

Modelos Cosmológicos de Interação de Fluidos Viscosos e o Setor Escuro do Universo

Universidad Tecnológica del Perú – UTP

William Algoner

*Universidad Tecnológica del Perú
CONCYTEC - ProCIENCIA*

24 de julho de 2025

Conteúdo

- 1 Introdução
 - Contextualização
 - Objetivos

- 2 Construção do Modelo Cosmológico
 - Equações fundamentais do modelo

- 3 Resultados
 - Função $F(r)$ e parâmetro de Hubble

Introdução

Contextualização

- Ainda temos o problema da constante cosmológica, sugere que o paradigma padrão pode ser uma descrição eficaz de uma física mais profunda que ainda não é totalmente compreendida.
- Como consequencia, existem inúmeras propostas de modelos de extensão para o modelo padrão.
- Apesar dos esforços para desenvolver teorias além do Λ CDM, ainda nenhuma dessas alternativas conseguiu fornecer uma solução convincente e amplamente aceita para o problema da energia escura.
- Actualmente, o estudo de modelos cosmológicos teóricos precisa de uma validação quantitativa mediante análise numérico e simulações computacionais que permita avaliar a compatibilidade con os dados observacionais.

Motivação

Ao estudar os modelos de energia escura - como componente escura - é esperado que ela não evolua por separado, isso quer dizer que ela deve estar acompanhada pela matéria escura. E isto poderia aliviar o problema de coincidência cósmica, o que depende da escolha apropriada do termo de interação.

Alguns autores, como Kremer (2012), Chimento (2009), Avelino (2013), sugerem que para encontrar um possível alívio a este problema é a incorporação de processos irreversíveis, ela vem acompanhado de uma viscosidade volumétrica associado a uma pressão fora do equilíbrio.

Estudar a viscosidade aparente em um universo plano do modelo FLRW gerou diversos temas discutíveis, como o estudo das funções termodinâmicas do universo, as propriedades físicas e geométricas dos modelos, propondo termos de interação generalizados para diversos cenários, realizando uma análise de estabilidade e condições de viabilidade de cada modelo cosmológico.

Objetivo geral

Construir e validar modelos cosmológicos que incorporam a interação entre o fluido viscoso e o setor escuro do Universo.

Construção do Modelo Cosmológico

Tensor Energía-Momento

O modelo esta baseado para um universo plano, homogêneo e isotrópico. Para descrever a dinâmica do sistema se utiliza a métrica de Friedmann-Robertson-Walker:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (1)$$

Para incorporar os efeitos de uma pressão forte de equilíbrio na evolução do universo, se introduz um tensor energia-momento efetivo dada pela pressão de viscosidade.

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p_{\text{eff}})u_\mu u_\nu + p_{\text{eff}}h_{\mu\nu}, \quad (2)$$

onde: $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu$

$p_{\text{eff}} = p + \varpi$, sendo ϖ a pressão fora do equilíbrio.

Este último é apresentado no modelo através de um termo viscoso definido pela relação: $\varpi = -3\eta H$, onde ϖ é o coeficiente de viscosidade e H o parâmetro de Hubble.

Equações de conservação

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{de} + \rho_m + \rho_b), \quad (3)$$

$$\dot{\rho}_m + \dot{\rho}_{de} + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)(\rho_m + p_m + \rho_{de} + p_{de} + \varpi) = 0, \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_b + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = 0, \quad (5)$$

A partir da equação (4), é possível reescrever a equação de conservação total em termos de equações de conservação efetivamente separadas para cada componente do fluido:

$$\dot{\rho}_m + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\gamma_m^e \rho_m = 0, \quad (6)$$

$$\dot{\rho}_{de} + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\gamma_{de}^e \rho_{de} = 0. \quad (7)$$

onde γ_i^e ($i = m, de$) representa o índice barotrópico efetivo associado a cada componente.



Acoplamento efetivo

Primeiro, a relação dos índices barotrópicos efetivo associado com cada componente do setor escuro é expresso como:

$$\gamma_m^e = \gamma_m + \frac{\gamma_{de} - \gamma_{de}^e}{r} + \frac{\varpi}{\rho_m}, \quad (8)$$

isto é definido a partir da equação de estado $p_i = (\gamma_i - 1)\rho_i$, e $r = \rho_m/\rho_{de}$ representa a razão entre as densidades de matéria e de energia escura.

Este enfoque permite modelar a interação dos fluídos escuros e relacionar com os índices barotópicos, *sem que seja definido um termo de interação*, isto porque aquele termo estaria intrinsecamente dentro do índice.

Portanto, generalizamos o índice barotrópico associado à componente da energia escura e sendo expressa unicamente à relação das densidades de matéria e energia escura, Chimento (2009):

$$\gamma_{de}^e = \gamma_{de} - F(r), \quad (9)$$

Acoplamento efetivo

Considerando este Anzat, e usando as eqs. (6) e (7), se obtém:

$$\dot{\rho}_m + 3H\gamma_m\rho_m = -3H\rho_{de}F(r) - 3H\varpi, \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_{de} + 3H\gamma_{de}\rho_{de} = 3H\rho_{de}F(r), \quad (11)$$

ao utilizar o Anzat da eq.9, leva a um termo de interação que é proporcional à energia escura. Também considera-se:

$$\eta = \bar{\eta}_0 \frac{\rho_{de}}{H^2} \sqrt{\rho}, \quad (12)$$

onde $\bar{\eta}_0 = \eta_0 \sqrt{\frac{27}{8\pi G}}$ é uma constante a encontrar.

Das eqs. (6) y (7), deduz-se a equação dinâmica de r , que governa a dinâmica relativa entre as densidades de matéria e energia escura:

$$\dot{r} = -3Hr \left[\gamma_m - \gamma_{de} + \left(1 + \frac{1}{r} \right) F(r) - \frac{\eta_0}{r} \right]. \quad (13)$$



Condições de estabilidade

Dado que os índices barotrópicos γ_m e γ_{de} são considerados constantes, é preciso conhecer expressões explícitas para a função $F(r)$. Neste caso, a equação (13) se reduz a:

$$\dot{r} = -3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) r \mathcal{F}(r), \quad (14)$$

onde:

$$\mathcal{F}(r) = \gamma_m - \gamma_{de} + \left(1 + \frac{1}{r} \right) F(r) - \frac{\eta_0}{r}. \quad (15)$$

Com o objetivo de restringir as formas funcionais possíveis para $F(r)$, analisa-se a estabilidade da eq. (14) por meio do estudo do comportamento de r . Nesta análise, assume-se que um estado de estacionário do universo está caracterizado por uma solução constante $r = r_s$. Portanto, da eq. (14) se deduz que a condição para um ponto de estacionário é $\mathcal{F}(r_s) = 0$, e r_s vai ser assintoticamente estável se as seguintes condições forem atendidas:

Condições de estabilidade

- (i) $\mathcal{F}(r) > 0$, $\forall r \neq r_s$, consistente com a expansão acelerada do universo que leva a predominância futura da energia escura.
- (ii) $\frac{d\mathcal{F}(r)}{dt} < 0$, $\forall t$ tal que $r \neq r_s$.

Considerando que $\dot{a}/a > 0$, $r > 0$ e que $\dot{r} < 0$ nas cercanias do ponto de equilíbrio, a condição de estabilidade em $r \neq r_s$ é expressa como:

$$r(r+1)\frac{dF(r)}{dr} - (F(r) - \eta_0) > 0, \quad \text{para } r \neq r_s. \quad (16)$$

Se considerarmos um ponto estacionário $r = r_s$, então o $F(r) = \eta_0$ porque a eq.16 daria uma igualdade a zero, Kremer e Sobreiro (2011). Por tanto, para garantir a estabilidade para um $r \neq r_s$ e o $F(r) \neq \eta_0$, a não ser que no limite assintótico cumpra-se esta igualdade (quando há um maior domínio de energia escura $r \rightarrow 0$, no futuro). Voltando à equação 16 para garantir ela também considera-se que $F(r) - \eta_0 < 0$ além de mencionar que o $F(r)$ faz parte do termo de interação e está condicionada a ser pequeno.

Resultados

Função $F(r)$

Propoe-se uma função que cumpra as condições de estabilidade que é estabelecida pela eq.16 e a equação dinâmica de 13.

$$F(r) = \eta_0 - A_1 \frac{r}{1+r}, \quad (17)$$

onde:

- A_1 é uma constante de acoplamento que controla a intensidade da interação e pode ser ajustada para cumprir as observações cosmológicas.
- η_0 representa o efeito viscoso.
- $\frac{r}{1+r}$ é uma função crescente, ela vai para o zero quando $r \rightarrow 0$ (a energia escura domina, então $F(r) \rightarrow \eta_0$, mas vai para o 1 quando $r \rightarrow \infty$ (a matéria escura é dominante, então $F(r) \rightarrow \eta_0 - A_1$).

encontra-se que o radio de densidades é:

$$r(z) = r_0(1+z)^{3(\eta_0 - A_1 - \gamma_{de} + \gamma_m)} \quad (18)$$

Parâmetro de Hubble

Calculando a densidade de energia escura, obtem-se:

$$\rho_{de} = \rho_{de}^0 (1+z)^{3(\gamma_{de}-\eta_0)} \left(\frac{1+r_0}{1+r(z)} \right)^{\frac{A_1}{\eta_0-A_1-\gamma_{de}+\gamma_m}} \quad (19)$$

Por tanto, temos a função explícita para o parâmetro de Hubble:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{de}^0 (1+z)^{3(\gamma_{de}-\eta_0)} \left(\frac{1+r_0}{1+r(z)} \right)^{\frac{A_1}{\eta_0-A_1-\gamma_{de}+\gamma_m}} (1+r(z)) + \Omega_b^0 (1+z)^3 \quad (20)$$

onde H_0 é a constante de Hubble.

Teste computacional

```

num_samples, num_warmup, num_chains = 500, 100, 1 # 500, 100, 1

kernel = NUTS(modelSN)
mcmc = MCMC(kernel,
             num_samples=num_samples,
             num_warmup=num_warmup,
             num_chains=num_chains,
             progress_bar=True)

# Run the MCMC
mcmc.run(jax.random.PRNGKey(0), E0=0, z0=0, c=c, zSN=zmb, cov_inv=cov_inv, obs_mag=mb)

[7] ✓ 19m 15.4s

... c:\Users\crisc\conda\envs\Entorno4\lib\site-packages\jax\_src\ops\scatter.py:93: FutureWarning: scatter
warnings.warn(
sample: 100% ██████████ 600/600 [19:08<00:00, 1.91s/it, 191 steps of size 1.07e-02. acc. prob=0.96]

mcmc.print_summary()
samplesSN = mcmc.get_samples()

[8] ✓ 0.0s

...

```

	mean	std	median	5.0%	95.0%	n_eff	r_hat
Ax	0.17	0.11	0.16	0.00	0.33	192.81	1.00
H0	71.33	3.31	71.13	65.91	76.19	389.18	1.00
M_B	-19.30	0.10	-19.31	-19.46	-19.14	411.33	1.00
OMo	0.32	0.12	0.34	0.16	0.50	297.56	1.00
gM	1.16	0.21	1.18	0.88	1.50	197.52	1.00
gX	0.30	0.14	0.31	0.09	0.50	244.69	1.00
no	0.18	0.13	0.16	0.00	0.38	245.85	1.00

Number of divergences: 0

Figura: Melhores ajustes com 600 iterações de 7 parâmetros livres



Confronto estatístico com supernovas tipo Ia

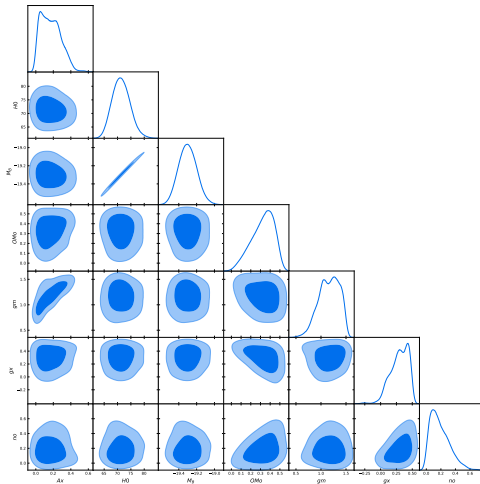


Figura: Contornos com dados do Pantheon+