

3) Estrelas: Distancias, magnitudes, classificação espectral

Parâmetros estelares

- Luminosidade, L : potencia (energia/tempo) emitida pela estrela em todas as direções

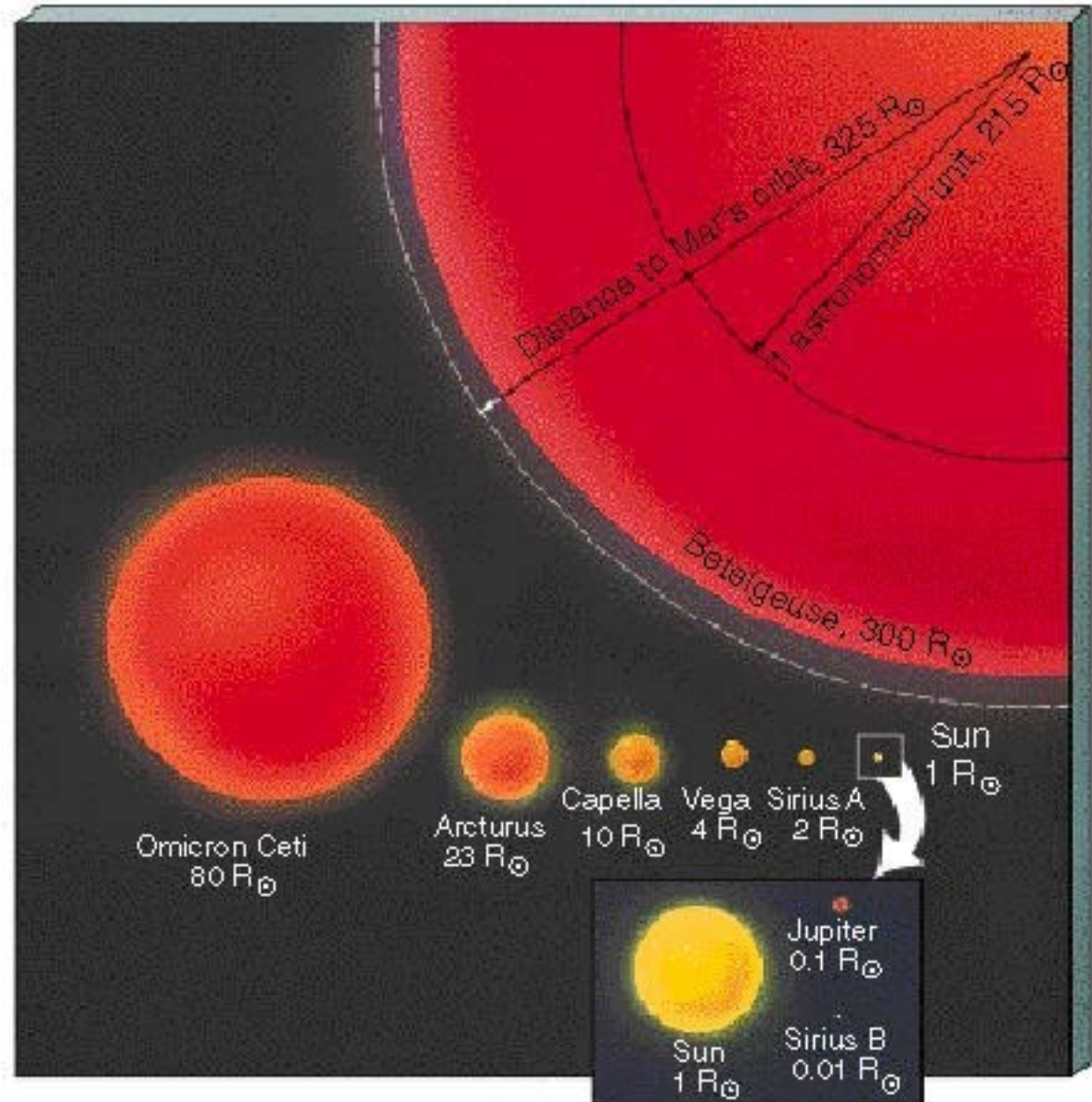
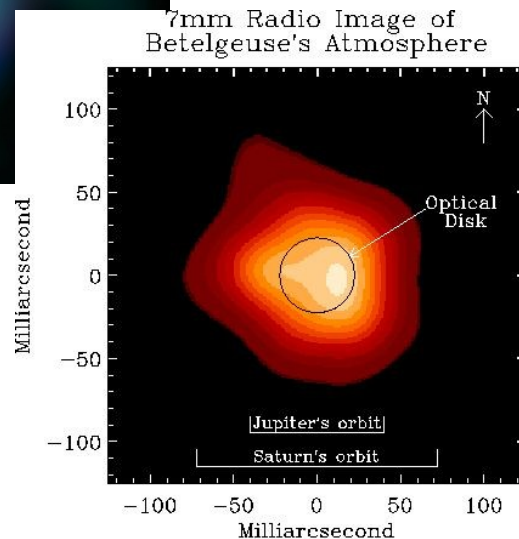
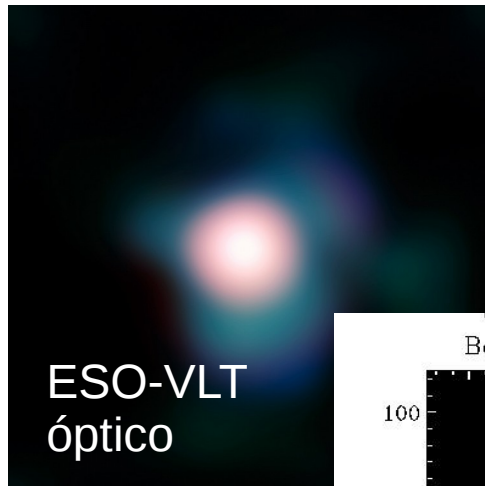
$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad [\text{J / s}], [\text{erg/s}]$$

- Fluxo emitido na superfície da estrela, F

$$F(R_s) = \frac{L_s}{4\pi R_s^2} \quad \rightarrow \quad L_s = F(R_s) 4\pi R_s^2$$

Raios estelares

A maioria das estrelas quando observadas são pontos sem resolução angular, à exceção de algumas duzias (ex. Betelgeuse, $R \sim 300 R_{\text{sol}}$)



- O fluxo observado (já que a L é intrínseca à estrela)

$$F(d) = F(R_s) \frac{R_s^2}{d^2}$$

- Da lei de Steffan-Boltzman: $F(R_s) = \int B_\nu d\nu = \sigma T^4$

$$\sigma = 5.76 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$L_s = 4\pi R_s^2 \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad R_s = \left(\frac{L_s}{4\pi \sigma T^4} \right)^{1/2} \quad \text{Raio estelar}$$

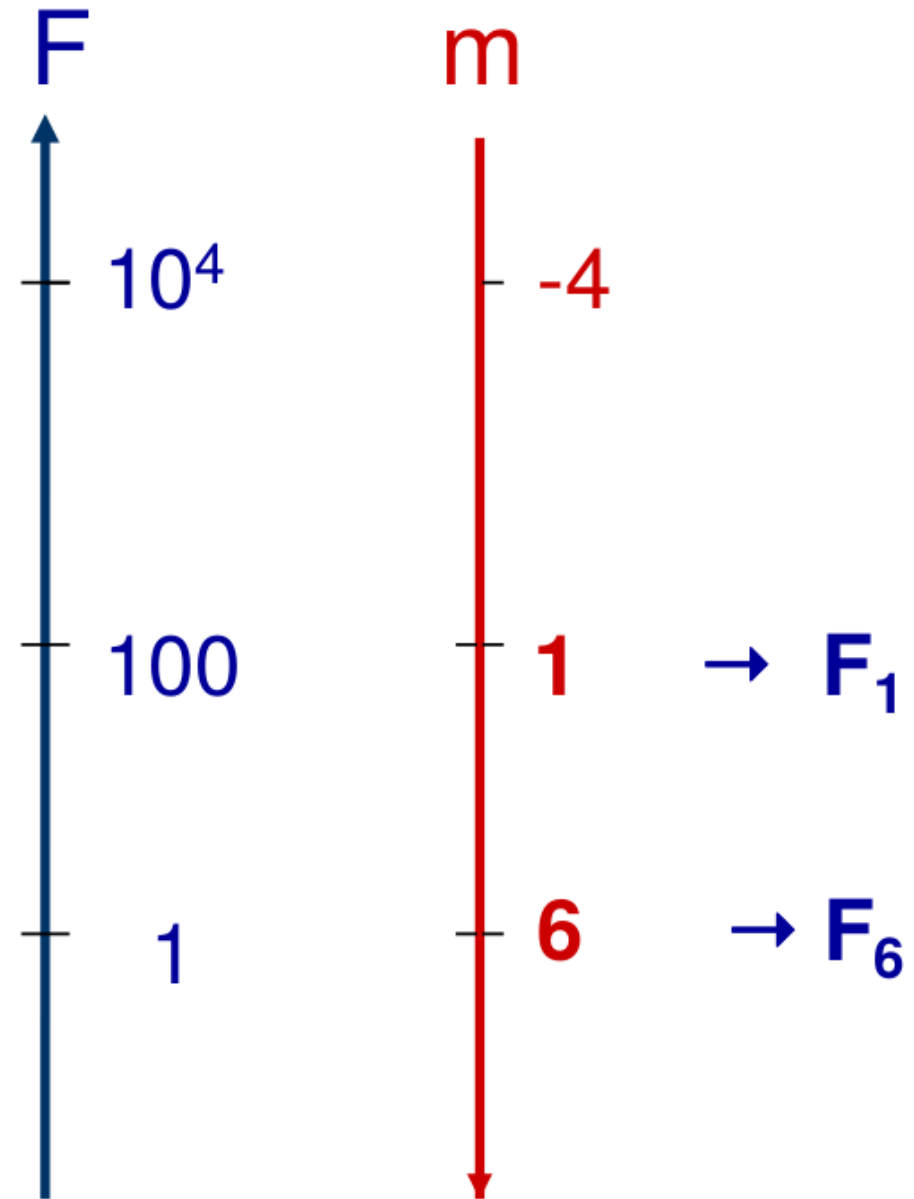
Escalas de magnitudes

- Magnitude aparente
- Magnitude absoluta
- Modulo de distância
- Magnitude bolométrica
- Índice de cor

Magnitude aparente (m)

- No séc. II a.c., Hiparco classifica as estrelas em magnitudes (mais tarde refinada por Ptolomeu):
 - As estrelas mais brilhantes são de 1 a magnitude
 - As estrelas mais fracas (visível a olho nu) são de 6 a magnitude.
 - A escala de Hiparco segue a sensibilidade da visão humana: logarítmica.
 - É uma escala de brilho aparente.
- É uma escala invertida:
- **Maior brilho** tem a **menor magnitude**.

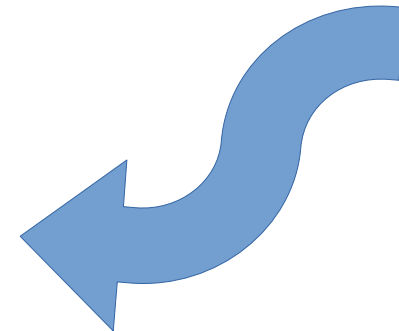
- Estrelas mais brilhantes $\rightarrow$ 1ª magnitude
 - Magnitude aparente $m_1 \rightarrow F_1$
- Estrelas menos brilhantes $\rightarrow$ 6ª magnitude
 - Magnitude aparente $m_6 \rightarrow F_6$
- Relação aproximada entre as escalas
 - $F_1 \rightarrow 100F_6$
- As magnitudes aparentes correspondem ao brilho (fluxo) que observamos



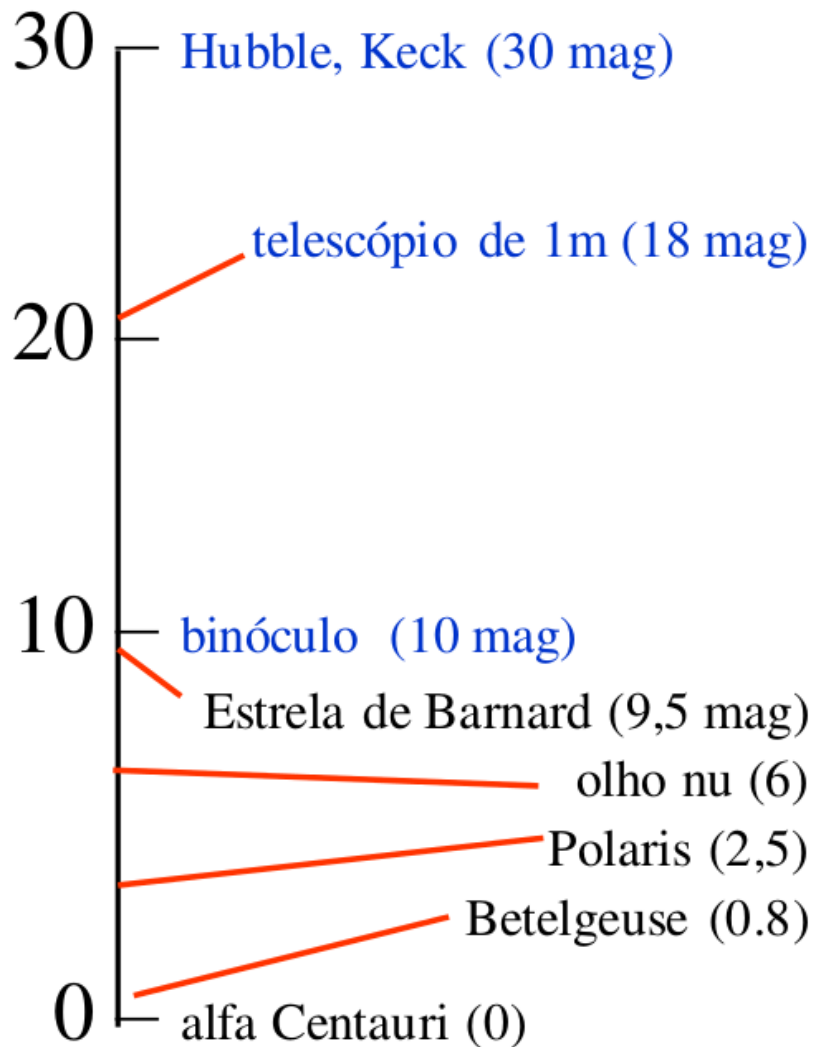
- Olho humano → detetor logarítmico
 - $\Delta m = m_6 - m_1 = 5 \rightarrow F_1/F_6 = 100$
 - $\Delta m = m_2 - m_1 = 1 \rightarrow F_1/F_2 = 100^{1/5} = 2.512$
- Logo
 - $F_1/F_2 = 100^{\Delta m/5}$

$$\log \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{m_2 - m_1}{5} \right) \log 100 \quad \longrightarrow \quad \log \frac{F_1}{F_2} = 0.4 (m_2 - m_1)$$

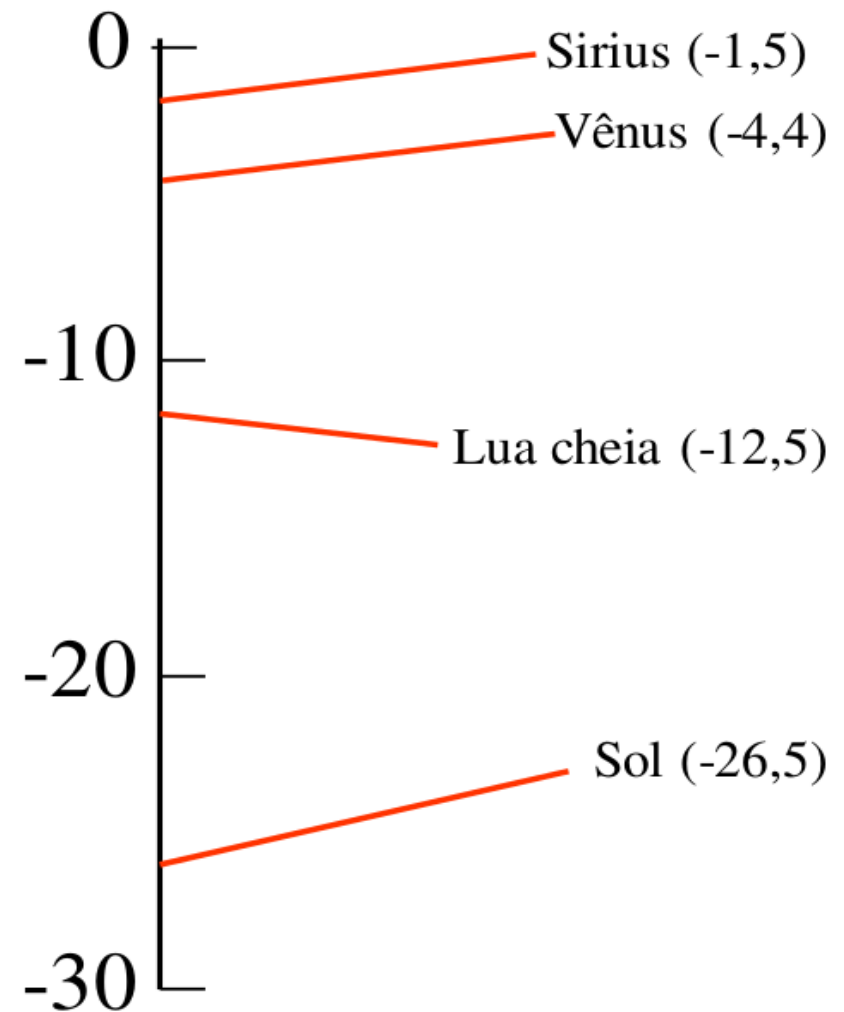
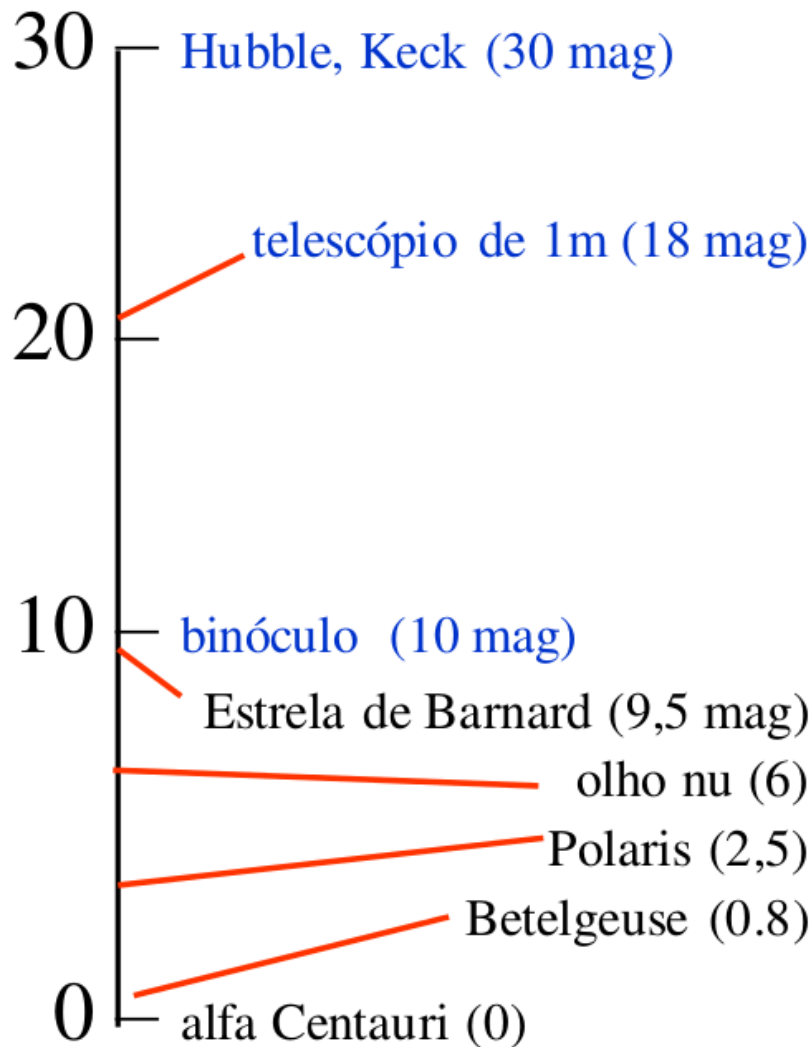
$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

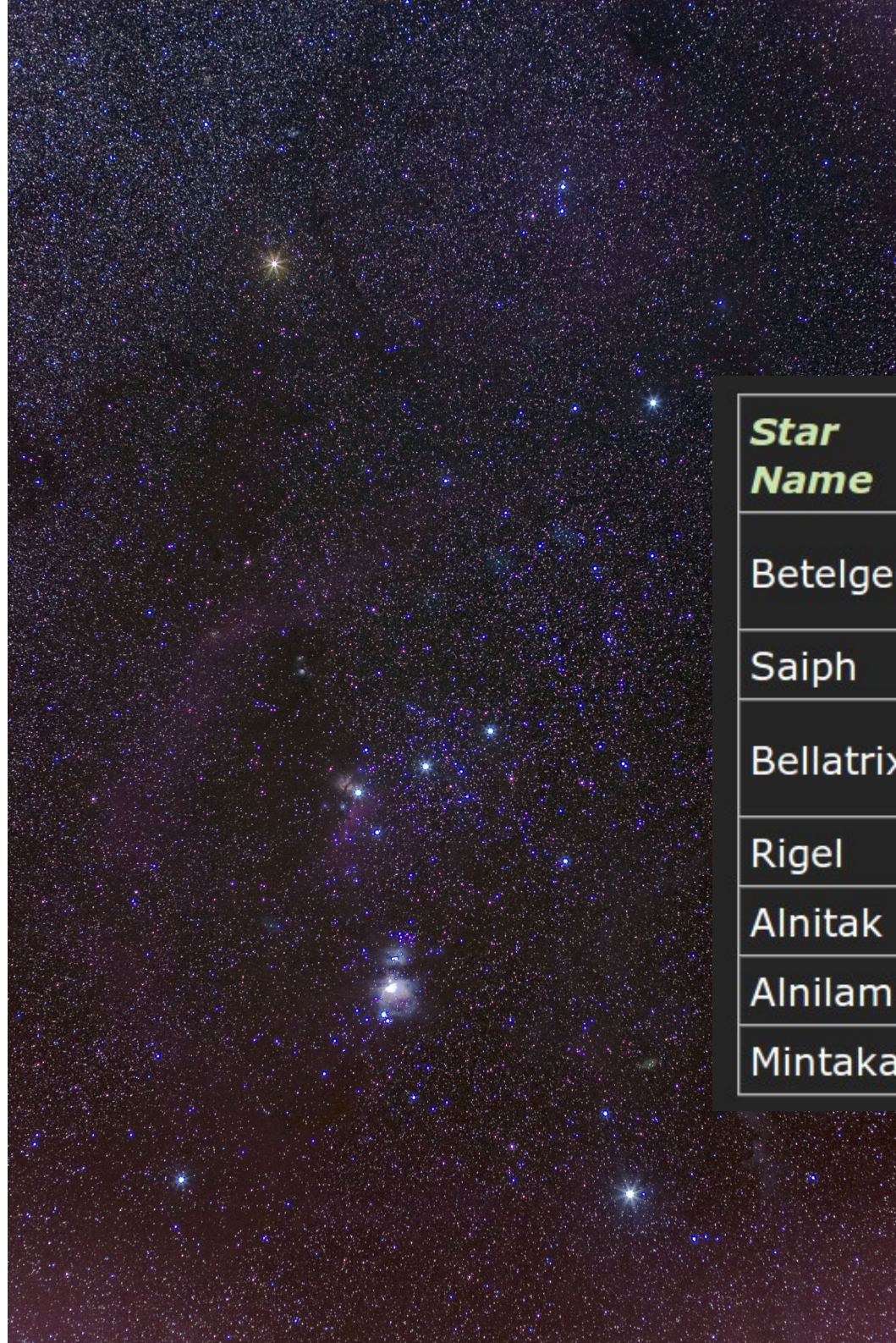


- Escala de magnitude aparente estendida:
incluir objetos mais fracos



- Escala de magnitude aparente estendida:
incluir objetos mais fracos e mais brilhantes





<i>Star Name</i>	<i>Part of Orion</i>	<i>Magnitude</i>	<i>Distance (light-years)</i>
Betelgeuse	Left shoulder	0.45	427
Saiph	Left foot	2.07	720
Bellatrix	Right shoulder	1.64	243
Rigel	Right foot	0.18	773
Alnitak	Left belt	1.82	815
Alnilam	Center belt	1.69	1,350
Mintaka	Right belt	2.41	916

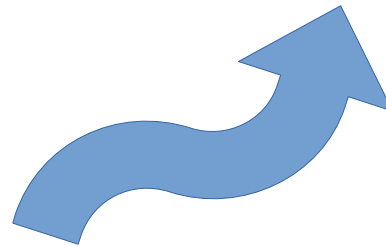
- Magnitude zero $\rightarrow$ fluxo de calibração
 - **Assumindo que $m_1 = 0 \rightarrow F_1 = F_0 =$ constante**
- Para estabelecermos a magnitude de uma estrela vamos supor que seu fluxo seja F

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

$$m - 0 = 2.5 \log \frac{F_0}{F}$$

$$m = 2.5 \log F_0 - 2.5 \log F$$

$$m = C - 2.5 \log F$$



- Lembrando que o fluxo depende da distancia:

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m = C - 2.5 \log F$$

$$m = C - 2.5 \log L + 2.5 \log (4\pi d^2)$$

$$m = C' - 2.5 \log L + 5 \log (d)$$

$$C' = C + 2.5 \log (4\pi)$$

- m é a magnitude aparente da estrela

Exercício exemplo 1

- Duas estrelas A e B têm luminosidades **6,4** e **0,4** L_s , respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Qual é a estrela mais distante?

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m = C - 2.5 \log F$$

$$L_A = 6.4 L_s, \quad L_B = 0.4 L_s ; \quad m_A = m_B$$

$$m_A = C - 2.5 \log \left(\frac{L_A}{4\pi d_A^2} \right)$$

$$\frac{6.4}{0.4} = \frac{d_A^2}{d_B^2} \rightarrow \frac{d_A^2}{d_B^2} = \sqrt{16}$$

$$m_B = C - 2.5 \log \left(\frac{L_B}{4\pi d_B^2} \right)$$

$$d_A = 4 d_B$$

Exercício exemplo 2

- Um sistema binário cujas estrelas A e B têm uma razão de fluxo de 2. Elas são vistas como um único ponto de magnitude 5. Qual é a magnitude de cada estrela?

$$L_A = 2 L_B$$

$$m_B - m_A = 2.5 \log \left(\frac{F_A}{F_B} \right) = 2.5 \log 2 = 0.75$$

~~$$m_B + m_A = 5?$$~~

$$F_B = (F_A + F_B) / 3$$

Na verdade, a soma dos fluxos $F_A + F_B$ correspondem a uma estrela de **$m=5$** . Podemos comparar a estrela B com uma estrela de magnitude 0 com um fluxo 100 vezes maior que F_B

$$m_B - m_0 = 2.5 \log \left(\frac{F_0}{F_B} \right) = 2.5 \log 300 = 2.5 \times 2.477 = 6.19$$

$$m_A = m_B - 0.75 = 6.19 - 0.75 = 5.44$$

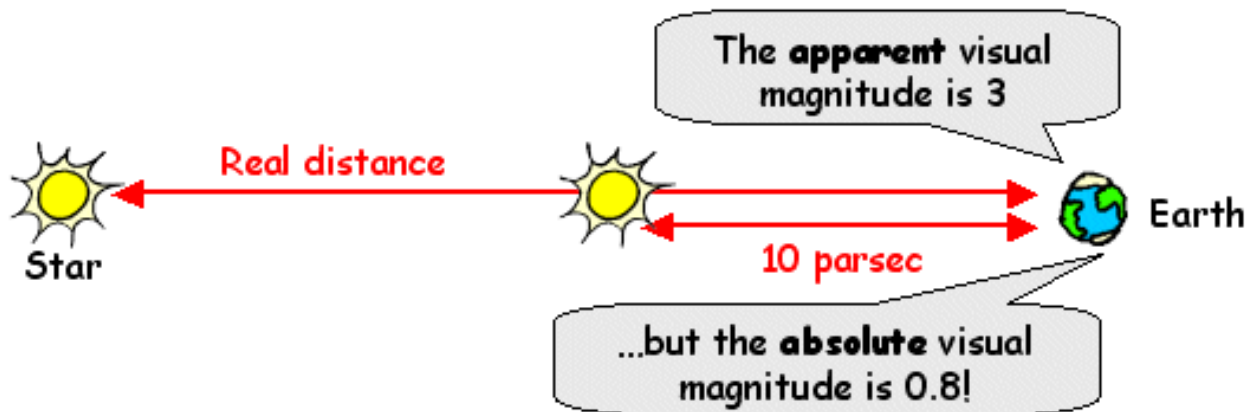
Magnitude absoluta (M)

- Para comparação entre diversas estrelas supõe-se uma mesma distância para todas: 10 pc
- ($1\text{pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ al}$)

$$m, d, L, F_d$$

$$M, 10 \text{ pc}, L, F_{10}$$

$$\rightarrow M = m(d = 10 \text{ pc})$$



$$m = C' - 2.5 \log L + 5 \log(d)$$

$$M = C' - 2.5 \log L + 5$$

Modulo de distância (m-M)

- Comparação entre as magnitudes aparente (observada) e absoluta (determinada conhecendo-se a Luminosidade da estrela)

$$m - M = (C' - 2,5 \log L + 5 \log d) - (C' - 2,5 \log L + 5)$$

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad \Rightarrow \quad m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

A distância calculada dessa forma esta em pc.
O resultado assume ausência de extinção interestelar

F e $m \rightarrow$ quantidades que dependem da distância

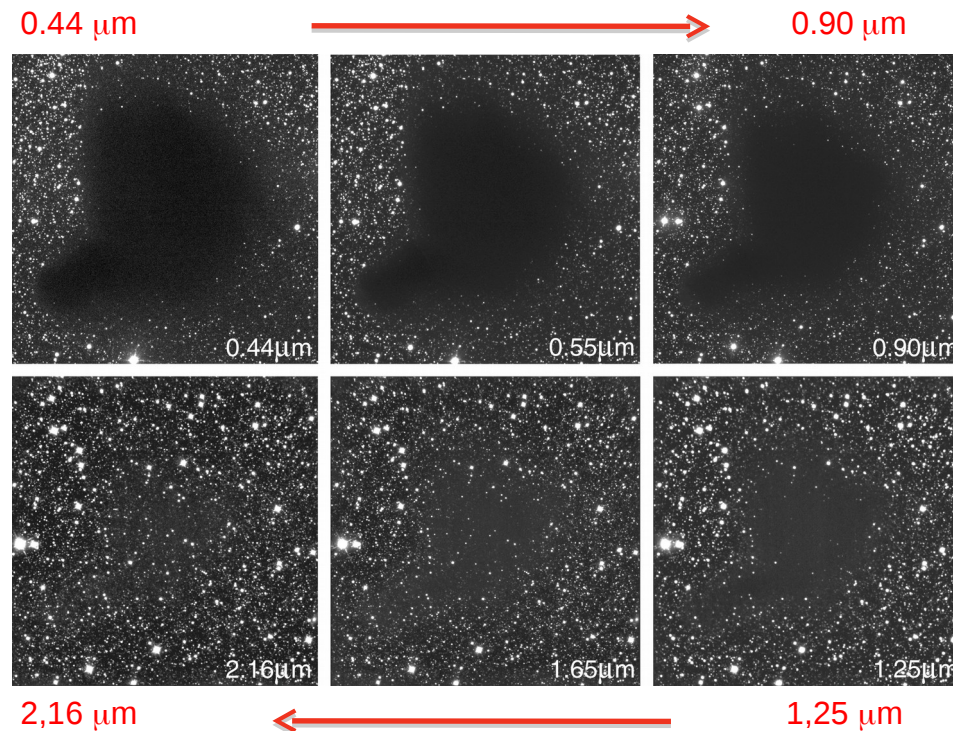
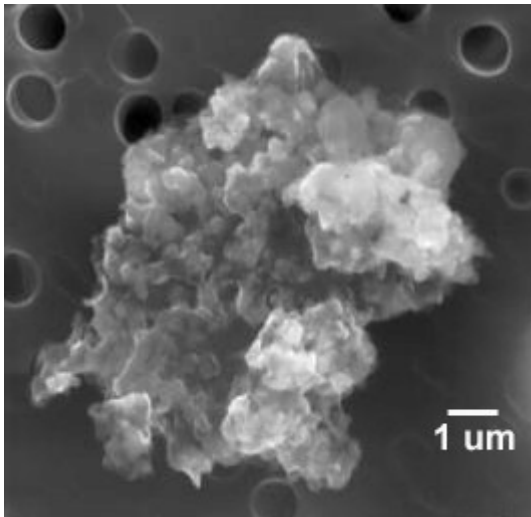
L e $M \rightarrow$ propriedades intrínsecas da estrela

Normalmente, medem-se F e m e, sabendo a distância ao objeto, tem-se L e M .

Exemplo de exceção: Estrelas variáveis pulsantes, como as Cefeidas. L e M podem ser obtidas apenas do período de pulsação.

Absorção e avermelhamento

- O meio interestelar contém poeira
- Consiste em aglomerados de átomos e moléculas
- Semelhante a poeira de giz, de fumaça ou a nevoa
- O tamanho típico de uma partícula de poeira é 10^{-7} m (comparável ao λ da luz visível)
- A poeira é responsável pela absorção que é seletiva, depende do comprimento de onda.
 - transparentes aos λ 's de rádio ou infravermelho (λ 's $\gg 10^{-7}$ m)
 - opacos aos λ 's ultravioleta e raios X (λ 's $\ll 10^{-7}$ m).



Nuvem escura
Barnard 68 vista
em vários
comprimentos de
onda. Fonte: ESO

- A diminuição geral da luz das estrelas pela matéria interestelar é chamada **extinção**.

Extinção afeta o brilho aparente

$$m = C - 2,5 \log F + A_\lambda$$

logo, pode afetar a distância

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10} \text{ pc} \right) + A_\lambda$$

Reescrevendo da seguinte forma:

$$\log d = \frac{(m - M - A_\lambda)}{5} + 1$$

Como A_λ é positivo, a distância é realmente menor

– Por exemplo, supondo uma estrela $m = 3$ e $M = -1$

– Tomando $A_\lambda = 0 \rightarrow \log d = \frac{(m - M - A_\lambda)}{5} + 1$

$$\log d = \frac{(3 + 1 - 0)}{5} + 1 = 1,8 \quad \longrightarrow \quad d = 63 \text{ pc}$$

Mas se $A_\lambda = 1$

$$\log d = \frac{(3 + 1 - 1)}{5} + 1 = 1,6 \quad \longrightarrow \quad d = 40 \text{ pc}$$

Ignorando efeito da poeira, superestimamos as distâncias

Magnitude bolométrica

Observações são feitas em bandas, i.e., *intervalos de comprimento de onda* (ou frequência, ou energia).

$$m_{\lambda} \Rightarrow F_{\lambda}$$

- A magnitude medida usando todo o espectro é chamada bolométrica.
 - Isto é calculado, assumindo uma forma para o espectro e extrapolando a observação em uma ou mais bandas.

$$m_{bol} \propto \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda \quad \longrightarrow \quad F_{bol} = F_{Total}$$



www.spacetelescope.org

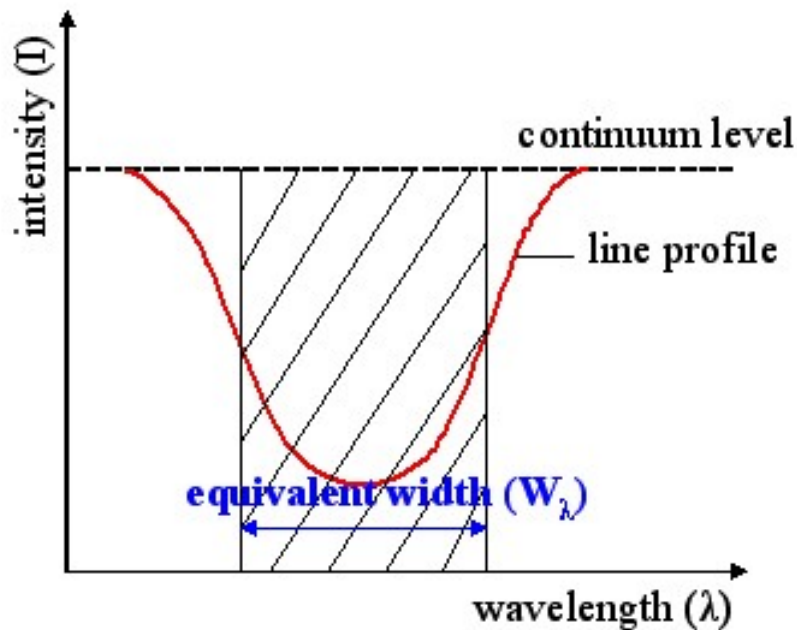
Créditos: NASA, ESA, J. Anderson and R. van der Marel (STScI)

Classificação espectral



Back row (L to R): Margaret Harwood (far left), Mollie O'Reilly, Edward C. Pickering, Edith Gill, Annie Jump Cannon, Evelyn Leland (behind Cannon), Florence Cushman, Marion Whyte (behind Cushman), Grace Brooks. Front row: Arville Walker, unknown (possibly Johanna Mackie), Alta Carpenter, Mabel Gill, Ida Woods

- “Força” de uma linha espectral (line strength) - largura equivalente
- Em astronomia define-se a força de uma linha espectral através da medida de sua largura equivalente.

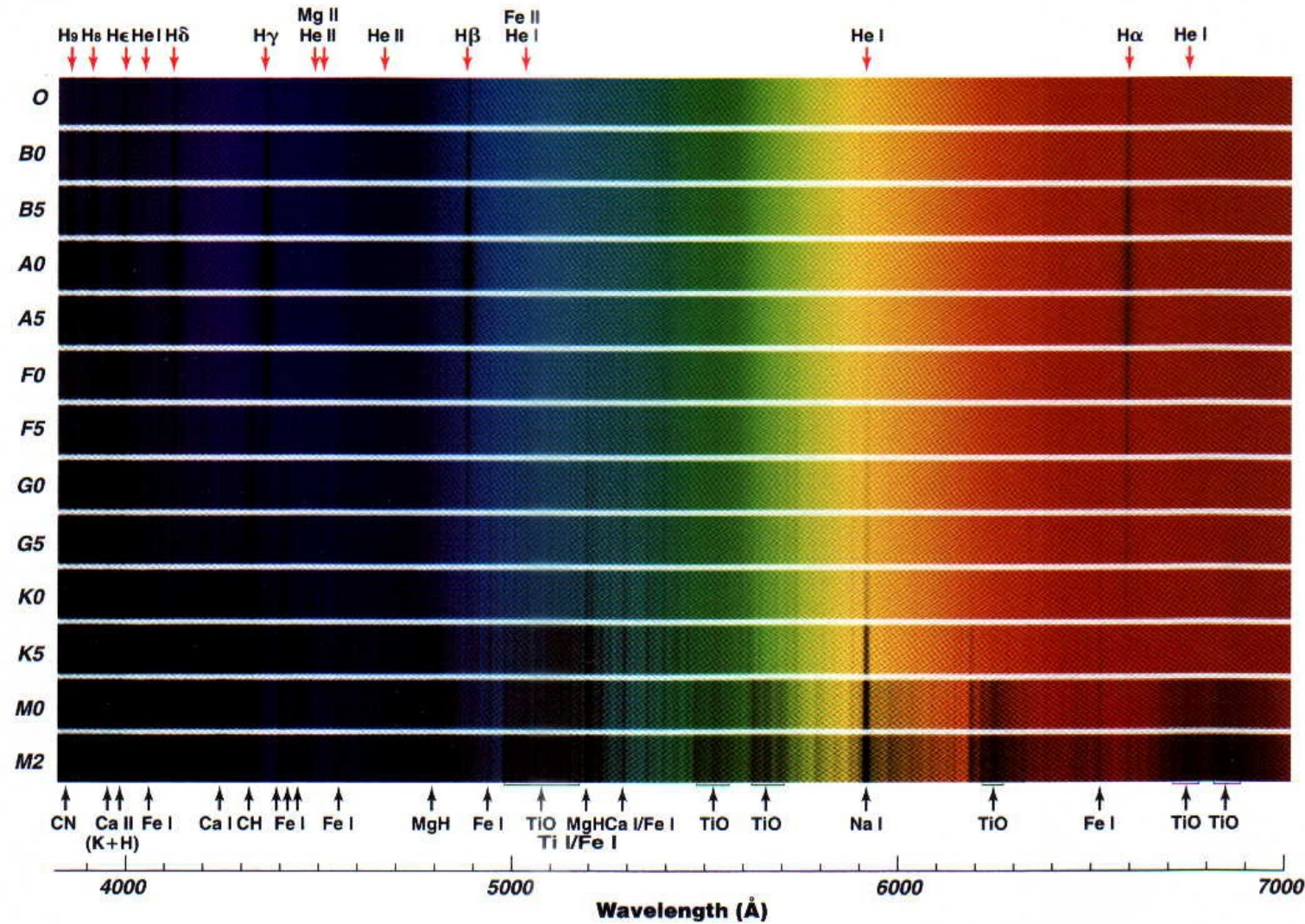
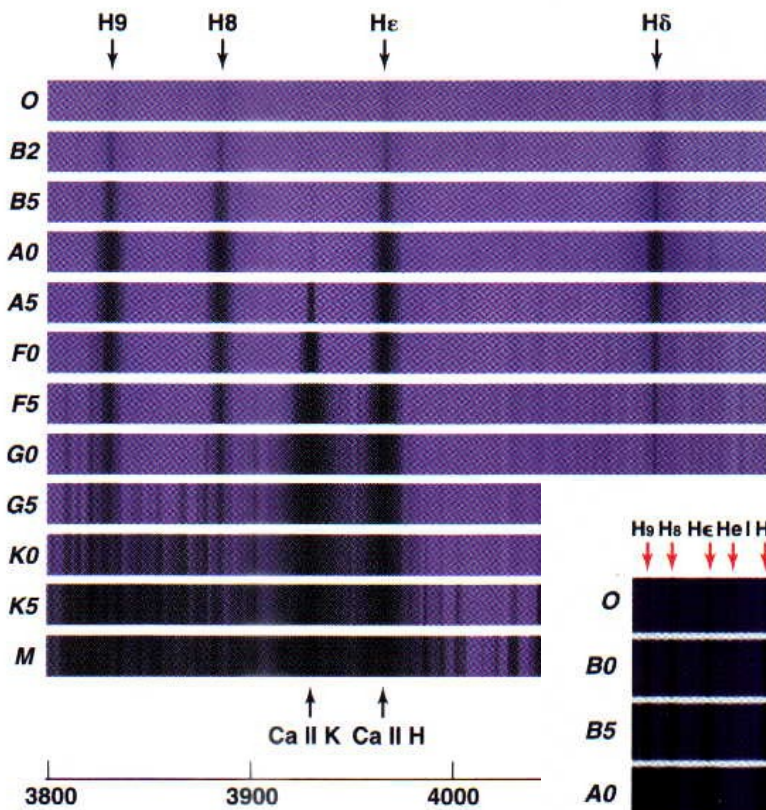


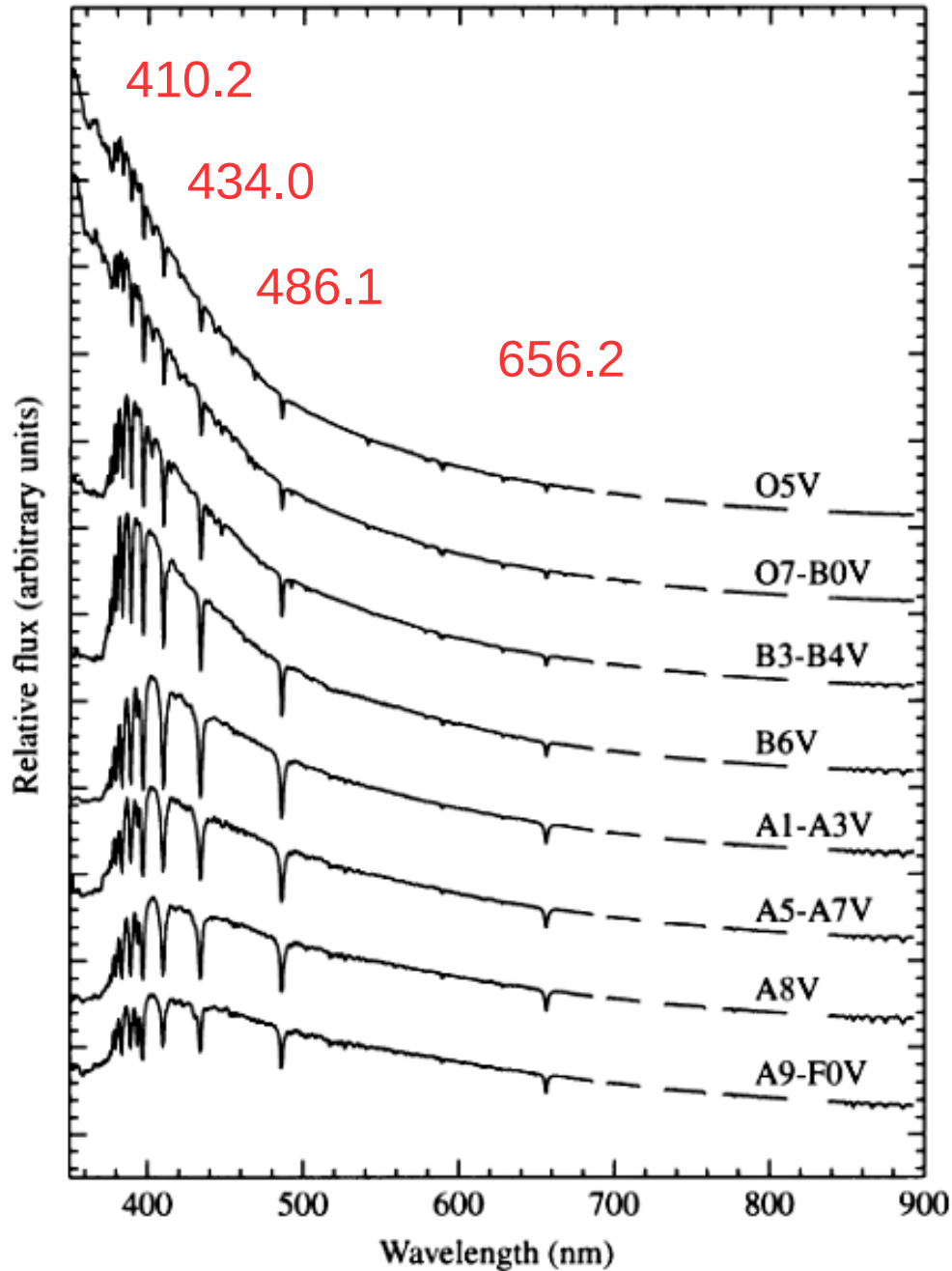
O retângulo ao lado, de intensidade igual ao nível do contínuo, tem a mesma área da linha de absorção. A largura do retângulo é a largura equivalente da linha.

$$W = \int \frac{(F_C - F_\lambda)}{F_C} d\lambda$$

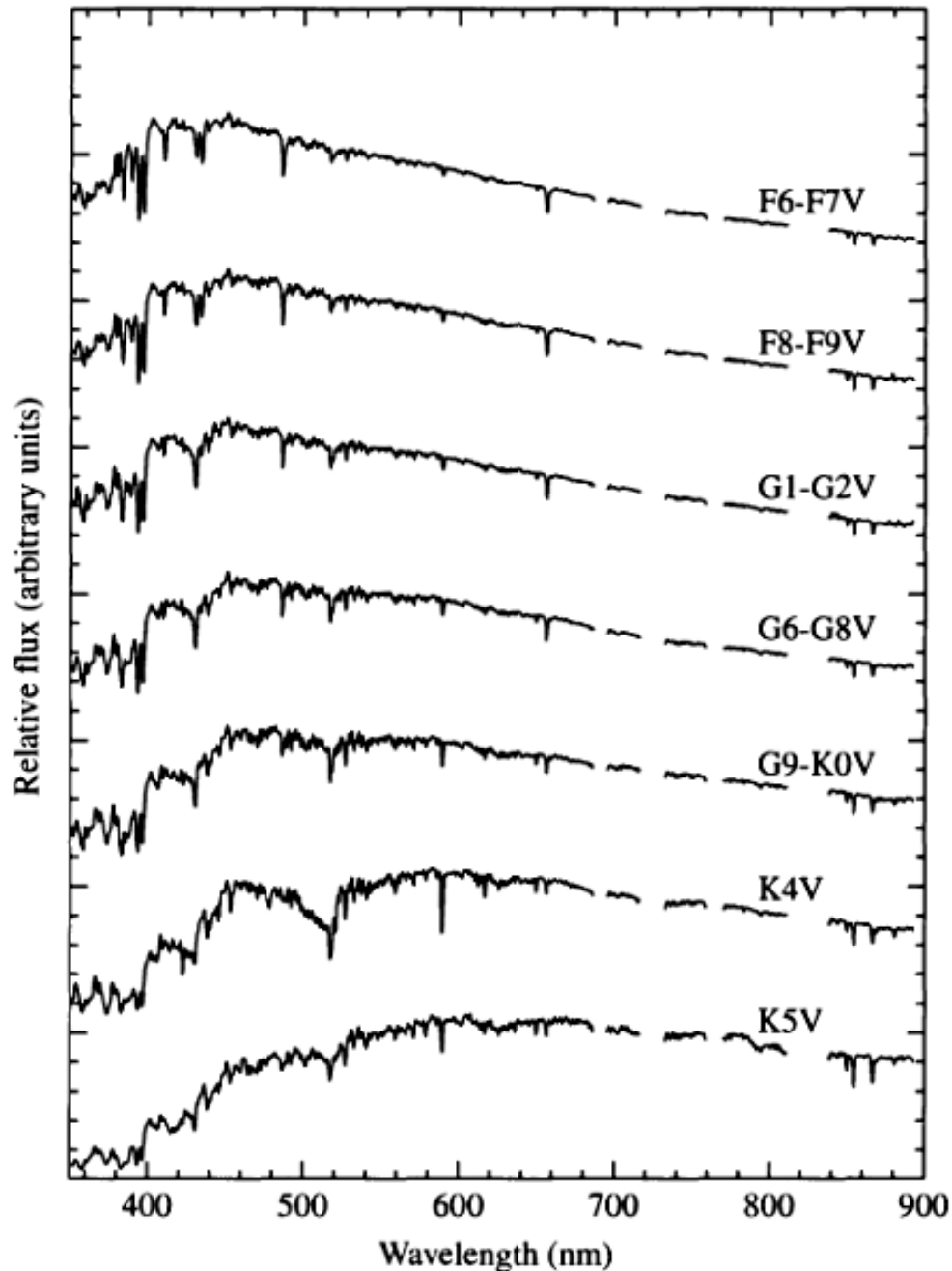
Tipos Espectrais

Intensidade e largura das
linhas espectrais





- O – Azuis (28,000 K - 50,000 K)
poucas linhas.
He II em absorção (as vezes emissão)
He I em absorção
- B – Branco- azuladas (10,000 K - 28,000 K)
He I em absorção (máximo em B2)
H I (Balmer) intensificam-se
- A – Brancas (7,500 K - 10,000 K)
H I (Balmer) intensas (máximo em A0)
Ca II em absorção intensificando-se
- F – Branco-amareladas (6,000 K- 7,500 K)
Ca II intensificam-se e Balmer diminui
Fe I, Cr I
- G – Amarelas (4,900 K - 6,000 K)
Ca II tornam-se mais intensas
Fe I e outros metais neutros intensificam-se



K – Alaranjadas (3,500 K- 4,900 K)
Ca II H e K (396.8 e 393.3 nm) com
máximo em K0. Linhas de absorção
metálicas.

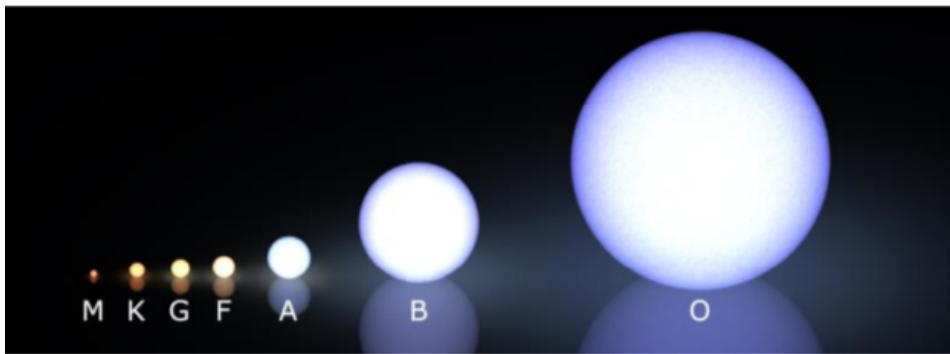
M – Vermelhas (2,500 K - 3,500 K)
Linhas de absorção metálicas.
Bandas de absorção moleculares,
especialmente TiO e VO (óxidos de
titânio e vanádio)

L – Vermelhas escuras (1,300 K – 2,500 K)
Bandas de absorção moleculares de
metais híbridos (CrH, FeH), água,
monóxido de carbono (CO) e metais
alcalinos (Na, K, Rb. Cs). TiO e VO
diminuindo.

T – Infravermelhas (< 1,300 K)
Bandas de absorção intensas de
metano (CH₄). CO diminuindo.

Classes espectrais

- Nos anos 1920, a classificação é refeita em termos da **temperatura superficial da estrela**.
- Ordem passa a ser:



- Cada tipo é subdividido em **10 sub-classes de 0 até 9**
 - por exemplo: **G0, G1, G2,..., G9**

Guy

Para lembrar: “Oh, Be A Fine Girl, Kiss Me”

Classificação espectral Morgan-Keenan

Tipo	Cor	T(K)	Linhas proeminentes de absorção	Exemplos
O	Azul	30000	He ionizado (fortes), elementos pesados ionizados (OIII, NIII, SiIV), fracas linhas de H	Alnitak (O9) Mintaka (O9)
B	Azulada	20000	He neutro (moderadas), elementos pesados 1 vez ionizados	Rigel (B8)
A	Branca	10000	He neutro (muito fracas), ionizados, H (fortes)	Vega (A0) Sirius (A1)
F	Amarelada	7000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros (FeI, CaI), H (moderadas)	Canopus (F0)
G	Amarela	6000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (relativamente fracas)	Sol (G2) Alfa Cen (G2)
K	Laranja	4000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (fracas)	Aldebaran (K5) Arcturos (K2)
M	Vermelha	3000	Átomos neutros (fortes), moleculares (moderadas), H (muito fracas)	Betelgeuse (M2)

Correlações entre características físicas em estrelas

- Em 1905, Ejnar Hertzsprung descobre
 - Através das correlações entre a luminosidade e a temperatura de estrelas.
 - a existência de estrelas anãs e gigantes.
- Em 1913 Norris Russel dá seqüência a este trabalho com uma base de dados mais completa.



Estes resultados: visualizados em um diagrama da **luminosidade em função da temperatura**.



Diagrama Hertzsprung-Russell
ou
Diagrama H-R

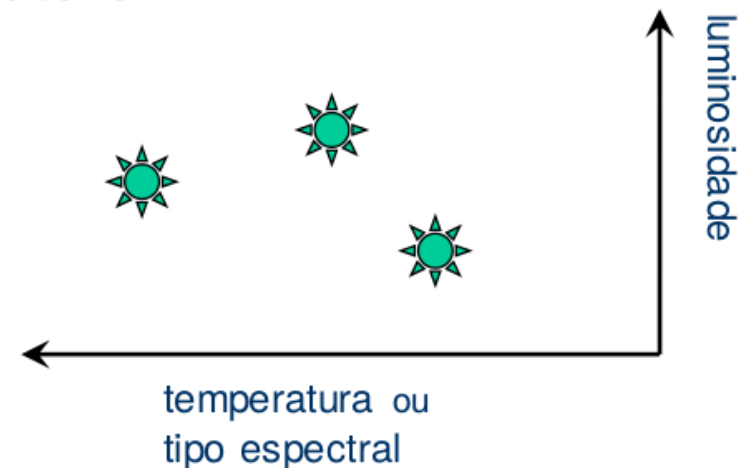
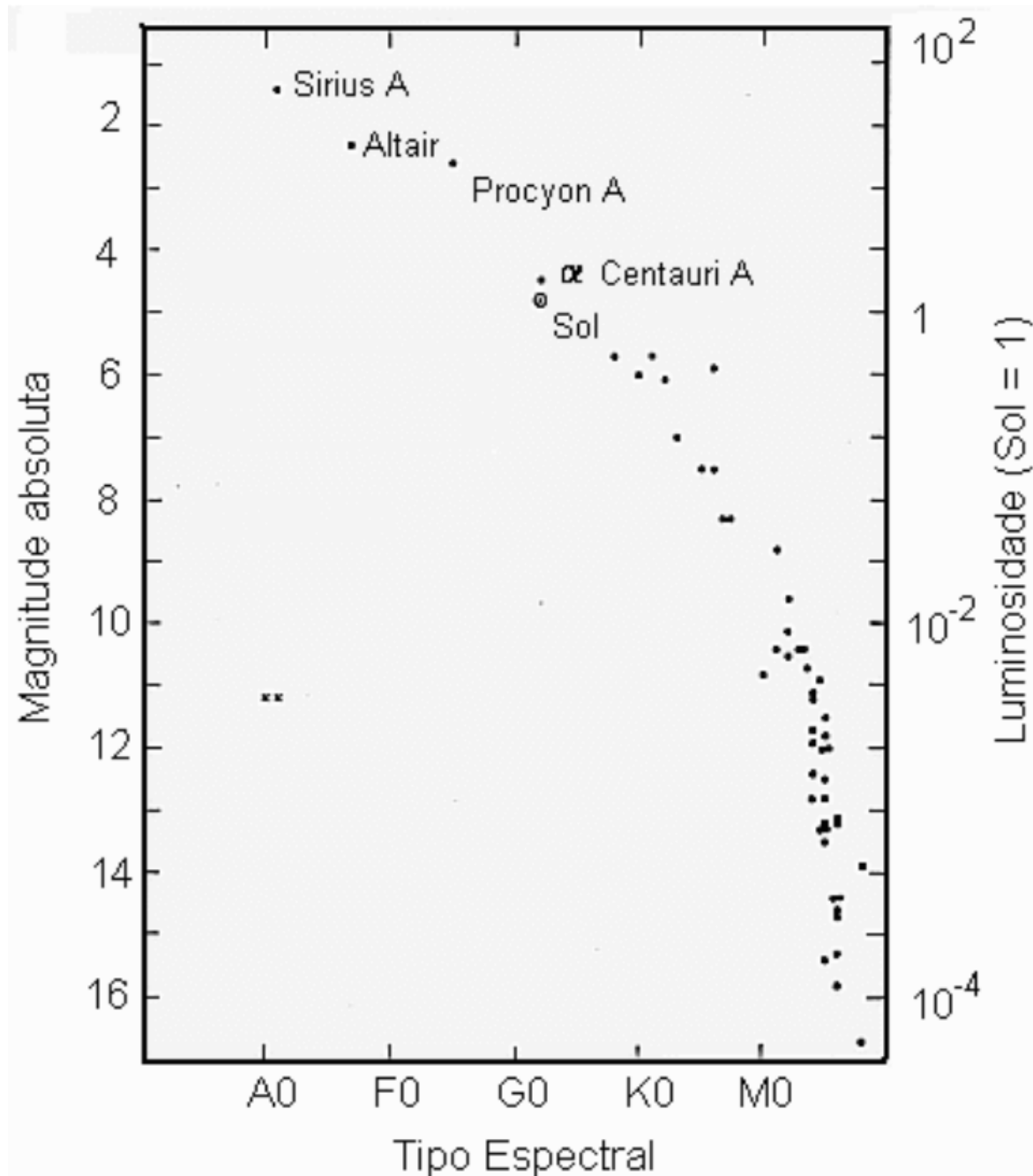


Diagrama H-R



Neste diagrama:

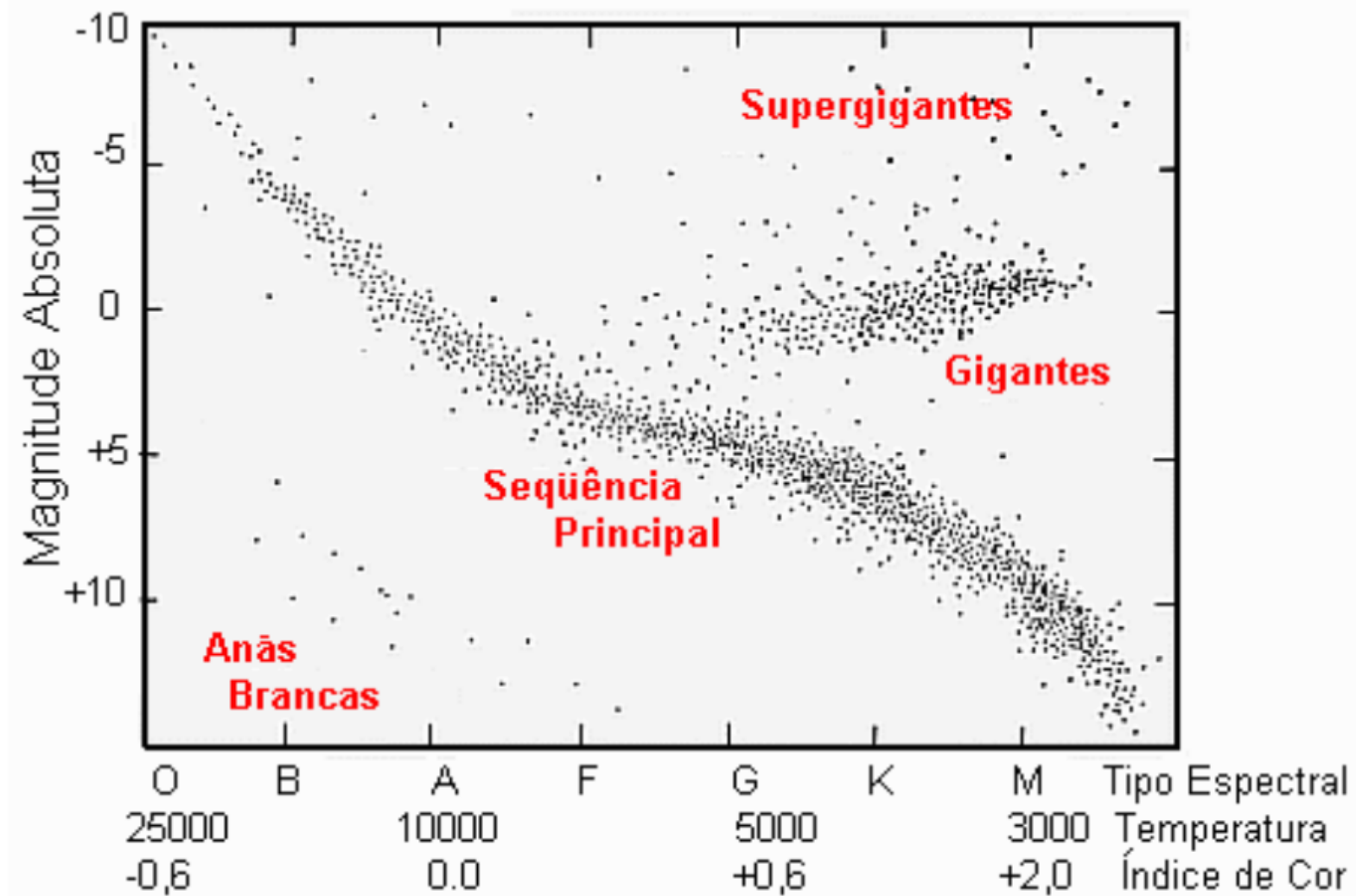
aparecem estrelas mais próximas do Sol, $d < 5$ pc).

Várias estrelas são bem mais frias e menos brilhantes que o Sol.

α-Centauri: T e luminosidade = Sol; Sirius é bem mais quente e luminosa.

Traçam uma linha: **Seqüência Principal** → uma fase evolutiva em que a maioria das estrelas se encontram.

Diagrama H-R



Classes de Luminosidade

Para diferenciarmos os tamanhos de estrelas de mesmo tipo espectral:
medidas das linhas espectrais.

A atmosfera de estrela gigante < densidade que a de uma de SP <
densidade que uma anã branca

Linhas espectrais são sensíveis à densidade das fotosferas estelares:
são mais estreitas quanto menor é a densidade

A densidade também está correlacionada com L:

estabeleceu-se um esquema de identificação para os diferentes tipos de estrelas chamado

Classe de Luminosidade →

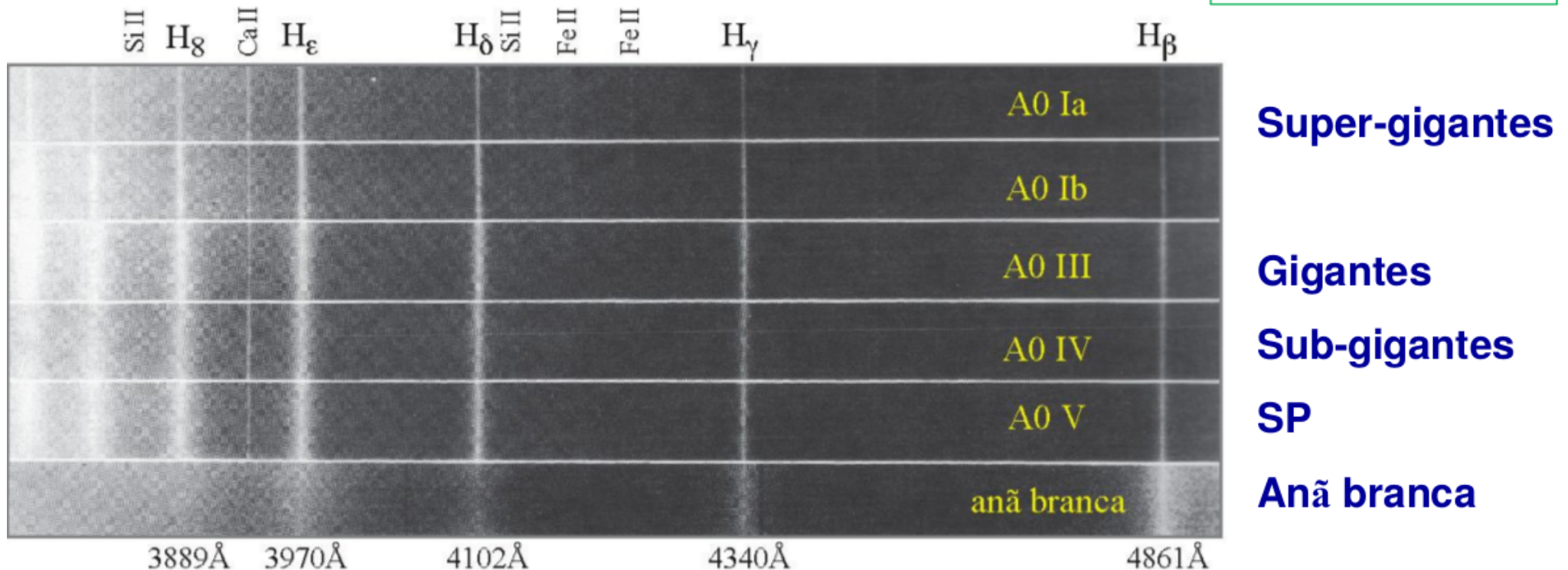
Classes de Luminosidade

Para diferenciarmos os tamanhos de estrelas de mesmo tipo espectral:
medidas das linhas espectrais.

A atmosfera de estrela gigante < densidade que a de uma de SP < densidade que uma anã branca

Linhas espectrais são sensíveis à densidade das fotosferas estelares:
são mais estreitas quanto menor é a densidade

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$$



Classes de Luminosidade

Classes **Ia** e **Ib**:
supergigantes brilhantes e
supergigantes.

Classes **II** e **III**: gigantes
brilhantes e gigantes.

Classes **IV** e **V**: sub-
gigantes e as estrelas da
seqüência principal
e anãs.

Esse esquema introduzido
por Morgan e Keenan (1937,
Observatório de Yerkes) -
classificação M-K.

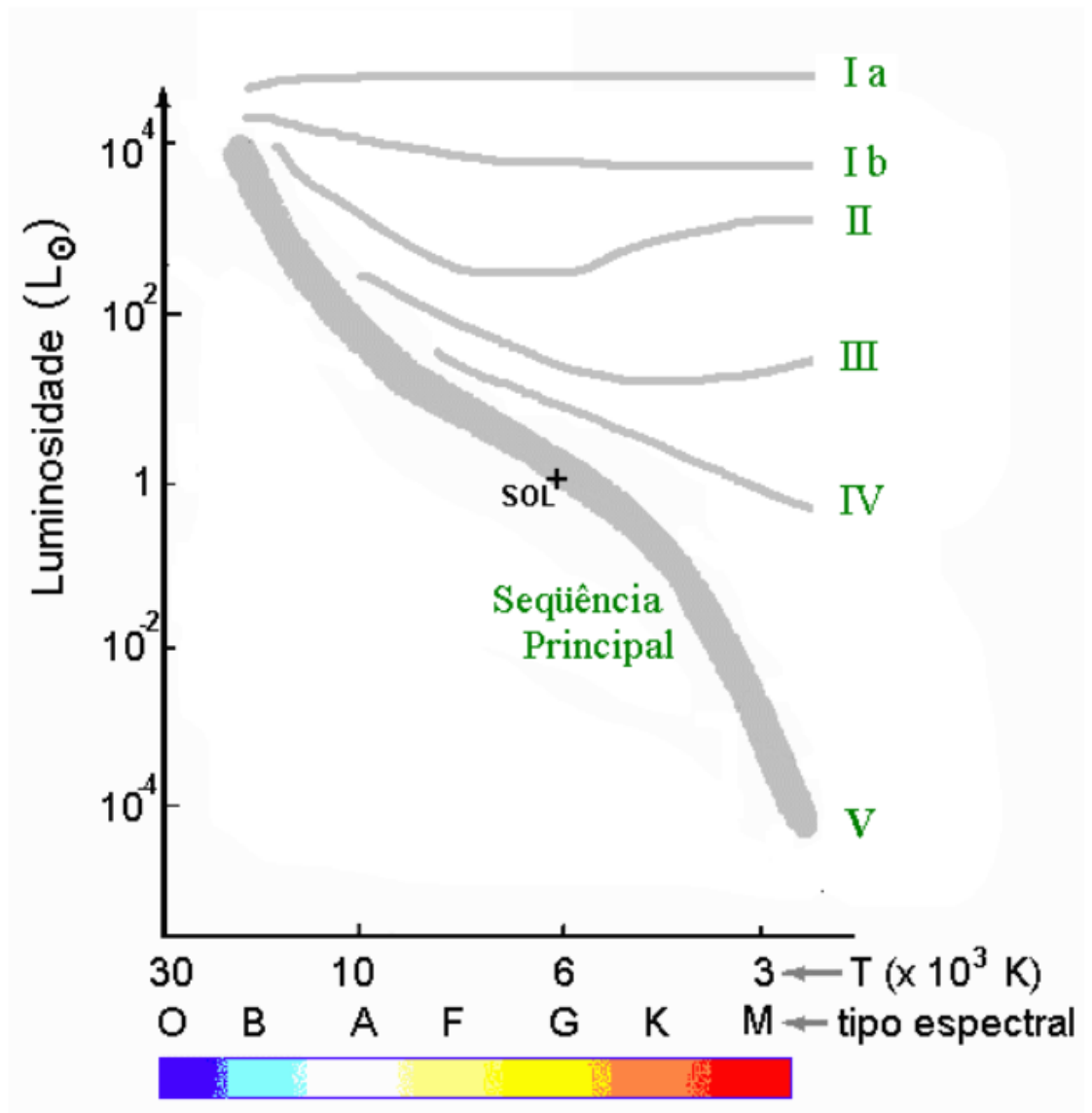


Diagrama H-R

Classes de luminosidade de Yerkes

Estrelas da Sequência principal do tamanho ou menor que o Sol são chamadas anãs.

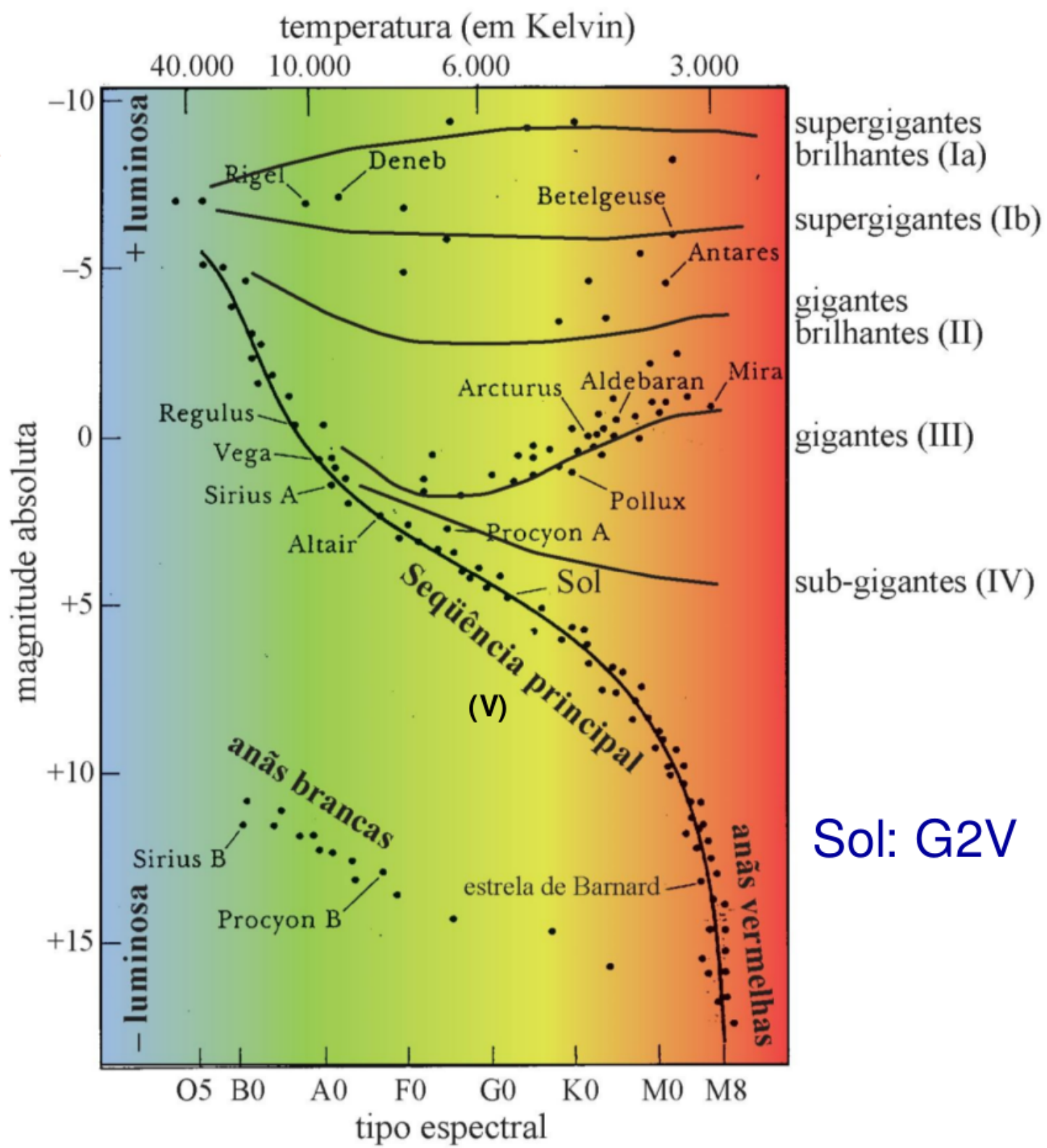


Diagrama H-R e tamanho das estrelas

- Lembrando:

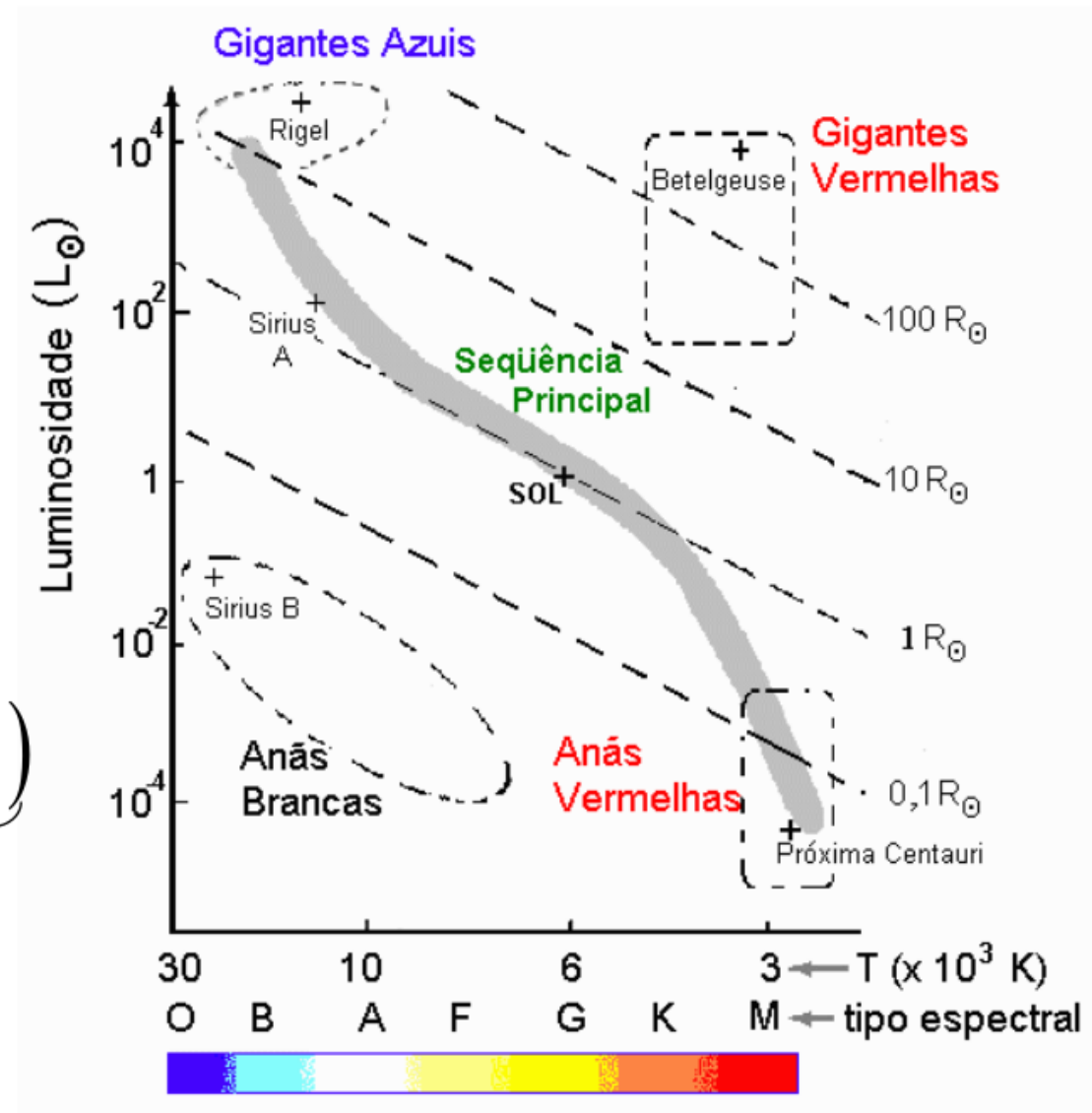
$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$$

ou

$$R_* = \frac{1}{T_{\text{ef}}^2} \sqrt{\frac{L_*}{4\pi\sigma}}$$

$$\underbrace{\log L_*}_{y} = \underbrace{4\log T_{\text{ef}}}_{a \cdot x} + \underbrace{\log(4\pi\sigma R_*^2)}_{b}$$

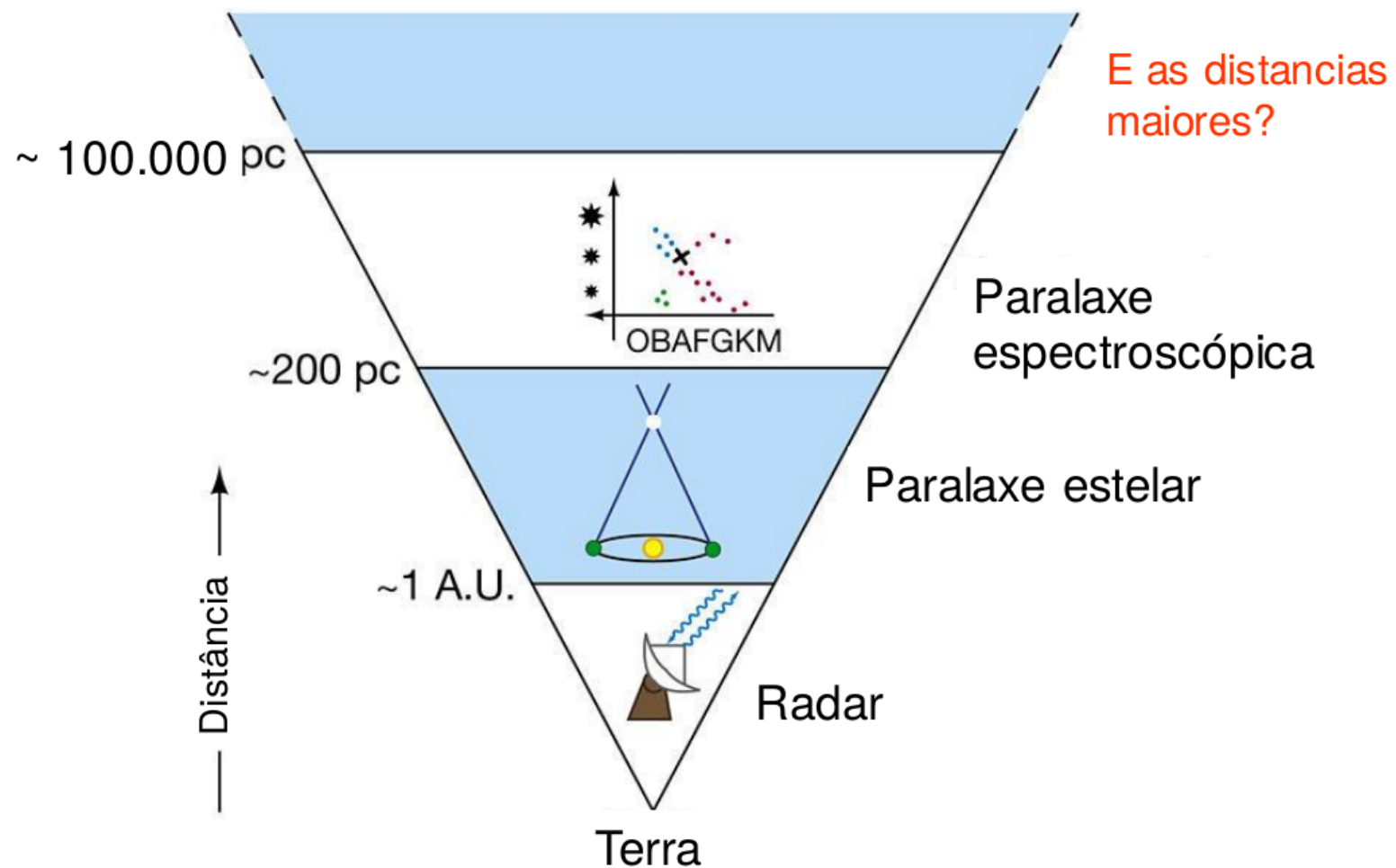
$y = a \cdot x + b$



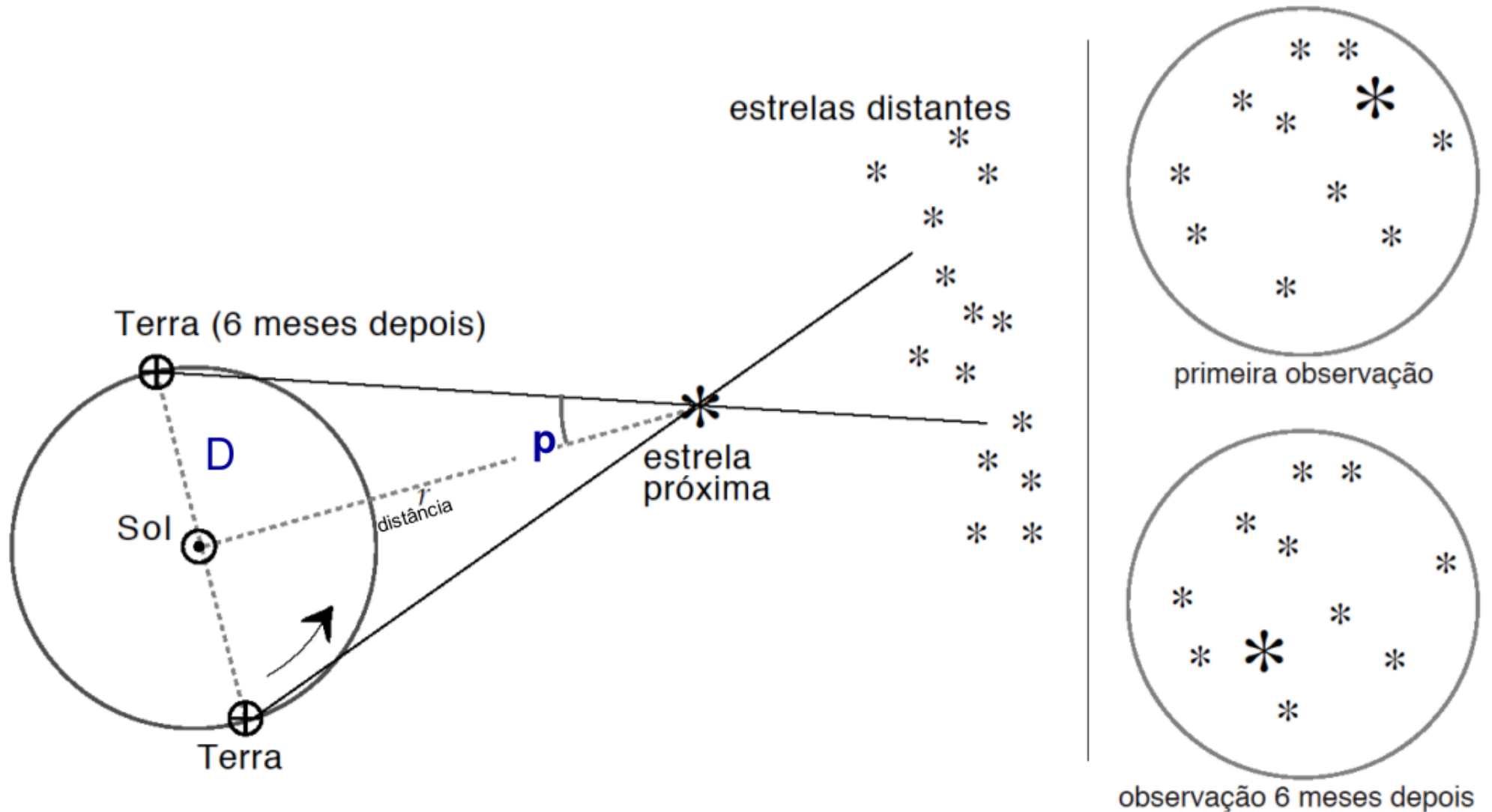
- R_* : Linhas diagonais no diagrama H-R.

Distância às estrelas

Escala de distância

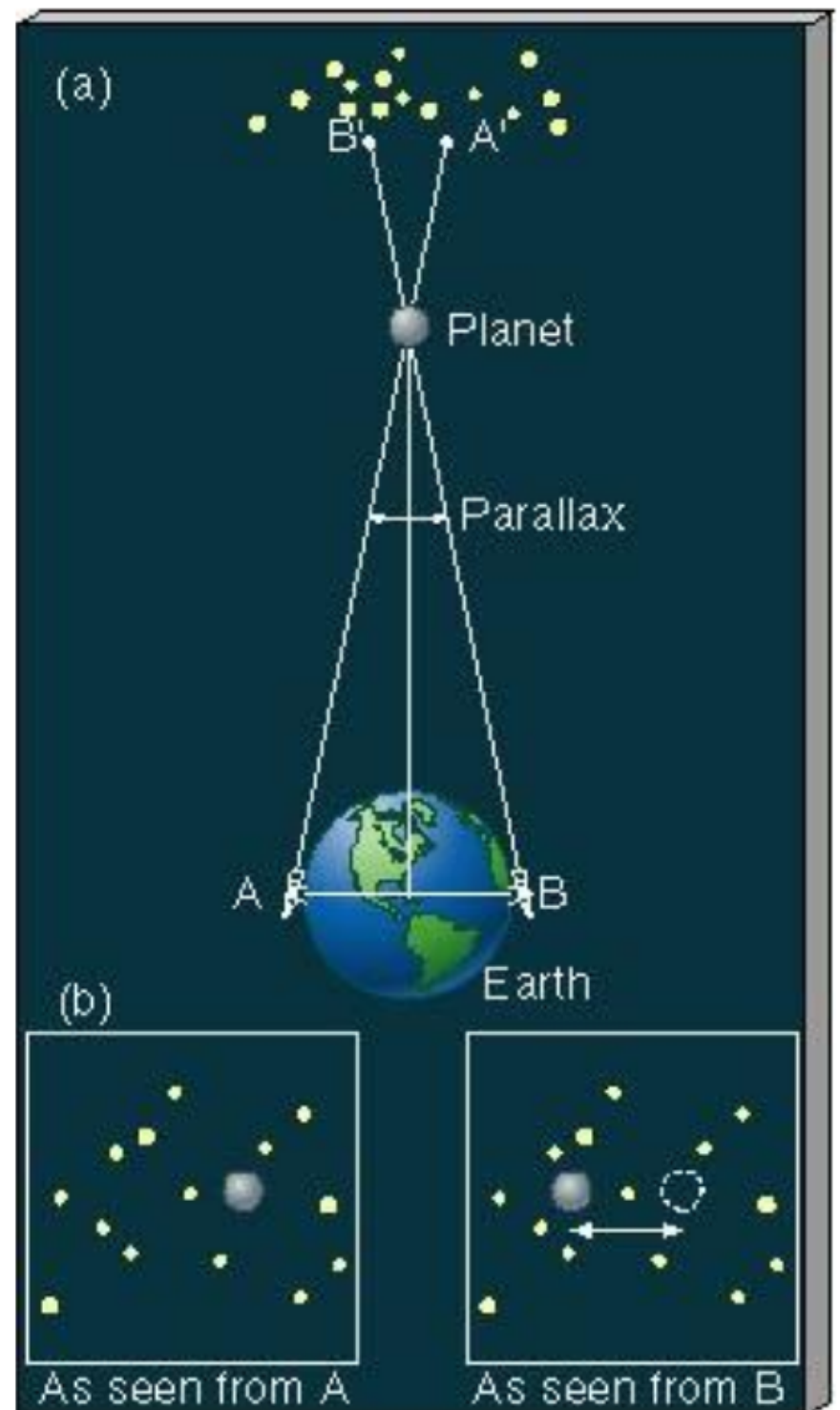


1) Paralaxe Trigonométrica



- Sabendo-se D e medindo-se p , mede-se a distância.
 - quanto mais distante, menor o ângulo p .

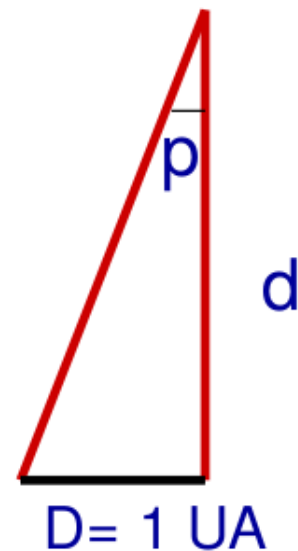
Pode-se também medir
distância de **planetas**
medindo-se a **paralaxe**:
nesse caso a linha de
base é o **diametro da
Terra**



Distância e Paralaxe

$$\tan p = \frac{D}{d} \rightarrow d = \frac{D}{\tan p} \simeq \frac{D}{p(\text{rad})}$$

$$p(\text{rad}) = \frac{\text{raio da órbita da Terra}}{d} \rightarrow d = \frac{1 \text{ UA}}{p(\text{rad})}$$



E para expressar o ângulo p em segundos de arco (") ?

$$1 \text{ rad} = 206.265'' \rightarrow$$

$$p('') = 206.265 \times 1 \text{ UA} / d$$

$$\text{Ou: } d = 1 \text{ UA} \times 206.265 / p('')$$

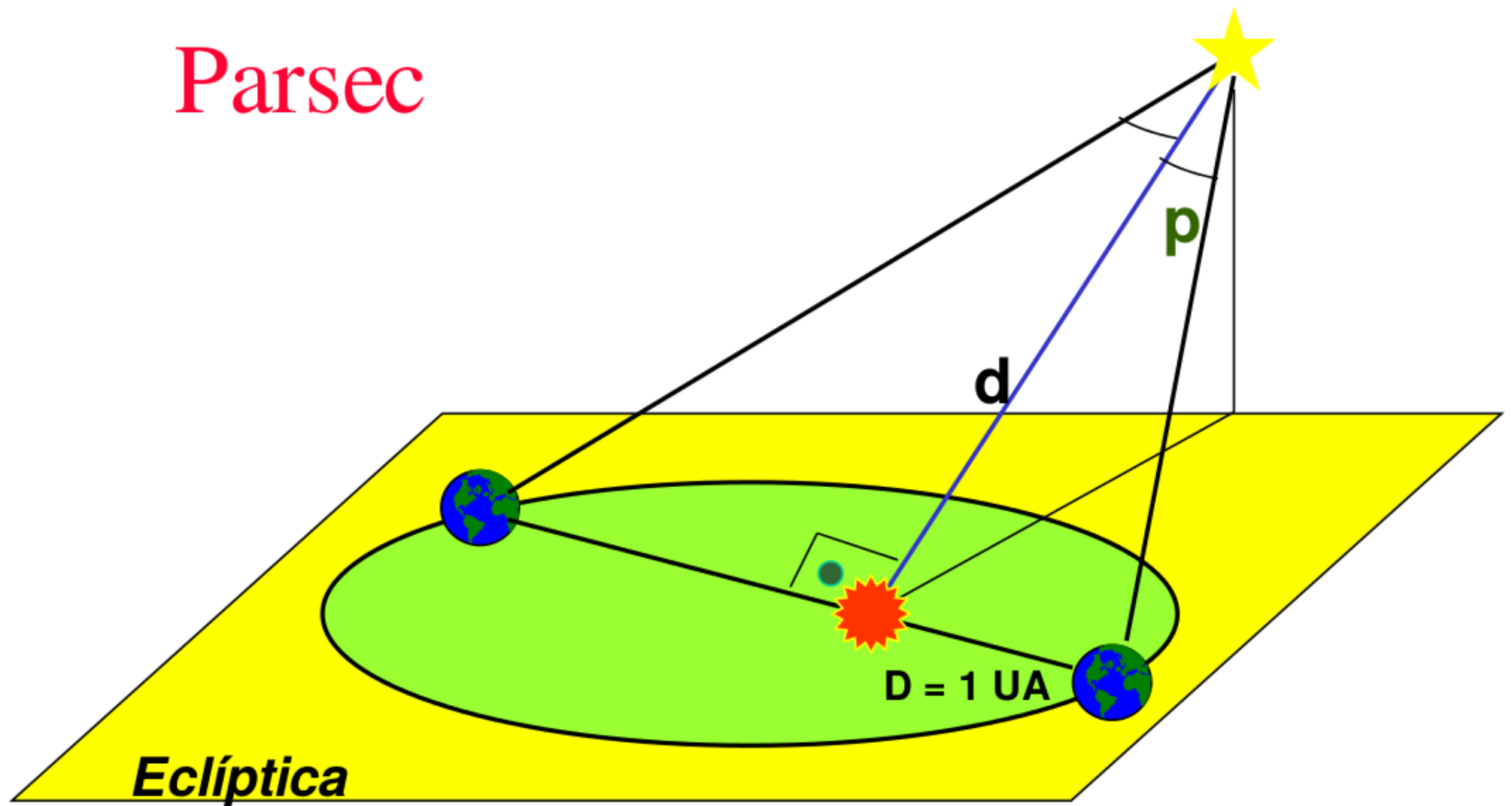
Qual a distancia (d) ao Sol de 1 estrela para a qual $p('') = 1''$?

$$d = 206.265 \text{ UA} = 1 \text{ pc}$$

→ A distância de um objeto expressa em parsecs é:

$$d(\text{pc}) = \frac{1}{p('')}$$

Parsec



Se $p = 1''$ então $d = 1 \text{ parsec} = 1 \text{ pc}$

$1 \text{ pc} = 3,26 \text{ anos-luz} = 3 \times 10^{18} \text{ cm}$

parsec = **par**alaxe **sec**ond (paralaxe de um segundo).

Ex.: Alfa do Centauro encontra-se a uma distância de 4,3 anos-luz.

Determine sua distância em *parsecs* e verifique sua paralaxe em segundos de arco.

$$3,3 \text{ a.l.} = 1 \text{ pc}$$

$$4,3 \text{ a.l.} = 1,3 \text{ pc}$$

$$d(\text{pc}) = 1/p''$$

$$p'' = 1/d(\text{pc}) = 1/1,3$$

$$p=0,767''$$

- Paralaxe estelar (ou trigonométrica): limite ~ 400 pc com Hiparcos.
- **Outros Exemplos:**
 - Próxima Centauro: $p = 0,772'' \rightarrow d = 1,3$ pc (ou 4,24 a.l.);
 - Sirius : $p = 0,38'' \rightarrow d = 2,63$ pc (ou 8,58 a.l.);
 - α Crux : $p = 0,01'' \rightarrow d = 100$ pc;
 - β Crux : $p = 0,0029'' \rightarrow d = 345$ pc;

Para distâncias maiores



Para distâncias maiores

- Determinação de distâncias a partir da **luminosidade e espectro** das estrelas.
 - Comparação entre o brilho aparente e o tipo em que a estrela é classificada, o qual revela seu brilho absoluto (magnitude absoluta)
- utilização do módulo de distância:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

→ **Paralaxe
espectroscópica**

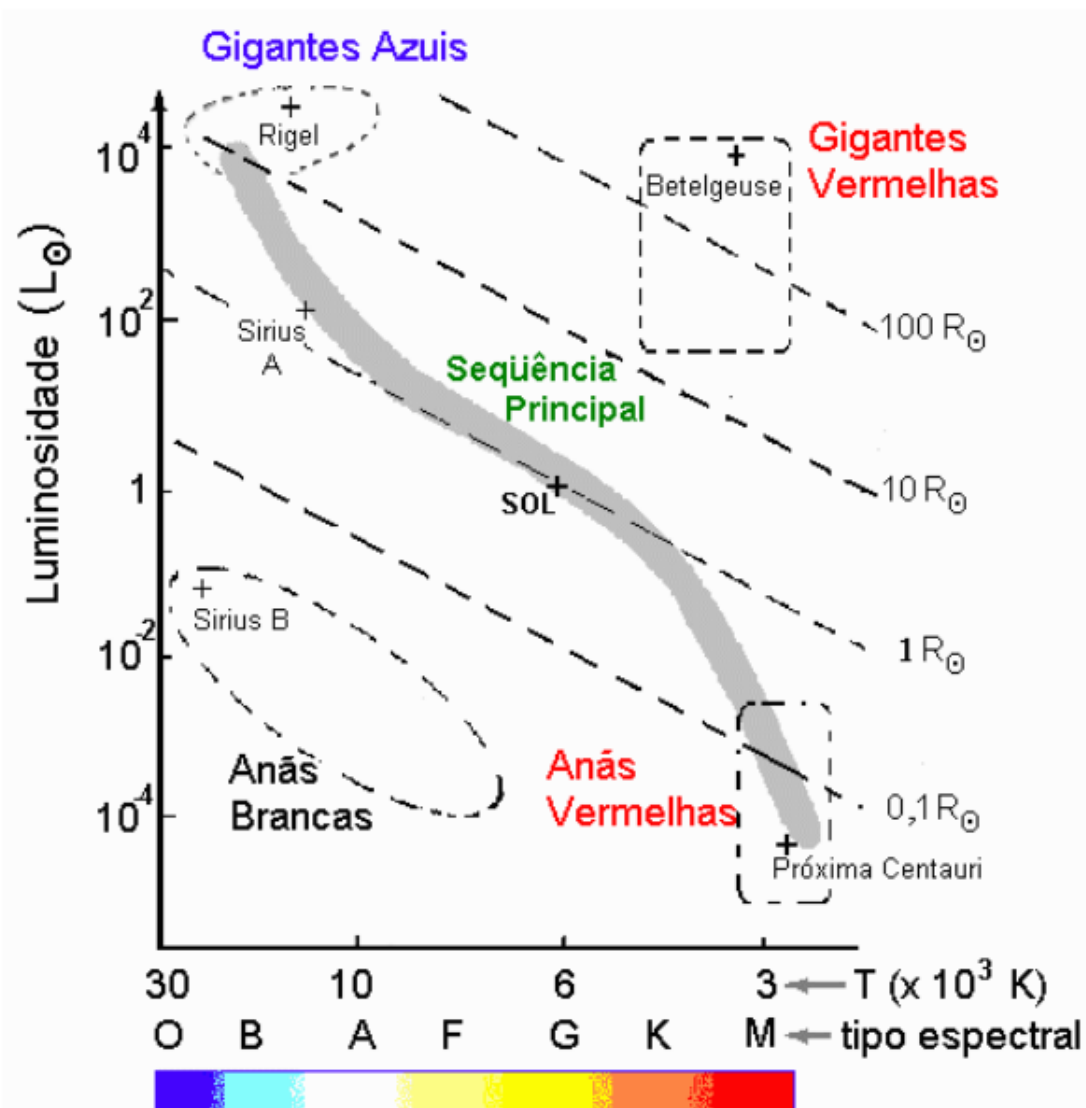
2) Paralaxe espectroscópica

Método:

- **construir um diagrama HR de calibração** para estrelas próximas com boa determinação da distância (por paralaxe estelar).
- obter o **tipo espectral (ou T)** e a **classe de luminosidade da estrela distante através de seu espectro**.
- **localizar a estrela no diagrama HR** calibrado.
- **ler a luminosidade (ou M)** e calcular a distância usando a magnitude aparente (módulo de distância).

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

Diagrama H-R: paralaxe espectroscópica



determino T_* pelo espectro;

HR: fornece **L (ou M)**;

Medindo **F(d) (ou m)**:



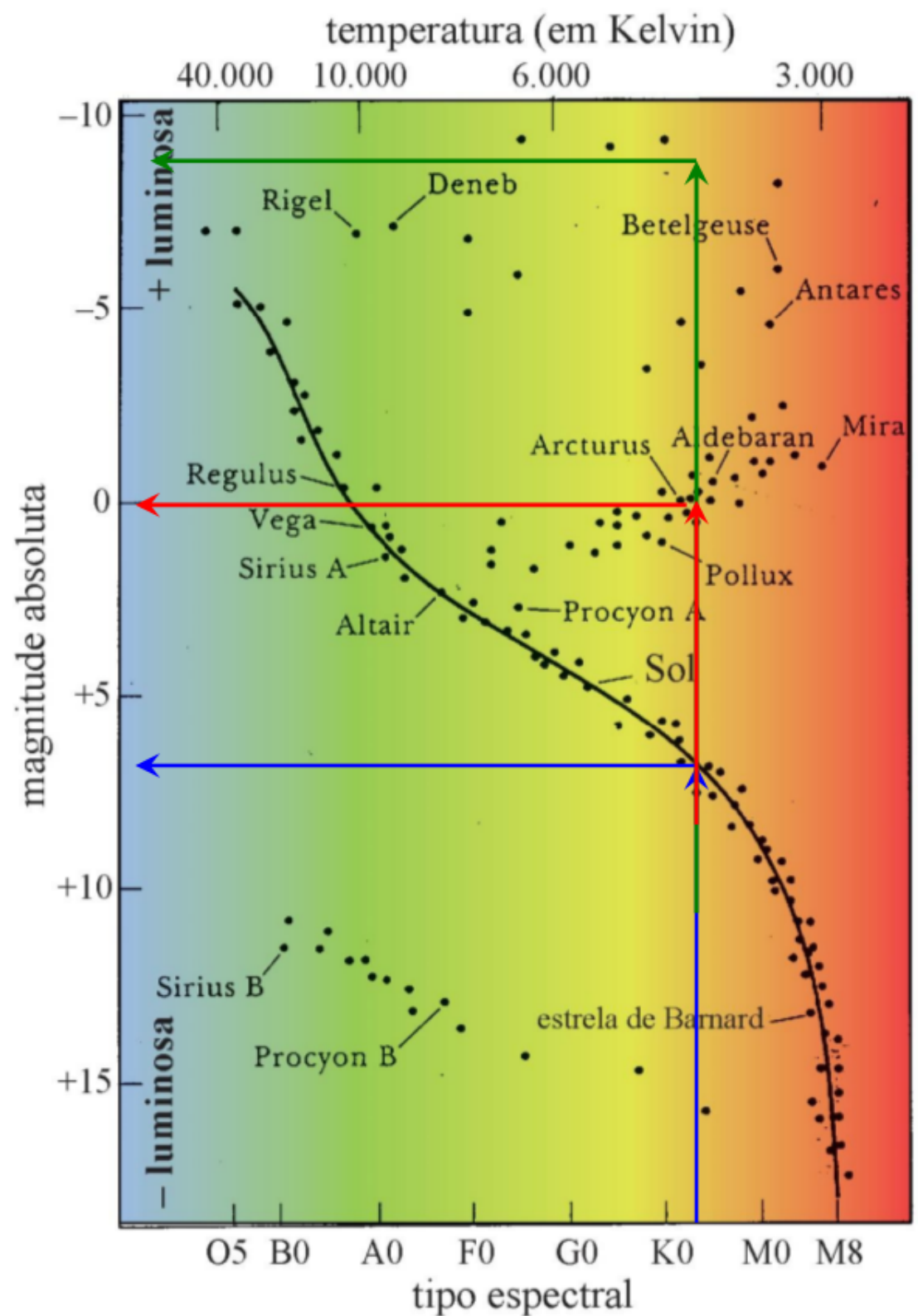
Medida de distâncias (até 100.000 pc):

$$F(d) = L_* / 4\pi d^2$$

Paralaxe espectroscópica

- Usando apenas o tipo espectral há uma ambiguidade.
- Mesmo tipo espectral, mas magnitudes absolutas diferentes!
- É necessário **distinguir as classes de luminosidade**

COMO?



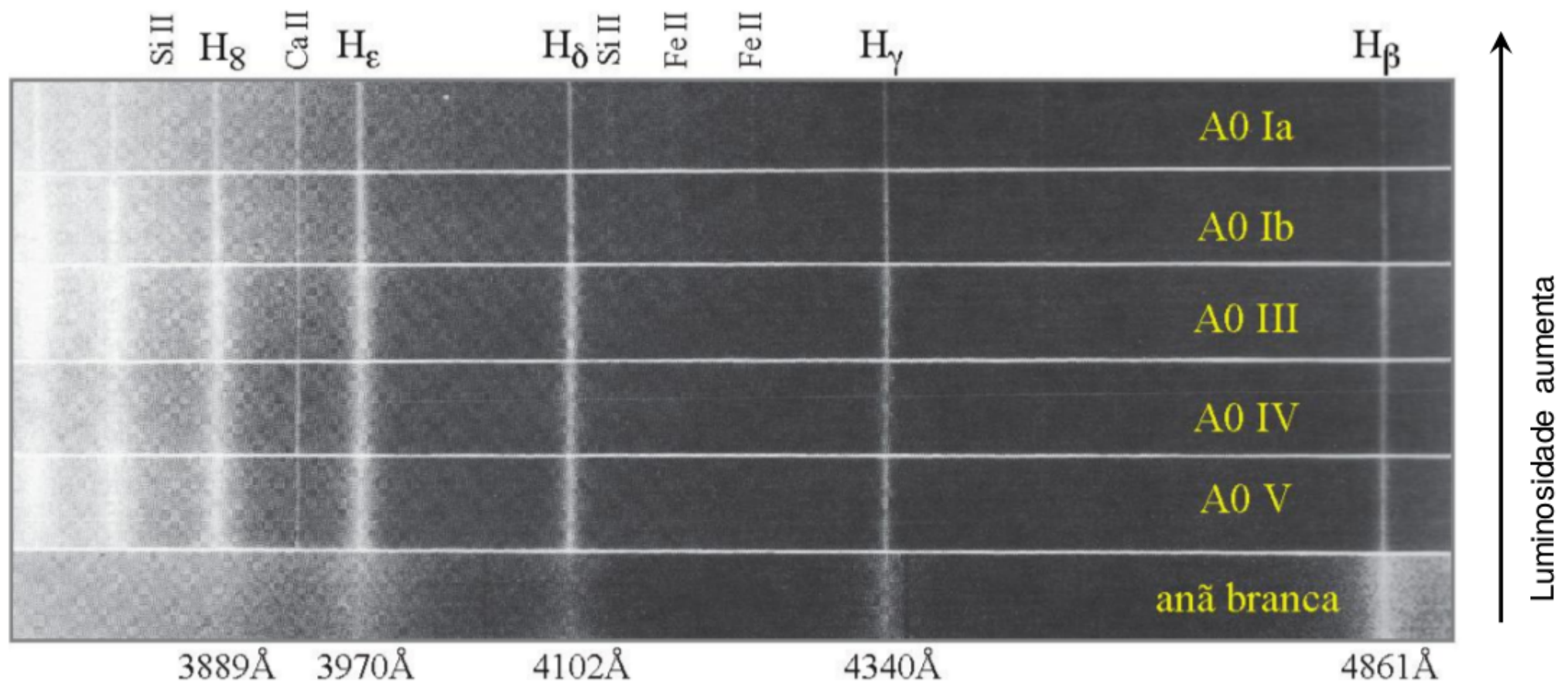
Paralaxe espectroscópica

- As estrelas mais luminosas (de um dado tipo espectral) são maiores


$$R = \frac{1}{T^2} \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma}}$$

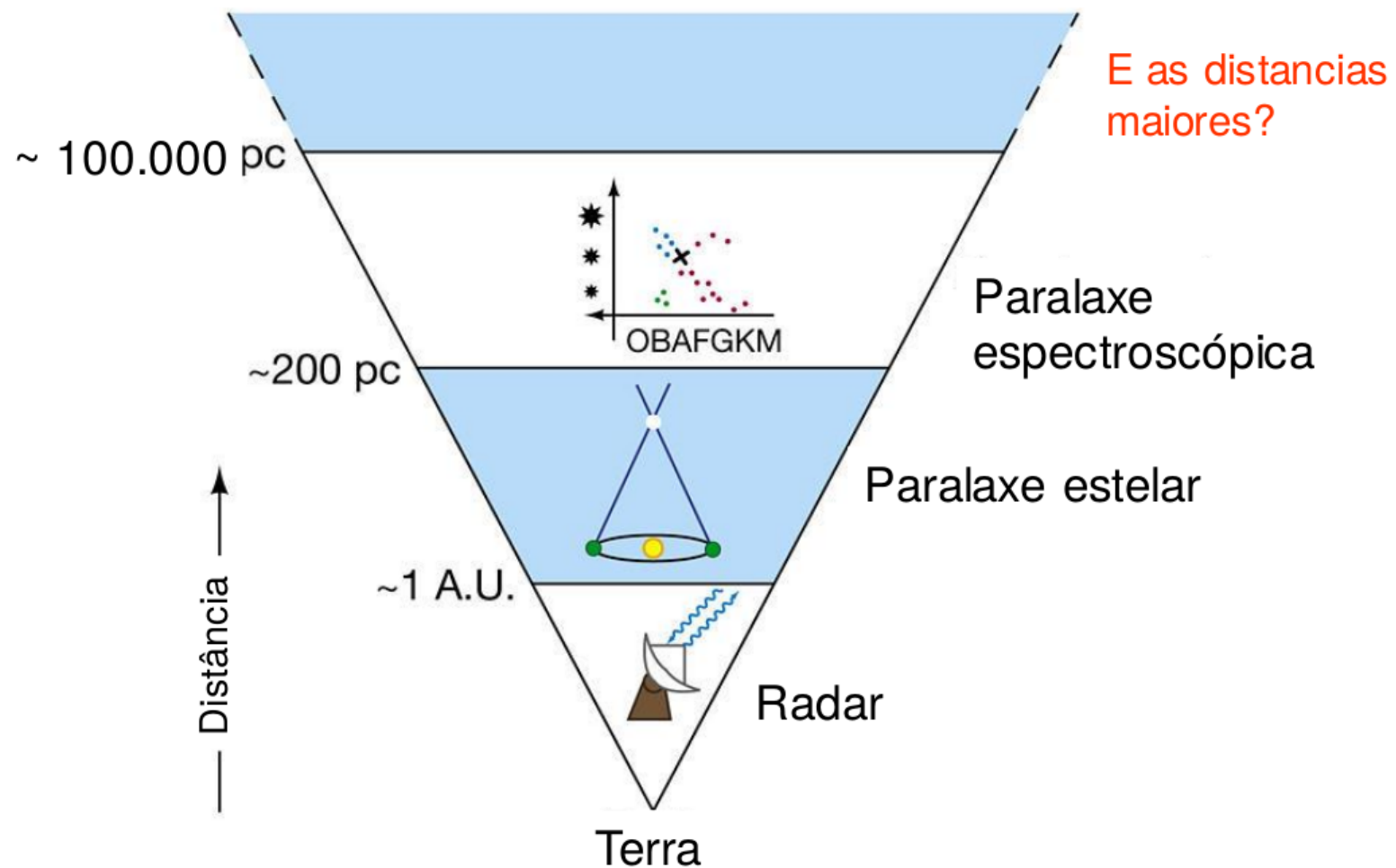
- A pressão (e densidade) é menor na superfície das estrelas maiores:
 - Alargamento de linhas: devido à pressão

→ As linhas são mais estreitas nas estrelas maiores (mais luminosas)



Distância às estrelas

Escala de distância



3) Relação *Período – Luminosidade* das Cefeidas

A **variabilidade na luz observada** em algumas estrelas:

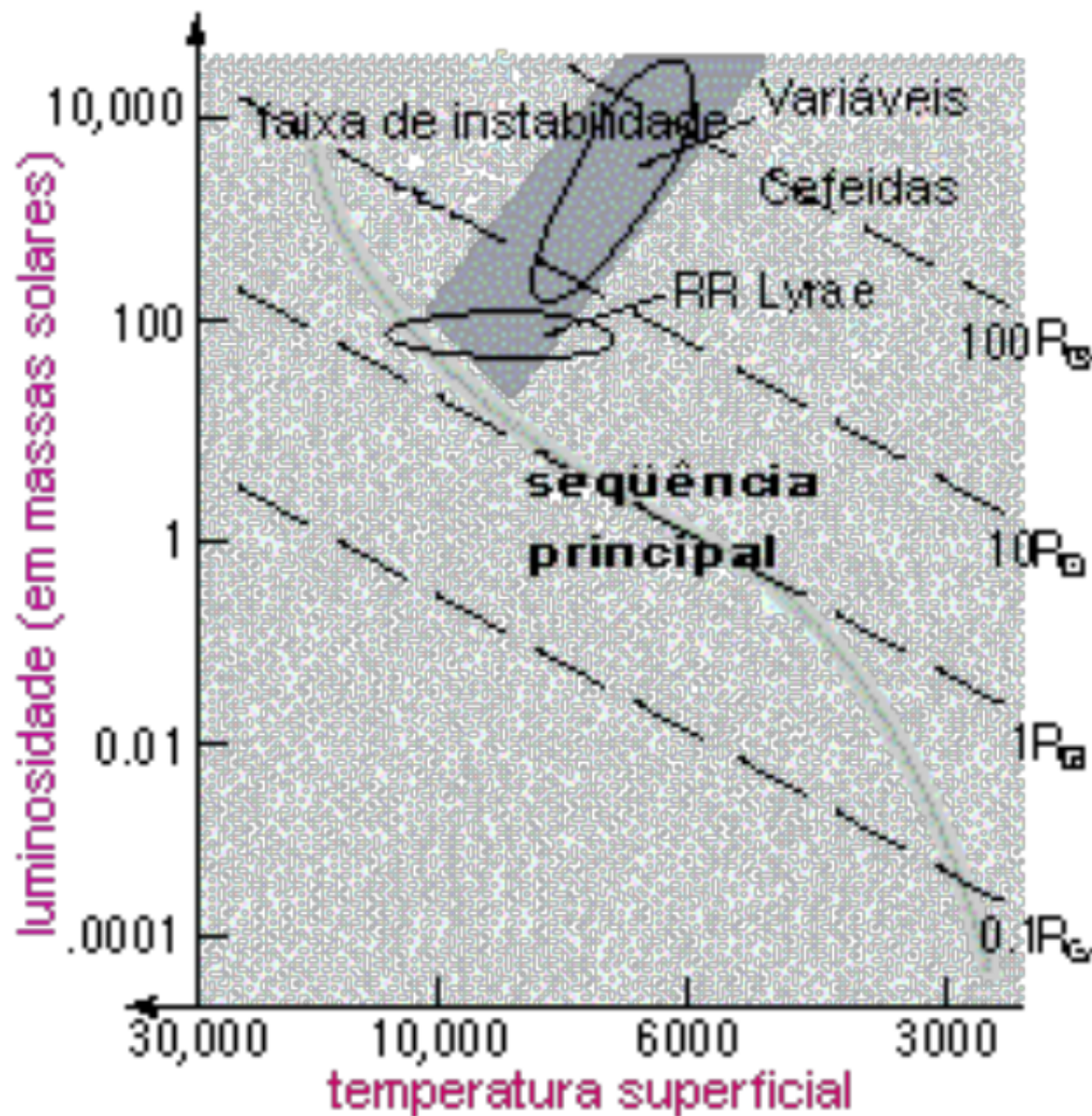
→ método para determinação de distâncias ainda maiores: extragaláticas.

Ex.: Cefeidas → categoria de estrelas variáveis pulsantes.

→ período de pulsação diretamente associado à sua luminosidade.

Variáveis RR Lyrae e Cefeidas

Dois tipos de estrelas pulsantes → muito importantes na determinação de distâncias galácticas e extragalácticas → variáveis **RR Lyrae** e **Cefeidas**:



O período de pulsação das variáveis **RR Lyrae**:

varia entre 0.5 e 1 dia

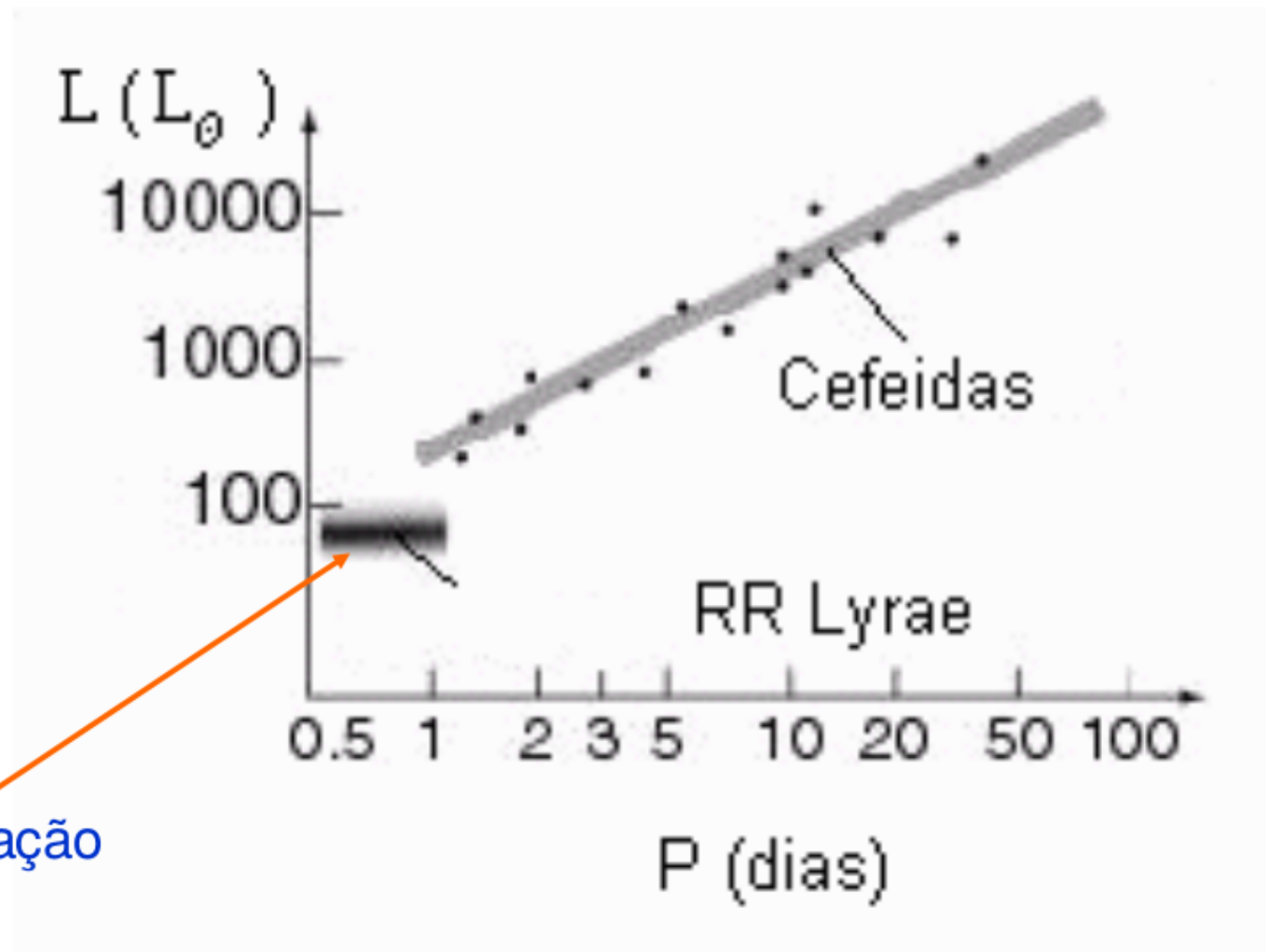
Cefeidas:

pulsam com períodos de 1 a 100 dias.

Gráfico do período de pulsação (P) vs luminosidade (L) para as Cefeidas e RR Lyrae



Henrietta Leavitt



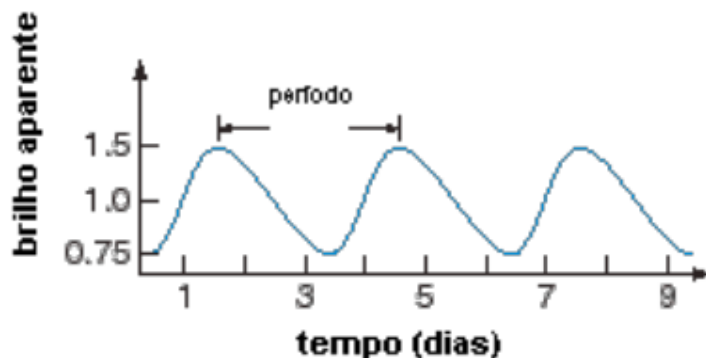
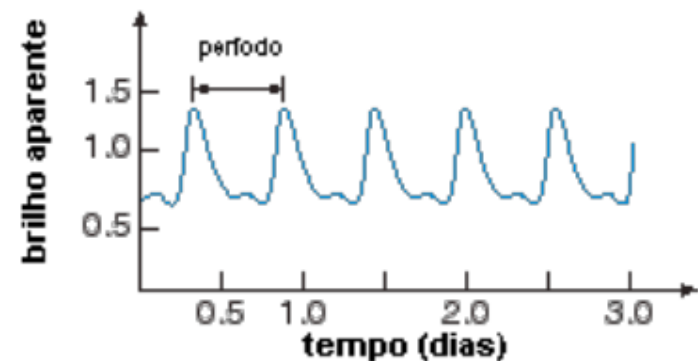
períodos de pulsação
das estrelas
variáveis RR Lyrae.

Variáveis Cefeidas

- Variáveis com relação conhecida entre período e luminosidade.

Uma vez medida a luminosidade aparente de uma Cefeida, podemos determinar sua luminosidade intrínseca, que nos permitirá, por sua vez, determinar sua distância:

$$m - M = 5 - 5 \log r$$



Luminosidade (unidades solares)

