- Campos escalares

$$\Delta\phi \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu \left(\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\, \partial_\nu\phi\right) = 0.$$

- Criação de partículas

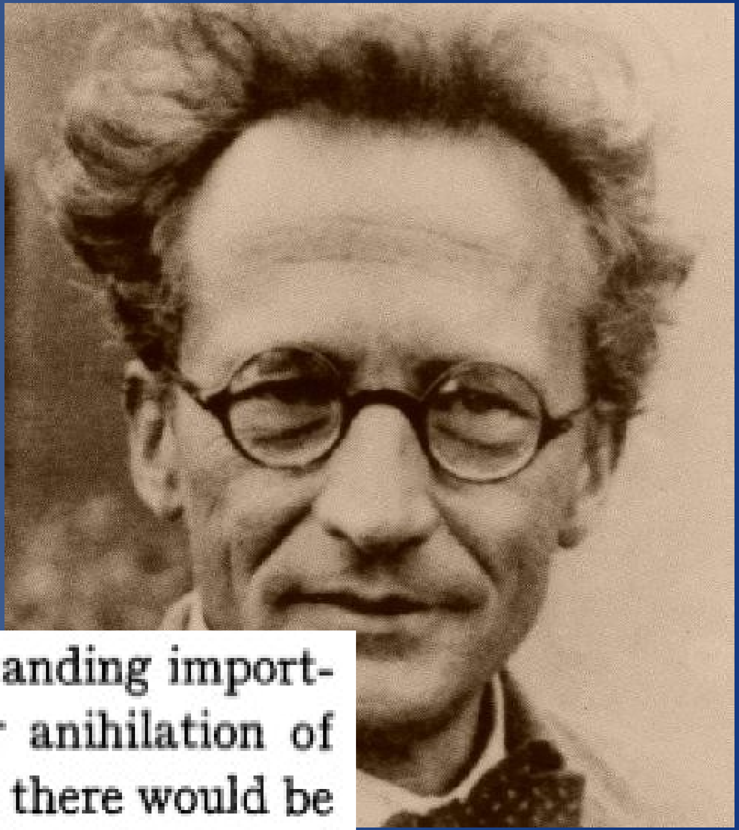
Erwin Schrödinger - 1939

Physica VI, no 9 October 1939

THE PROPER VIBRATIONS
OF THE EXPANDING UNIVERSE

by ERWIN SCHRÖDINGER

§ 1. *Introduction and summary.* Wave mechanics imposes an a priori reason for assuming space to be closed; for then and only then are its proper modes discontinuous and provide an adequate description of the observed atomicity of matter and light. — Einsteins theory of gravitation imposes an a priori reason for assuming space to be, if closed, expanding or contracting; for this theory does not admit of a stable static solution. — The observed facts are, to say the least, not contrary to these assumptions.



Generally speaking this is a phenomenon of outstanding importance. With particles it would mean production or anihilation of matter, merely by the expansion, whereas with light there would be a production of light travelling in the opposite direction, thus a sort of reflexion of light in homogeneous space. Alarmed by these prospects, I have investigated the question in more detail. Fortunately

Solução de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2M}{r}} + r^2 d\Omega^2$$

$$r = 2M \rightarrow \text{ Horizonte de eventos}$$

Solução de Schwarzschild é estacionária, mas não estática!

Fundamentos hidrodinâmicos

Superradiança(?)

$$\mathbf{v} = v_r(t, r, \phi)\,\hat{r} + v_\phi(t, r, \phi)\,\hat{\phi}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Superradiança(?)

$$\mathbf{v} = v_r(t,r,\phi)\,\hat{r} + v_\phi(t,r,\phi)\,\hat{\phi}$$

$$g_{\mu\nu} = \left(\frac{\rho}{c}\right)^2 \begin{pmatrix} -c^2+v^2 & -v_r & -v_\phi r \\ -v_r & 1 & 0 \\ -v_\phi r & 0 & r^2 \end{pmatrix}$$

Fundamentos hidrodinâmicos

Superradiança(?)

$$\mathbf{v} = v_r(t,r,\phi)\,\hat{r} + v_\phi(t,r,\phi)\,\hat{\phi}$$

$$g_{\mu\nu} = \left(\frac{\rho}{c}\right)^2 \begin{pmatrix} -c^2+v^2 & -v_r & -v_\phi r \\ -v_r & 1 & 0 \\ -v_\phi r & 0 & r^2 \end{pmatrix}$$

$$g_{\mu\nu}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^\mu \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^\nu = -(c^2 - v^2)$$

Ondas de superfície

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \, \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \, \mathbf{v} \right] = -\nabla p$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{f}$$

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{f}$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Pequenas perturbações

$$(\rho_0, p_0, \psi_0) \rightarrow (\rho_0 + \delta\rho, p_0 + \delta p, \psi_0 + \delta\psi)$$

Ondas de superfície

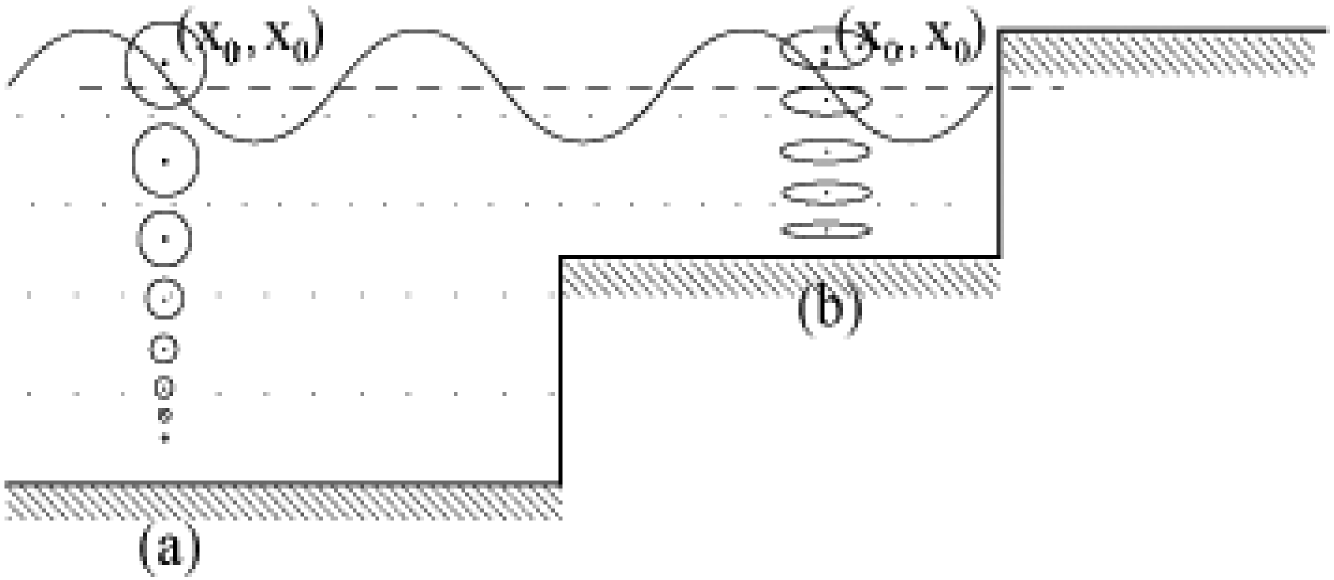
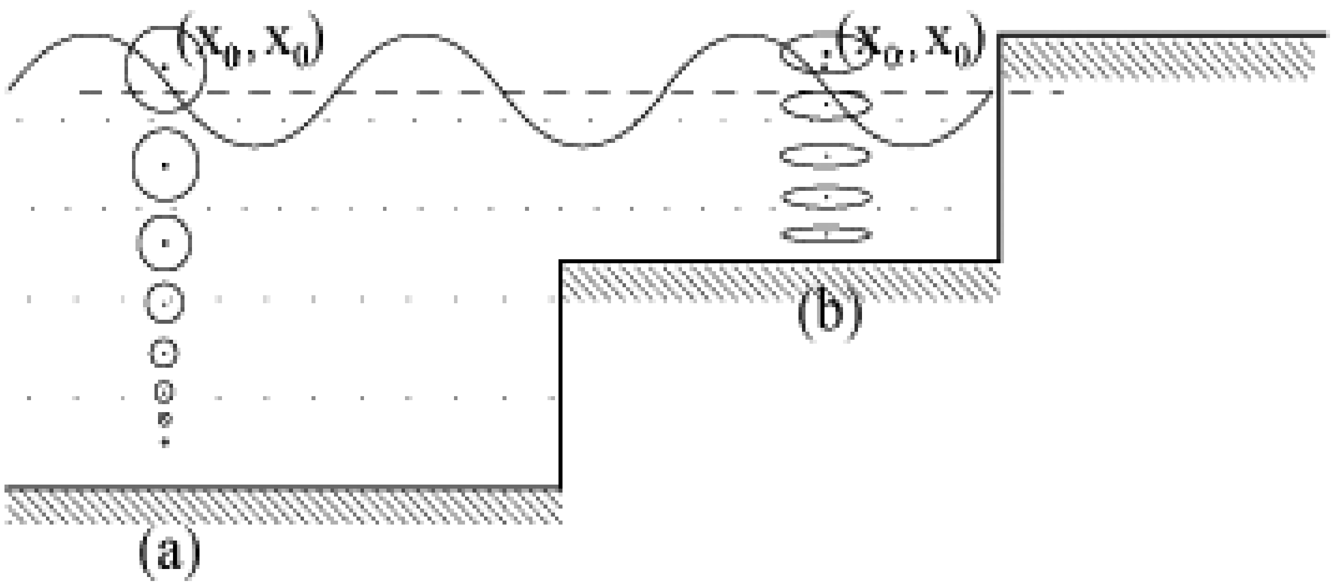


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície



$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0$$

Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície

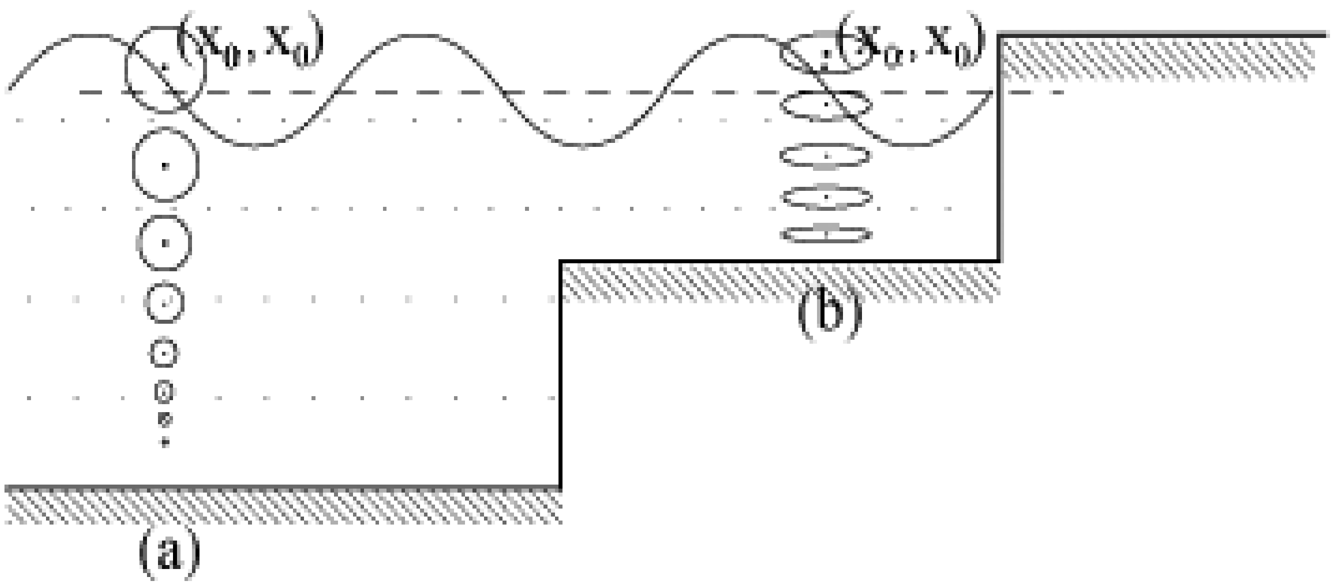


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} \ll \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

Ondas de superfície

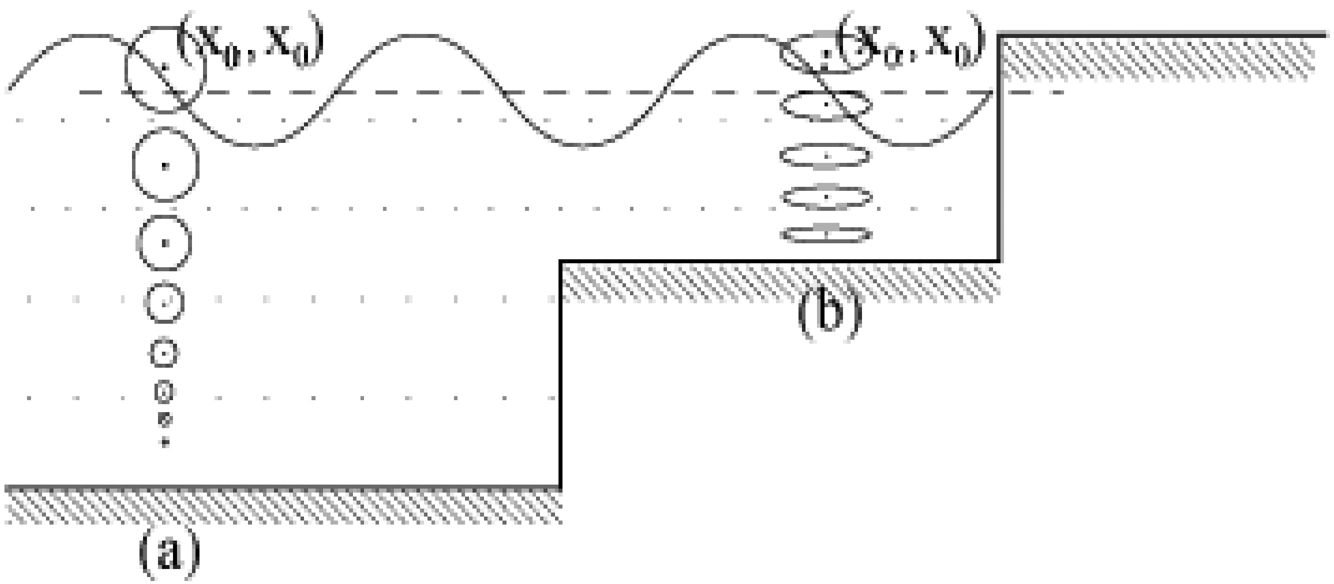


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} \ll \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

$$\xi_0 \ll \lambda$$

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

- Equação de Euler

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{f}$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\boldsymbol{\nabla}\psi$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{f}$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Fluido incompressível

Ondas de superfície

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0;$$

Fluxo irrotacional

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{v} = -\nabla \psi$$

- Equação de Euler

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{f}$$

Fluido barotrópico

$$h(p) = \int_0^p \frac{dp'}{\rho(p')}$$

Fluido incompressível

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

Eq. de Bernoulli

$$P = -\rho g z - \rho\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

Eq. de Bernoulli

$$P = -\rho g z - \rho\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad P_0 = \left.\left(-\rho g z - \rho\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right|_{z=\xi}$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$P_0 = \left.\left(-\rho g z - \rho\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right|_{z=\xi}$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$P_0 = \left. \left(-\rho g z - \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \right|_{z=\xi} \quad \longleftarrow \quad \psi \to \psi - \frac{P_0}{\rho} t$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$g\zeta + \left.\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right|_{z=\xi} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0$$

$$g\zeta + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \bigg|_{\boxed{z=\xi}} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$g\zeta + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)\Big|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=\xi} = \frac{\partial\xi}{\partial t}$$

$$g\zeta + \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\Big|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2\psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{\boxed{z=\xi}} = \frac{\partial\xi}{\partial t}$$

$$g\zeta + \left.\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$\left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=0} = \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

$$g\zeta + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)\Big|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

Fluido incompressível

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0$$

Condições de contorno

$$\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=0} = \frac{\partial\xi}{\partial t}$$

$$g\zeta + \left.\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

$$\psi(x,z,t) = \varphi(z)\sin(kx - \omega t)$$

Ondas de superfície

$$\psi(x,z,t) = \varphi(z)\sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x,z,t) = (\alpha e^{kz} + \beta e^{-kz})\sin(kx - \omega t)$$

Ondas de superfície

$$\psi(x,z,t) = \varphi(z)\sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x,z,t) = (\alpha e^{kz} + \beta e^{-kz})\sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x,z,t) = \frac{\omega\zeta_0}{k}\frac{\cosh\left[k(z+h)\right]}{\sinh kh}\sin(kx - \omega t)$$

Ondas de superfície

$$\psi(x, z, t) = \varphi(z)\sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x, z, t) = (\alpha e^{kz} + \beta e^{-kz})\sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x, z, t) = \frac{\omega\zeta_0}{k}\frac{\cosh\left[k(z+h)\right]}{\sinh kh}\sin(kx - \omega t)$$

$$g\zeta_0 - \frac{\omega^2\zeta_0}{k}\frac{\cosh\left[k(z+h)\right]}{\sinh kh}\bigg|_{z=0} = 0$$

Ondas de superfície

$$\psi(x,z,t) = \varphi(z)\sin(kx-\omega t)$$

$$\psi(x,z,t) = (\alpha e^{kz} + \beta e^{-kz})\sin(kx-\omega t)$$

$$\psi(x,z,t) = \frac{\omega\zeta_0}{k}\frac{\cosh\left[k(z+h)\right]}{\sinh kh}\sin(kx-\omega t)$$

$$g\zeta_0 - \frac{\omega^2\zeta_0}{k}\frac{\cosh\left[k(z+h)\right]}{\sinh kh}\bigg|_{z=0} = 0$$

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

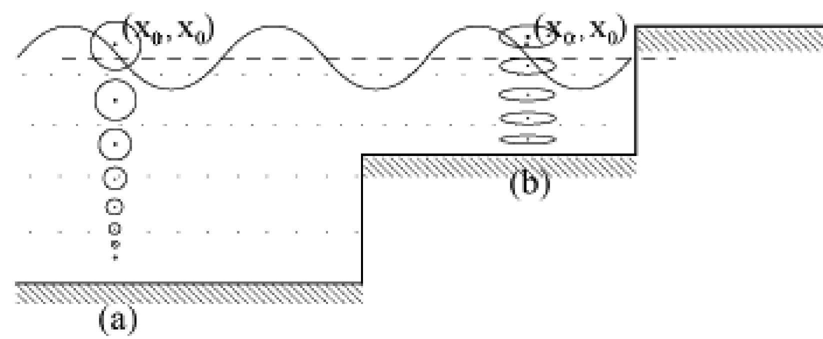


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

$$kh \to \infty$$

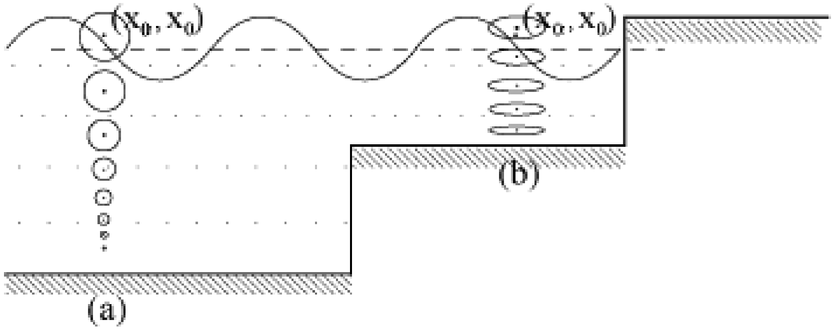


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

$$kh \to \infty$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

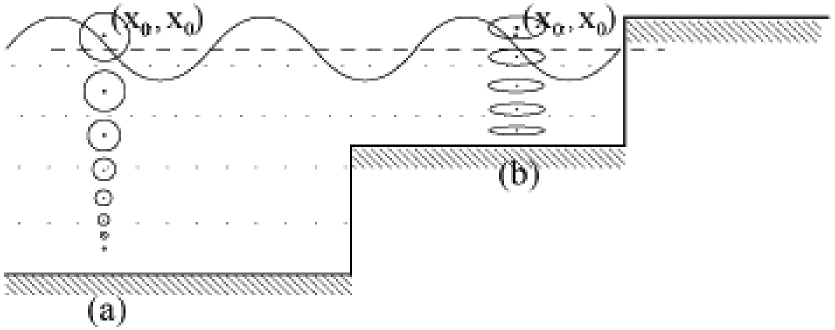


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

$$kh \to \infty \qquad\qquad kh \to 0$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

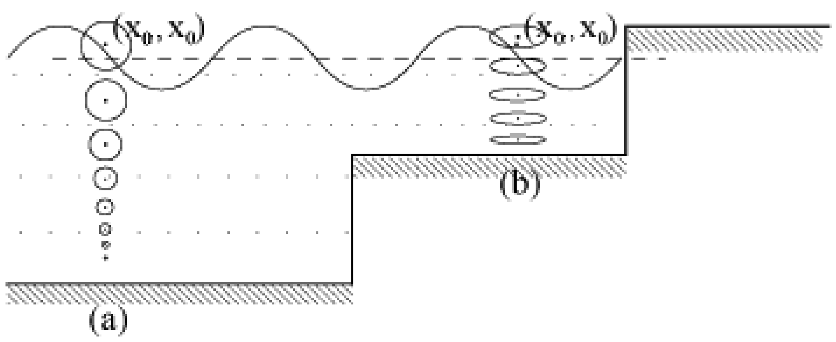


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.

Ondas de superfície

$$\omega(k) = \sqrt{kg\tanh(kh)}$$

$$c = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

$$c(h) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k\tanh kh}}\left(\tanh kh + \frac{kh}{\cosh^2 kh}\right)$$

$$kh \to \infty$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

$$kh \to 0$$

$$c = \sqrt{gh}$$

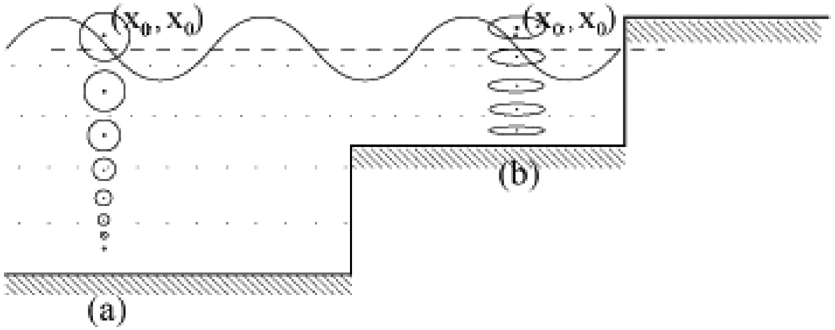


Figura 4 - Trajetórias das partículas em (a) águas profundas e (b) rasas.