

### **3) Estrelas: Distancias, magnitudes, classificação espectral**

# Parâmetros estelares

- Luminosidade,  $L$ : potencia (energia/tempo) emitida pela estrela em todas as direções

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad [\text{J / s}], [\text{erg/s}]$$

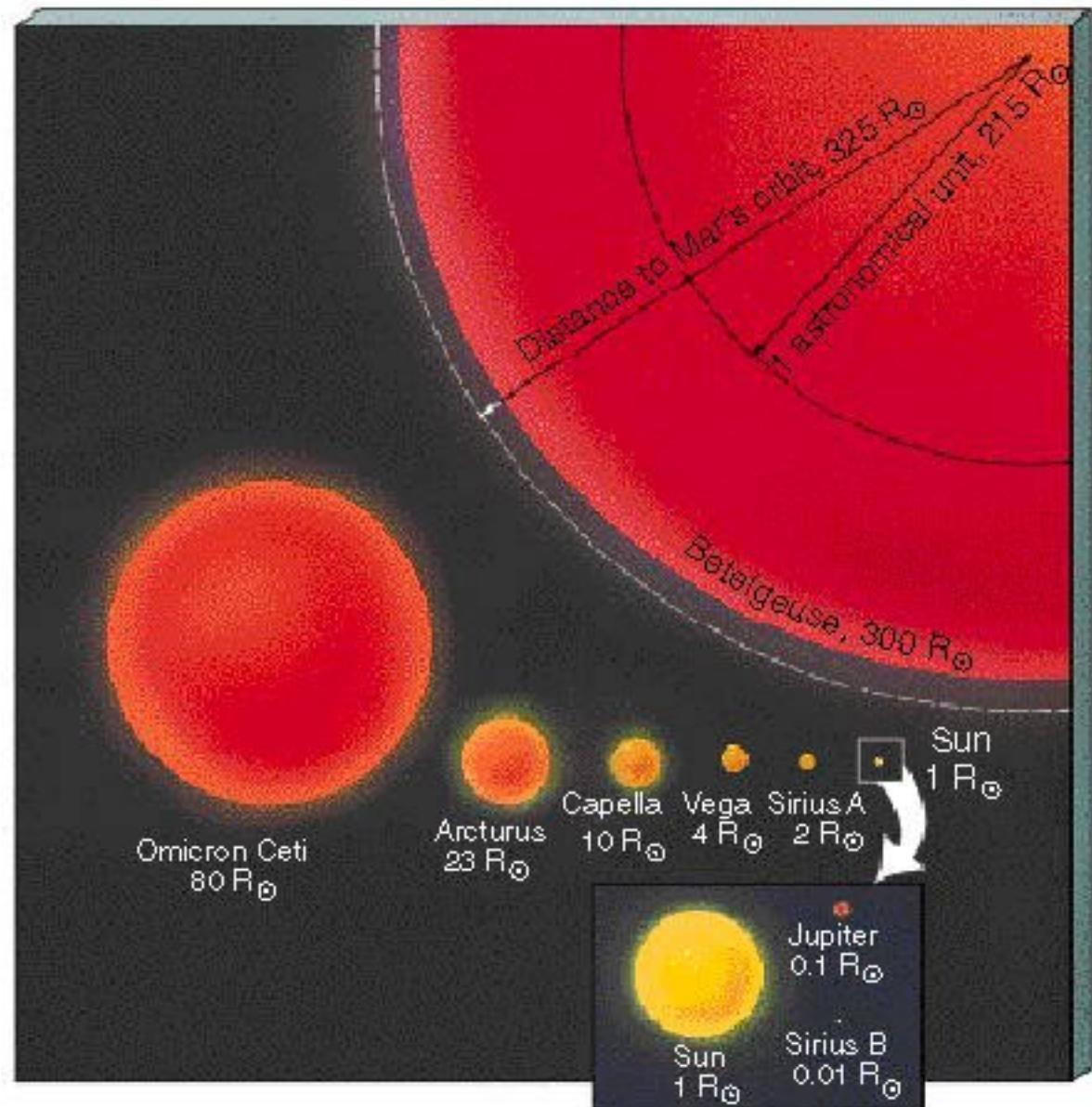
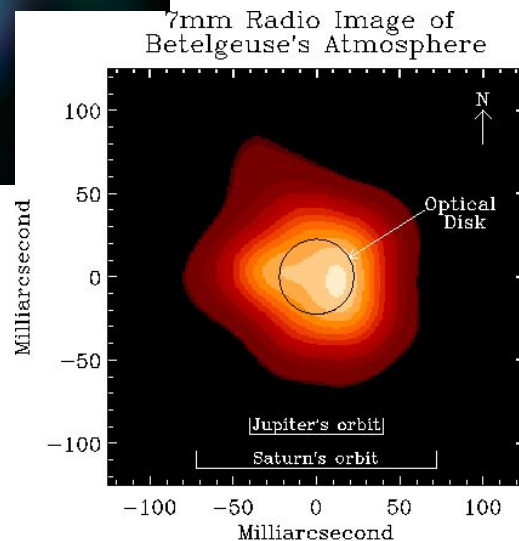
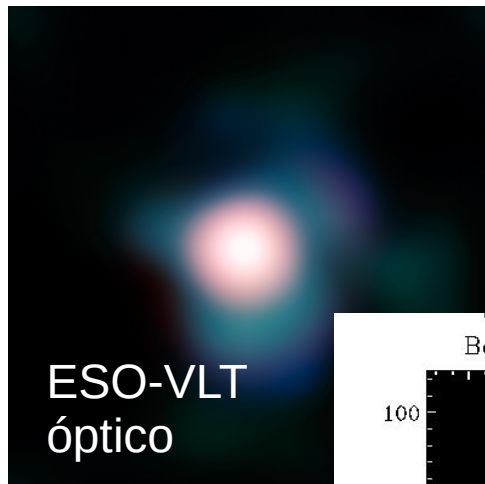
- Fluxo emitido na superfície da estrela,  $F$

$$F(R_s) = \frac{L_s}{4\pi R_s^2} \quad \rightarrow \quad L_s = F(R_s) 4\pi R_s^2$$



# Raios estelares

A maioria das estrelas quando observadas são pontos sem resolução angular, à exceção de algumas duzias (ex. Betelgeuse,  $R \sim 300 R_{\text{sol}}$ )



- O fluxo observado (já que a  $L$  é intrínseca à estrela)

$$F(d) = F(R_s) \frac{R_s^2}{d^2}$$

- Da lei de Steffan-Boltzman:  $F(R_s) = \int B_\nu d\nu = \sigma T^4$

$$\sigma = 5.76 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$L_s = 4\pi R_s^2 \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad R_s = \left( \frac{L_s}{4\pi \sigma T^4} \right)^{1/2} \quad \text{Raio estelar}$$

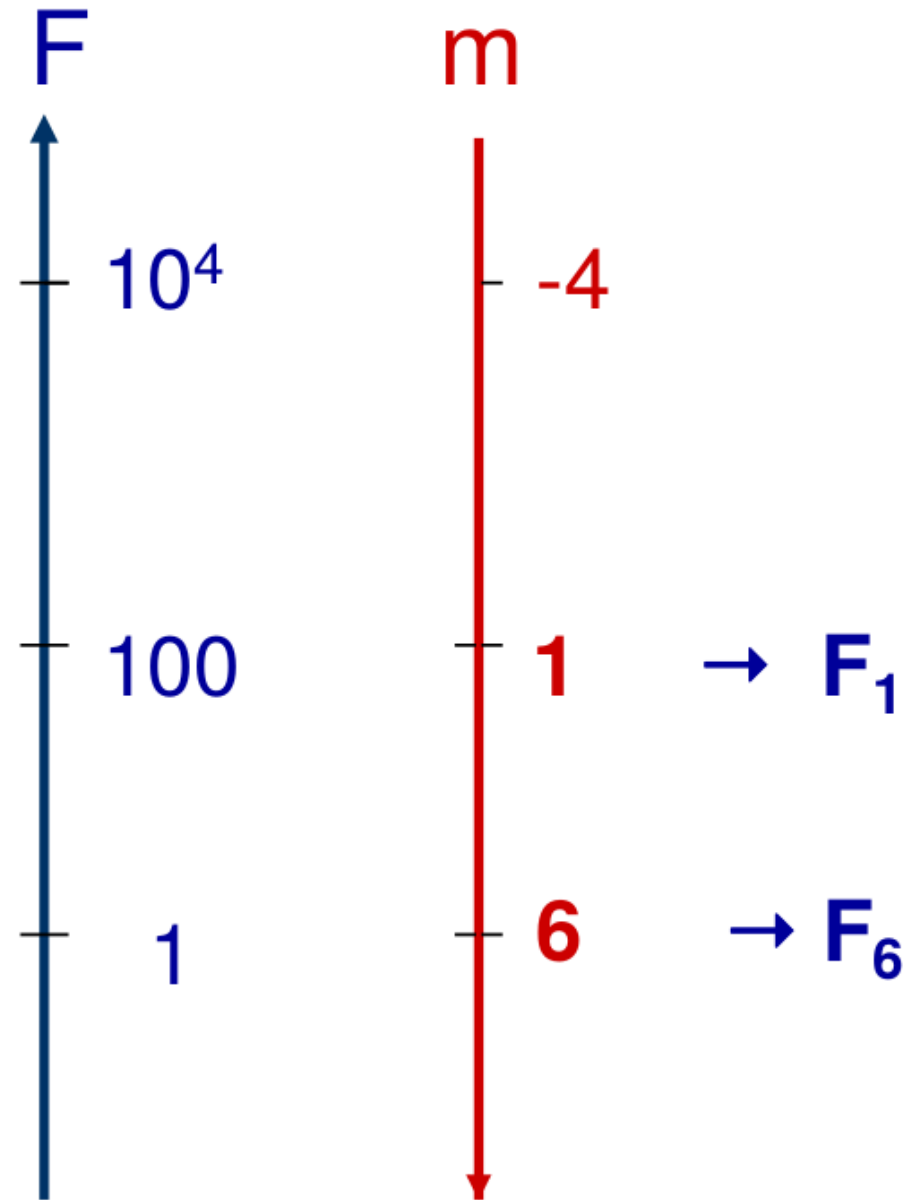
# Escalas de magnitudes

- Magnitude aparente
- Magnitude absoluta
- Modulo de distância
- Magnitude bolométrica
- Índice de cor

# Magnitude aparente (m)

- No séc. II a.c., Hiparco classifica as estrelas em magnitudes (mais tarde refinada por Ptolomeu):
  - As estrelas mais brilhantes são de 1 a magnitude
  - As estrelas mais fracas (visível a olho nu) são de 6 a magnitude.
  - A escala de Hiparco segue a sensibilidade da visão humana: logarítmica.
  - É uma escala de brilho aparente.
- É uma escala invertida:
- **Maior brilho** tem a **menor magnitude**.

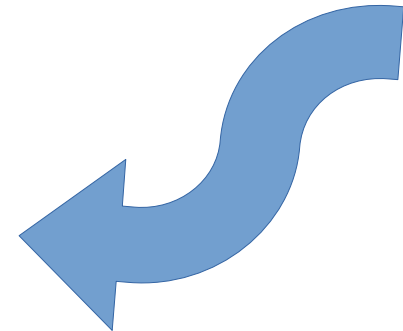
- Estrelas mais brilhantes  $\rightarrow$  1ª magnitude
  - Magnitude aparente  $m_1 \rightarrow F_1$
- Estrelas menos brilhantes  $\rightarrow$  6ª magnitude
  - Magnitude aparente  $m_6 \rightarrow F_6$
- Relação aproximada entre as escalas
  - $F_1 \rightarrow 100F_6$
- As magnitudes aparentes correspondem ao brilho (fluxo) que observamos



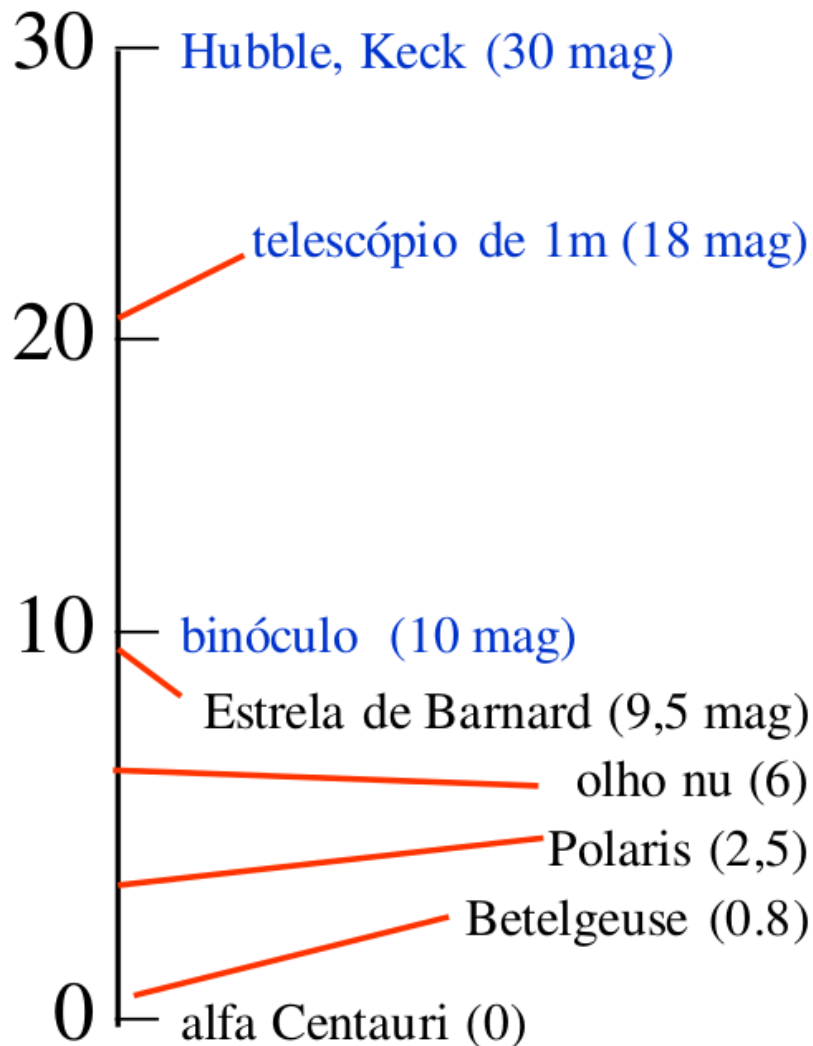
- Olho humano → detetor logarítmico
  - $\Delta m = m_6 - m_1 = 5 \rightarrow F_1/F_6 = 100$
  - $\Delta m = m_2 - m_1 = 1 \rightarrow F_1/F_2 = 100^{1/5} = 2.512$
- Logo
  - $F_1/F_2 = 100^{\Delta m/5}$

$$\log \frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{m_2 - m_1}{5} \right) \log 100 \quad \longrightarrow \quad \log \frac{F_1}{F_2} = 0.4 (m_2 - m_1)$$

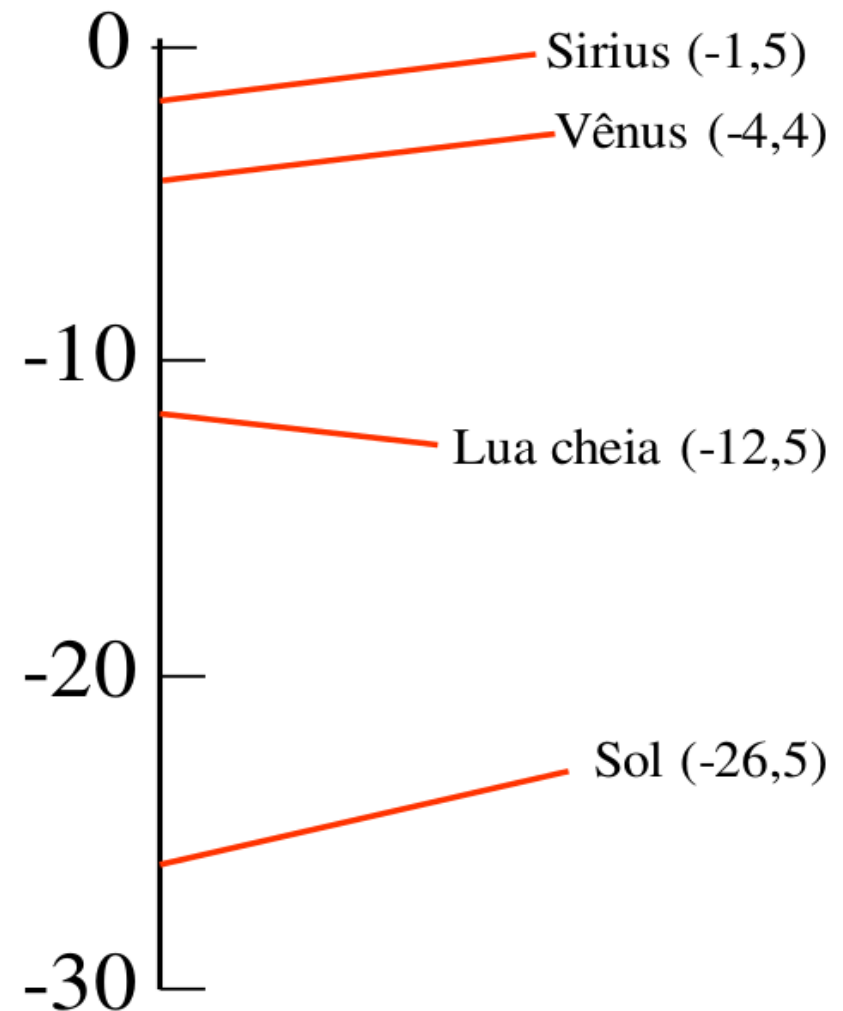
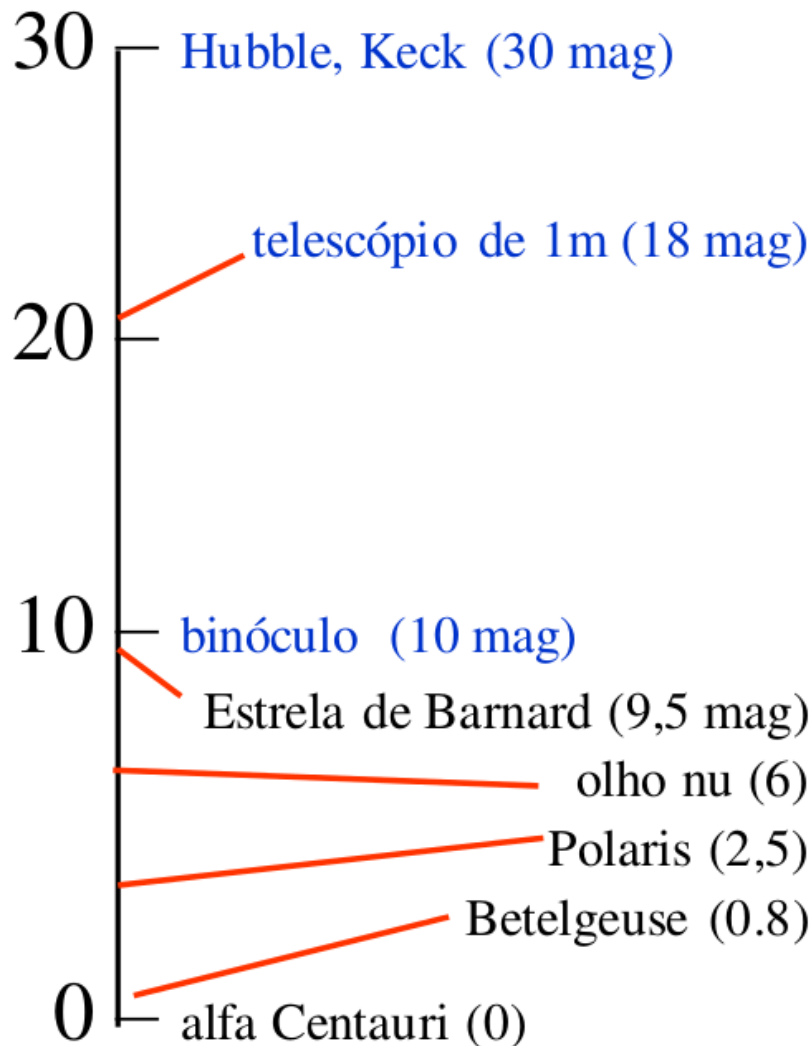
$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$



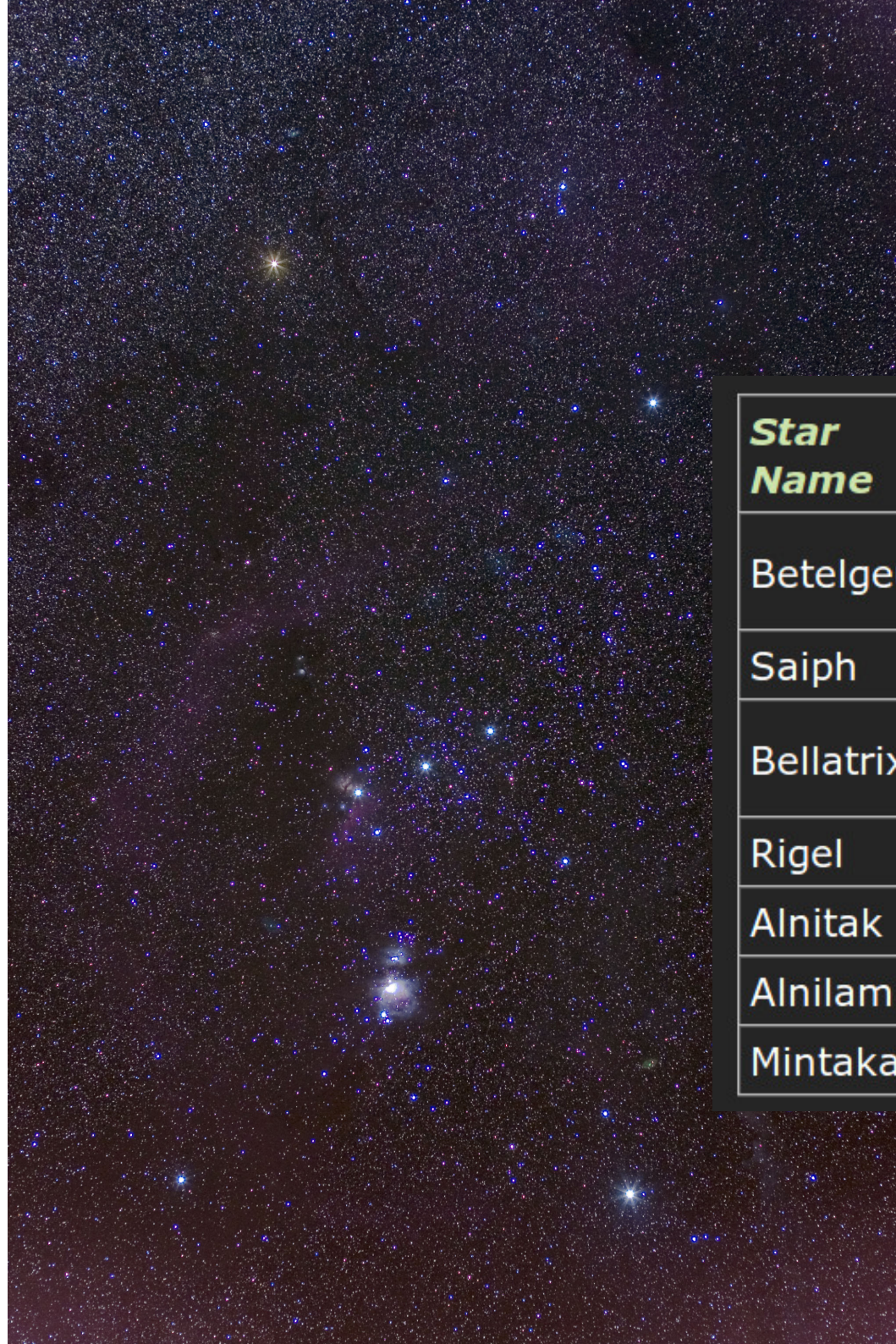
- Escala de magnitude aparente estendida:  
incluir objetos mais fracos



- Escala de magnitude aparente estendida:  
incluir objetos mais fracos e mais brilhantes







| <b><i>Star Name</i></b> | <b><i>Part of Orion</i></b> | <b><i>Magnitude</i></b> | <b><i>Distance (light-years)</i></b> |
|-------------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| Betelgeuse              | Left shoulder               | 0.45                    | 427                                  |
| Saiph                   | Left foot                   | 2.07                    | 720                                  |
| Bellatrix               | Right shoulder              | 1.64                    | 243                                  |
| Rigel                   | Right foot                  | 0.18                    | 773                                  |
| Alnitak                 | Left belt                   | 1.82                    | 815                                  |
| Alnilam                 | Center belt                 | 1.69                    | 1,350                                |
| Mintaka                 | Right belt                  | 2.41                    | 916                                  |

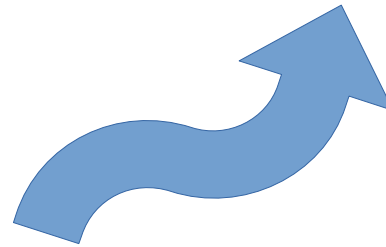
- Magnitude zero  $\rightarrow$  fluxo de calibração
  - **Assumindo que  $m_1 = 0 \rightarrow F_1 = F_0 =$  constante**
- Para estabelecermos a magnitude de uma estrela vamos supor que seu fluxo seja  $F$

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

$$m - 0 = 2.5 \log \frac{F_0}{F}$$

$$m = 2.5 \log F_0 - 2.5 \log F$$

$$m = C - 2.5 \log F$$



- Lembrando que o fluxo depende da distancia:

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m = C - 2.5 \log F$$

$$m = C - 2.5 \log L + 2.5 \log (4\pi d^2)$$

$$m = C' - 2.5 \log L + 5 \log (d)$$

$$C' = C + 2.5 \log (4\pi)$$

- $m$  é a magnitude aparente da estrela

# Exercício exemplo 1

- Duas estrelas A e B têm luminosidades **6,4** e **0,4**  $L_s$  , respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Qual é a estrela mais distante?

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m = C - 2.5 \log F$$

$$L_A = 6.4 L_s, \quad L_B = 0.4 L_s ; \quad m_A = m_B$$

$$m_A = C - 2.5 \log \left( \frac{L_A}{4\pi d_A^2} \right)$$

$$\frac{6.4}{0.4} = \frac{d_A^2}{d_B^2} \rightarrow \frac{d_A^2}{d_B^2} = \sqrt{16}$$

$$m_B = C - 2.5 \log \left( \frac{L_B}{4\pi d_B^2} \right)$$

$$d_A = 4 d_B$$



# Exercício exemplo 2

- Um sistema binário cujas estrelas A e B têm uma razão de fluxo de 2. Elas são vistas como um único ponto de magnitude 5. Qual é a magnitude de cada estrela?

$$L_A = 2 L_B$$

$$m_B - m_A = 2.5 \log \left( \frac{F_A}{F_B} \right) = 2.5 \log 2 = 0.75$$

~~$$m_B + m_A = 5?$$~~

$$F_B = (F_A + F_B) / 3$$

Na verdade, a soma dos fluxos  $F_A + F_B$  correspondem a uma estrela de  **$m=5$** . Podemos comparar a estrela B com uma estrela de magnitude 0 com um fluxo 100 vezes maior que  $F_B$

$$m_B - m_0 = 2.5 \log \left( \frac{F_0}{F_B} \right) = 2.5 \log 300 = 2.5 \times 2.477 = 6.19$$

$$m_A = m_B - 0.75 = 6.19 - 0.75 = 5.44$$

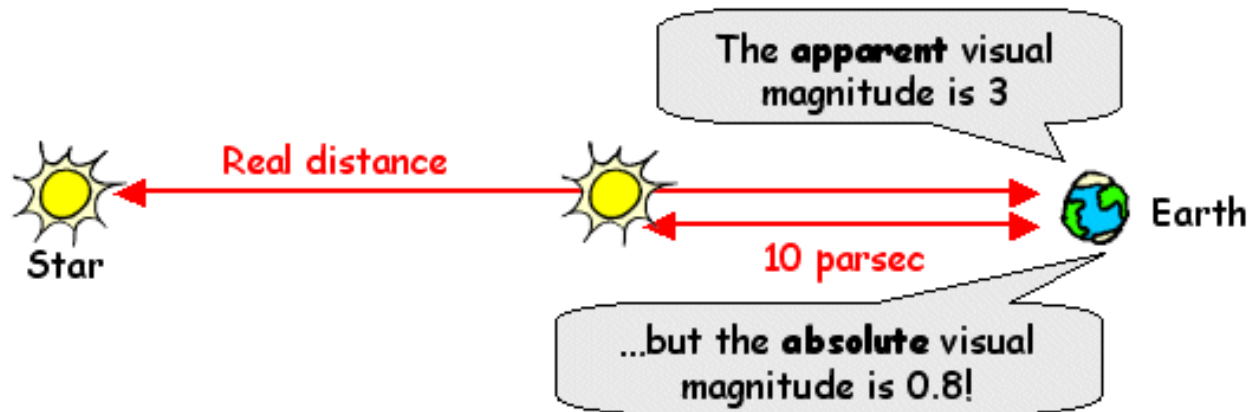
# Magnitude absoluta (M)

- Para comparação entre diversas estrelas supõe-se uma mesma distância para todas: 10 pc
- ( $1\text{pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ al}$ )

$$m, d, L, F_d$$

$$M, 10 \text{ pc}, L, F_{10}$$

$$\rightarrow M = m(d = 10 \text{ pc})$$



$$m = C' - 2.5 \log L + 5 \log(d)$$

$$M = C' - 2.5 \log L + 5$$

# Modulo de distância (m-M)

- Comparação entre as magnitudes aparente (observada) e absoluta (determinada conhecendo-se a Luminosidade da estrela)

$$m - M = (C' - 2,5 \log L + 5 \log d) - (C' - 2,5 \log L + 5)$$

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad \Rightarrow \quad m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

A distância calculada dessa forma esta em pc.  
O resultado assume ausência de extinção interestelar

$F$  e  $m \rightarrow$  quantidades que dependem da distância

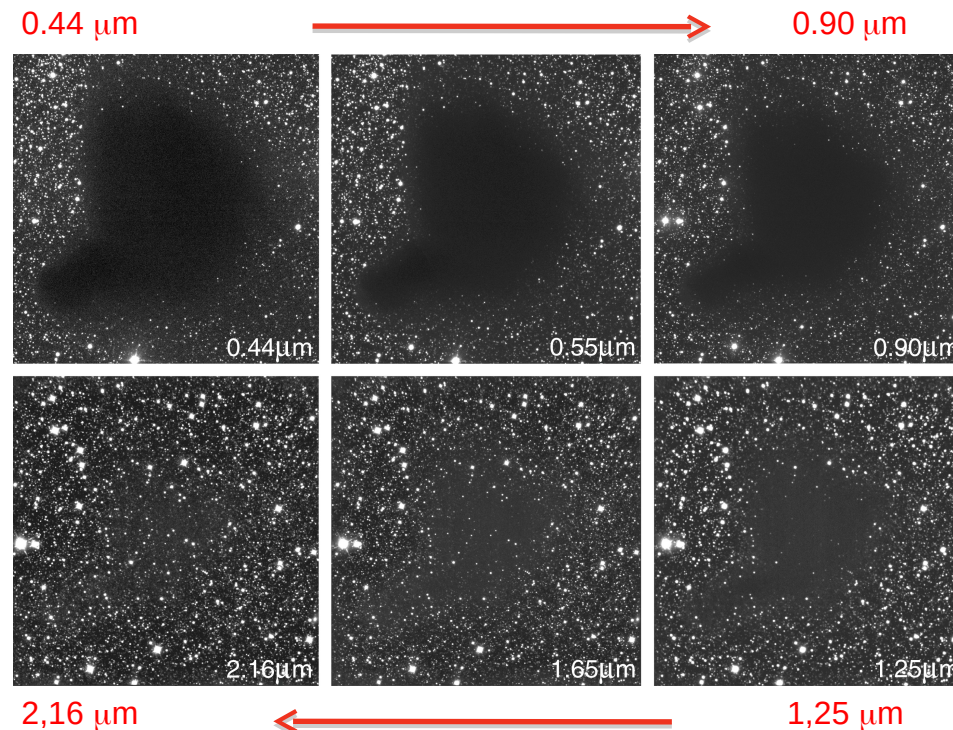
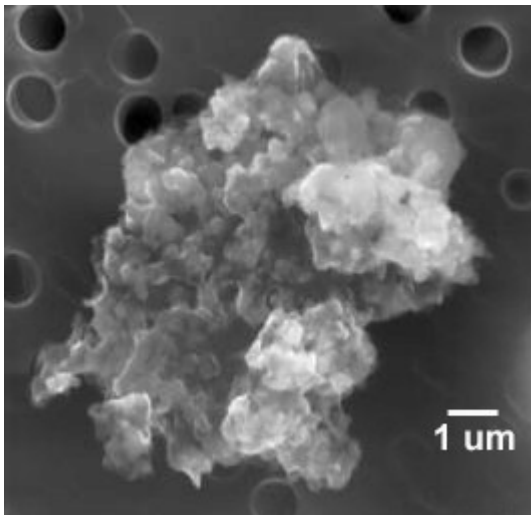
$L$  e  $M \rightarrow$  propriedades intrínsecas da estrela

Normalmente, medem-se  $F$  e  $m$  e, sabendo a distância ao objeto, tem-se  $L$  e  $M$ .

Exemplo de exceção: Estrelas variáveis pulsantes, como as Cefeidas.  $L$  e  $M$  podem ser obtidas apenas do período de pulsação.

# Absorção e avermelhamento

- O meio interestelar contém poeira
- Consiste em aglomerados de átomos e moléculas
- Semelhante a poeira de giz, de fumaça ou a nevoa
- O tamanho típico de uma partícula de poeira é  $10^{-7}$  m (comparável ao  $\lambda$  da luz visível)
- A poeira é responsável pela absorção que é seletiva, depende do comprimento de onda.
  - transparentes aos  $\lambda$ 's de rádio ou infravermelho ( $\lambda$ 's  $\gg 10^{-7}$  m)
  - opacos aos  $\lambda$ 's ultravioleta e raios X ( $\lambda$ 's  $\ll 10^{-7}$  m).



Nuvem escura  
Barnard 68 vista  
em vários  
comprimentos de  
onda. Fonte: ESO



- A diminuição geral da luz das estrelas pela matéria interestelar é chamada **extinção**.

Extinção afeta o brilho aparente

$$m = C - 2,5 \log F + A_\lambda$$

logo, pode afetar a distância

$$m - M = 5 \log \left( \frac{d}{10} \text{ pc} \right) + A_\lambda$$

Reescrevendo da seguinte forma:

$$\log d = \frac{(m - M - A_\lambda)}{5} + 1$$

Como  $A_\lambda$  é positivo, a distância é realmente menor

– Por exemplo, supondo uma estrela  $m = 3$  e  $M = -1$

– Tomando  $A_\lambda = 0 \rightarrow \log d = \frac{(m - M - A_\lambda)}{5} + 1$

$$\log d = \frac{(3 + 1 - 0)}{5} + 1 = 1,8 \quad \longrightarrow \quad d = 63 \text{ pc}$$

Mas se  $A_\lambda = 1$

$$\log d = \frac{(3 + 1 - 1)}{5} + 1 = 1,6 \quad \longrightarrow \quad d = 40 \text{ pc}$$

Ignorando efeito da poeira, superestimamos as distâncias



[www.spacetelescope.org](http://www.spacetelescope.org)

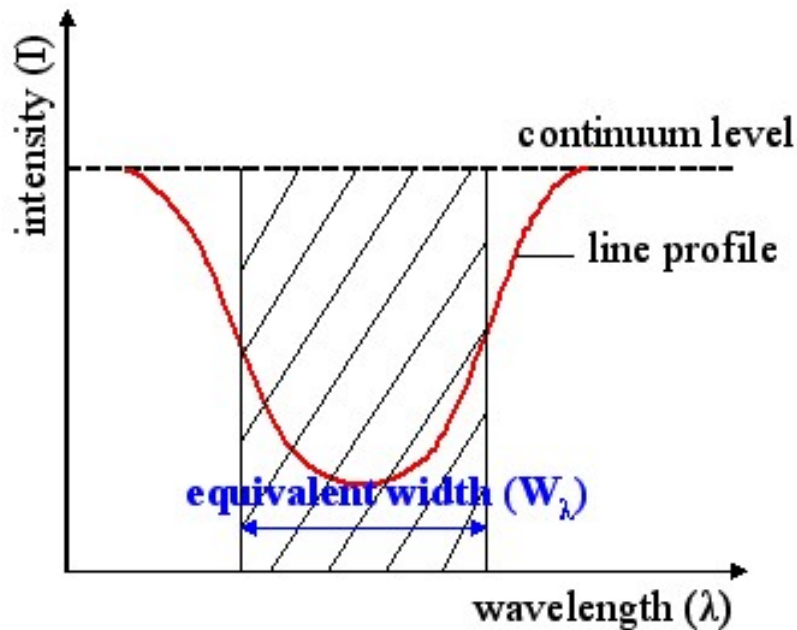
Créditos: NASA, ESA, J. Anderson and R. van der Marel (STScI)

# Classificação espectral



Back row (L to R): Margaret Harwood (far left), Mollie O'Reilly, Edward C. Pickering, Edith Gill, Annie Jump Cannon, Evelyn Leland (behind Cannon), Florence Cushman, Marion Whyte (behind Cushman), Grace Brooks. Front row: Arville Walker, unknown (possibly Johanna Mackie), Alta Carpenter, Mabel Gill, Ida Woods

- “Força” de uma linha espectral (line strength) - largura equivalente
- Em astronomia define-se a força de uma linha espectral através da medida de sua largura equivalente.



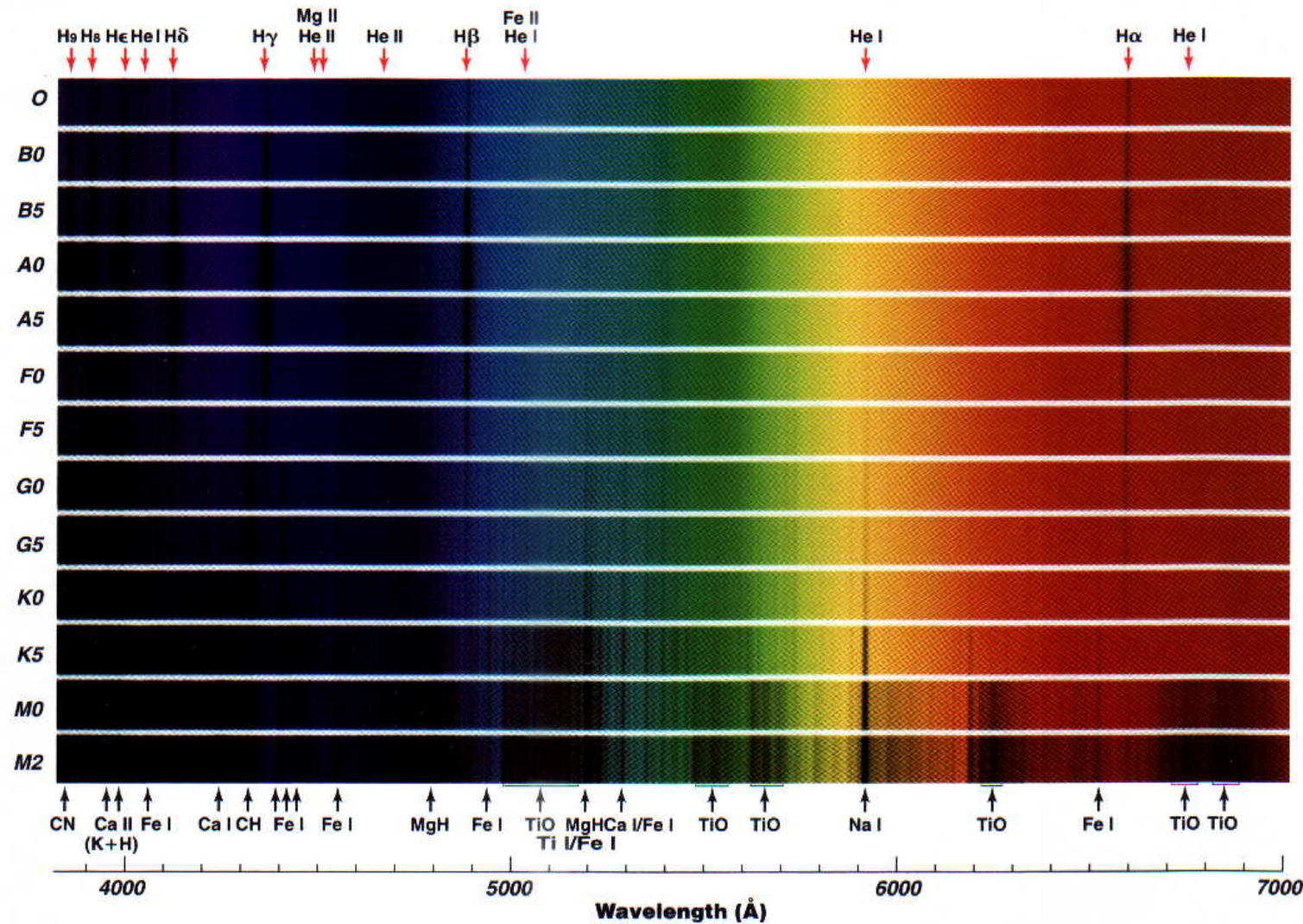
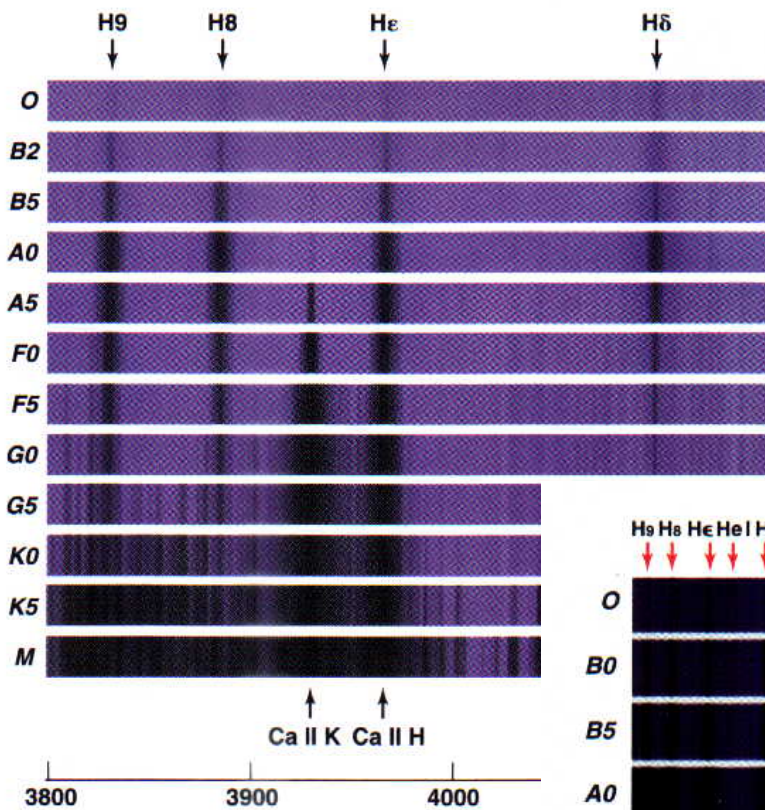
O retângulo ao lado, de intensidade igual ao nível do contínuo, tem a mesma área da linha de absorção. A largura do retângulo é a largura equivalente da linha.

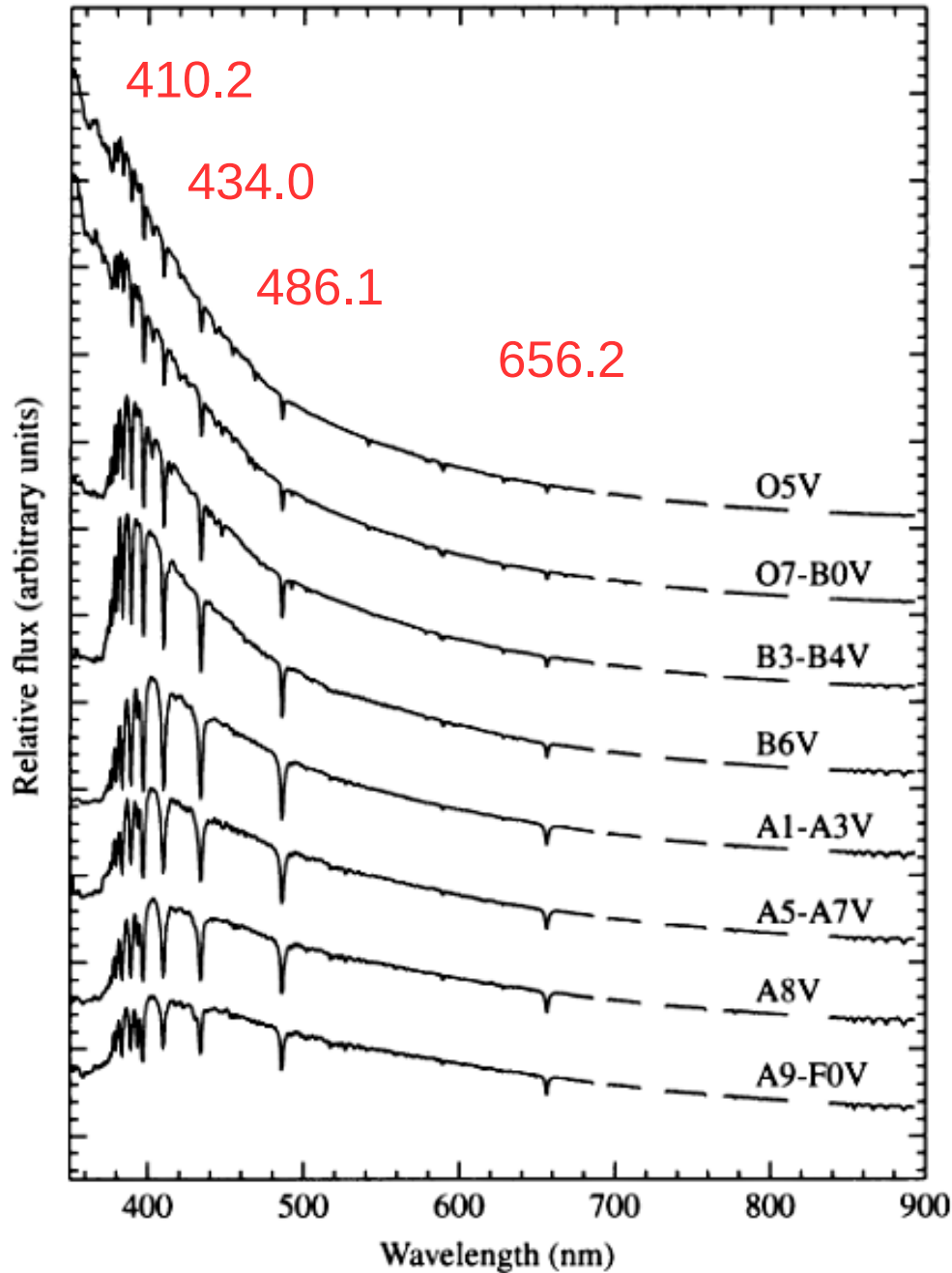
$$W = \int \frac{(F_C - F_\lambda)}{F_C} d\lambda$$



## Tipos Espectrais

Intensidade e largura das  
linhas espectrais





O – Azuis (28,000 K - 50,000 K)

poucas linhas.

He II em absorção (as vezes emissão)

He I em absorção

B – Branco- azuladas (10,000 K - 28,000 K)

He I em absorção (máximo em B2)

H I (Balmer) intensificam-se

A – Brancas (7,500 K - 10,000 K)

H I (Balmer) intensas (máximo em A0)

Ca II em absorção intensificando-se

F – Branco-amareladas (6,000 K- 7,500 K)

Ca II intensificam-se e Balmer diminui

Fe I, Cr I

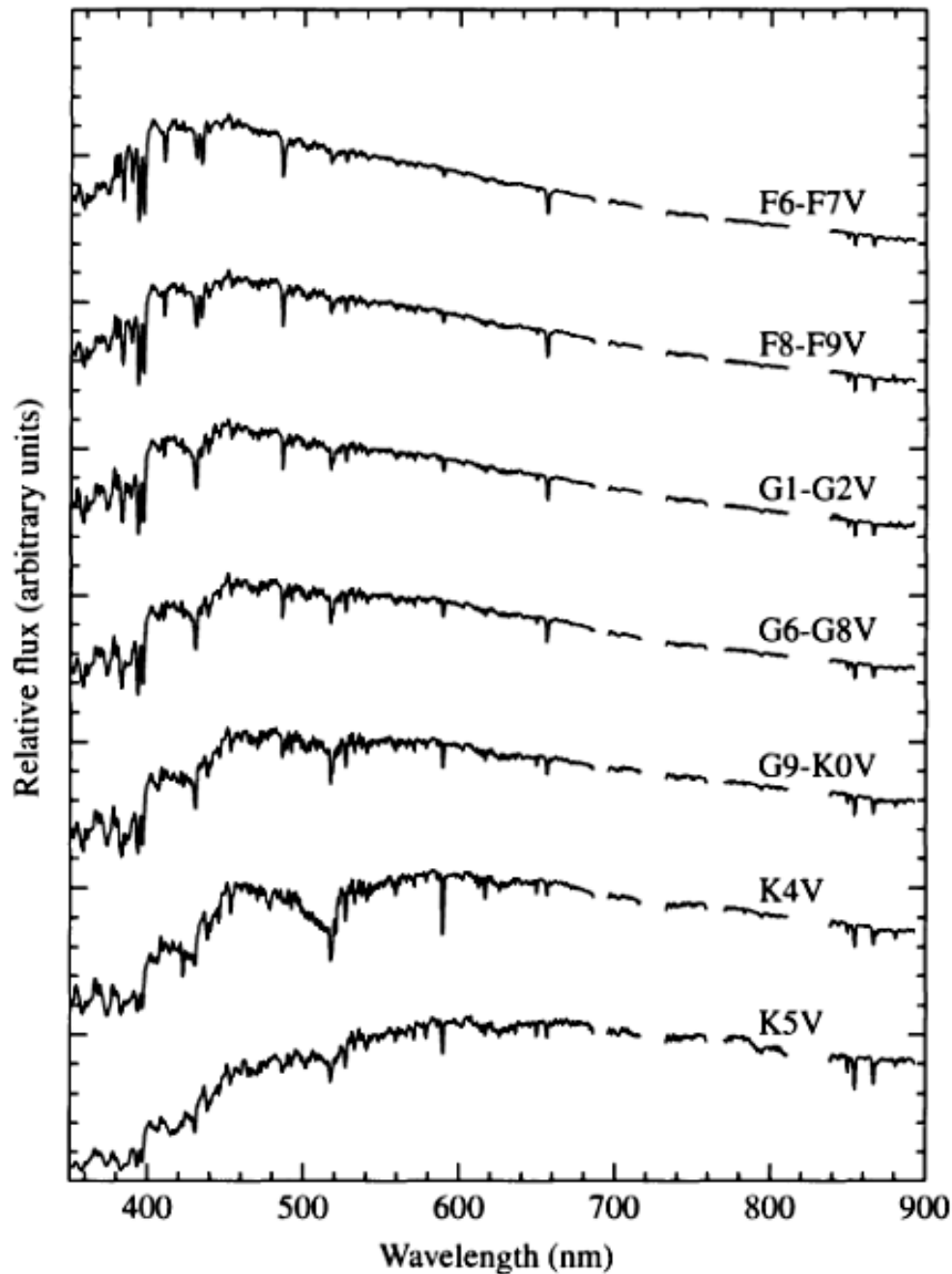
G – Amarelas (4,900 K - 6,000 K)

Ca II tornam-se mais intensas

Fe I e outros metais neutros

intensificam-se





K – Alaranjadas (3,500 K- 4,900 K)  
Ca II H e K (396.8 e 393.3 nm) com  
máximo em K0. Linhas de absorção  
metálicas.

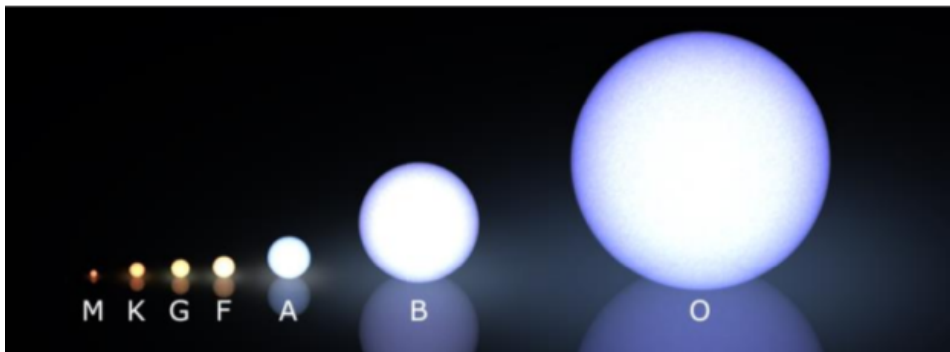
M – Vermelhas (2,500 K - 3,500 K)  
Linhas de absorção metálicas.  
Bandas de absorção moleculares,  
especialmente TiO e VO (óxidos de  
titânio e vanádio)

L – Vermelhas escuras (1,300 K – 2,500 K)  
Bandas de absorção moleculares de  
metais híbridos (CrH, FeH), água,  
monóxido de carbono (CO) e metais  
alcalinos (Na, K, Rb. Cs). TiO e VO  
diminuindo.

T – Infravermelhas ( < 1,300 K)  
Bandas de absorção intensas de  
metano (CH<sub>4</sub>). CO diminuindo.

# Classes espectrais

- Nos anos 1920, a classificação é refeita em termos da **temperatura superficial da estrela**.
- Ordem passa a ser:



- Cada tipo é subdividido em **10 sub-classes de 0 até 9**
  - por exemplo: **G0, G1, G2,..., G9**

**Guy**

**Para lembrar: “Oh, Be A Fine Girl, Kiss Me”**

# Classificação espectral Morgan-Keenan

| Tipo | Cor       | T(K)  | Linhas proeminentes de absorção                                                          | Exemplos                        |
|------|-----------|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| O    | Azul      | 30000 | He ionizado (fortes), elementos pesados ionizados (OIII, NIII, SiIV), fracas linhas de H | Alnitak (O9)<br>Mintaka (O9)    |
| B    | Azulada   | 20000 | He neutro (moderadas), elementos pesados 1 vez ionizados                                 | Rigel (B8)                      |
| A    | Branca    | 10000 | He neutro (muito fracas), ionizados, H (fortes)                                          | Vega (A0)<br>Sirius (A1)        |
| F    | Amarelada | 7000  | elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros (FeI, CaI), H (moderadas)              | Canopus (F0)                    |
| G    | Amarela   | 6000  | elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (relativamente fracas)              | Sol (G2)<br>Alfa Cen (G2)       |
| K    | Laranja   | 4000  | elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (fracas)                            | Aldebaran (K5)<br>Arcturos (K2) |
| M    | Vermelha  | 3000  | Átomos neutros (fortes), moleculares (moderadas), H (muito fracas)                       | Betelgeuse (M2)                 |

# Correlações entre características físicas em estrelas

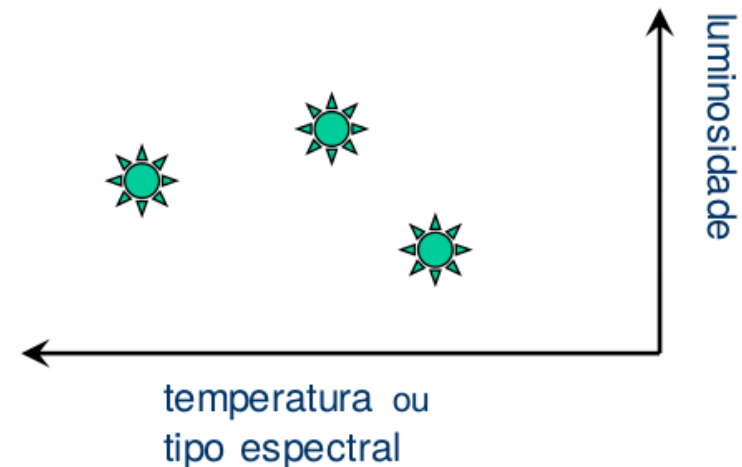
- Em 1905, Ejnar Hertzsprung descobre
  - Através das correlações entre a luminosidade e a temperatura de estrelas.
  - a existência de estrelas anãs e gigantes.
- Em 1913 Norris Russel dá seqüência a este trabalho com uma base de dados mais completa.



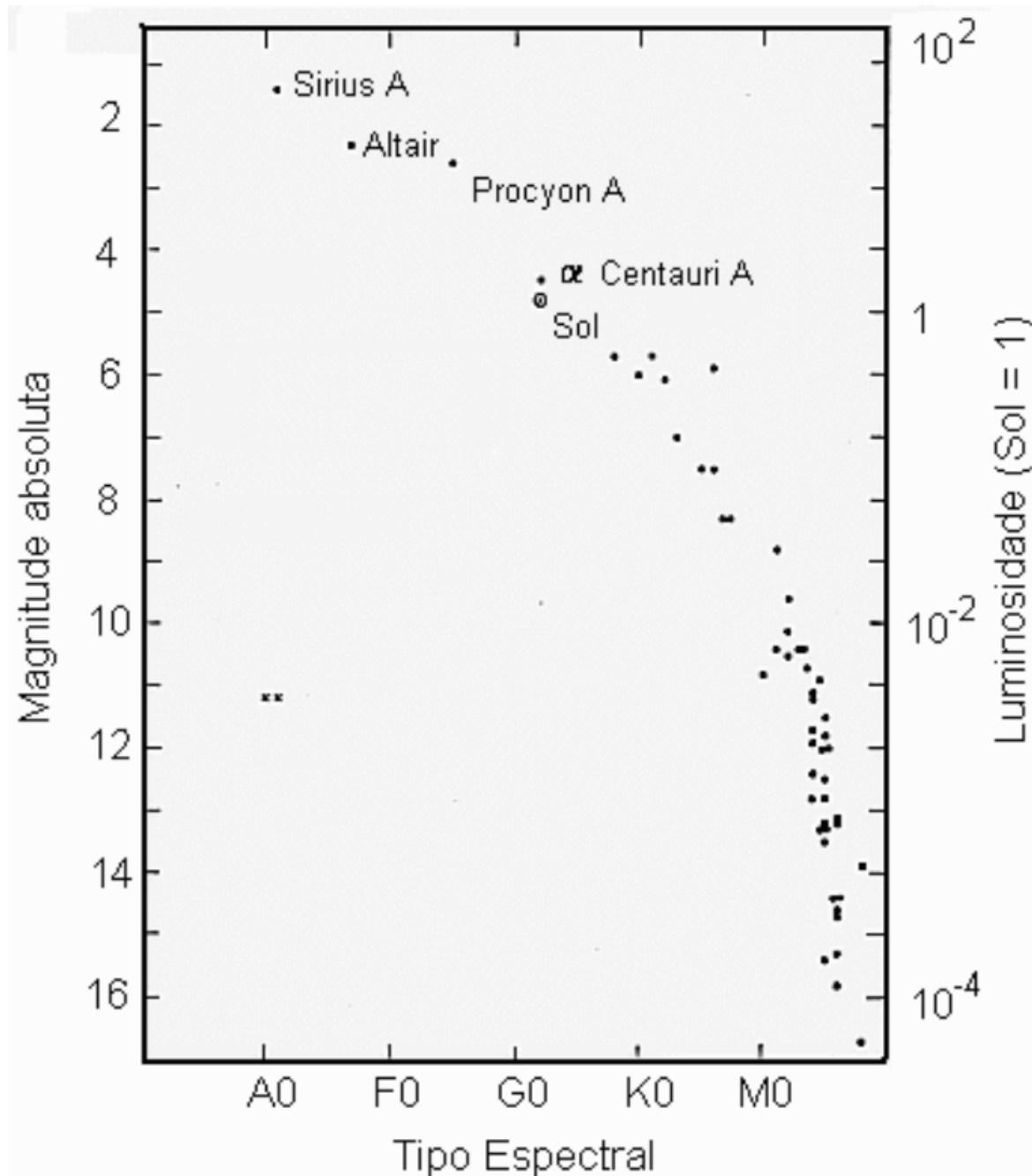
Estes resultados: visualizados em um diagrama da **luminosidade em função da temperatura**.



Diagrama Hertzsprung-Russell  
ou  
**Diagrama H-R**



# Diagrama H-R



Neste diagrama:

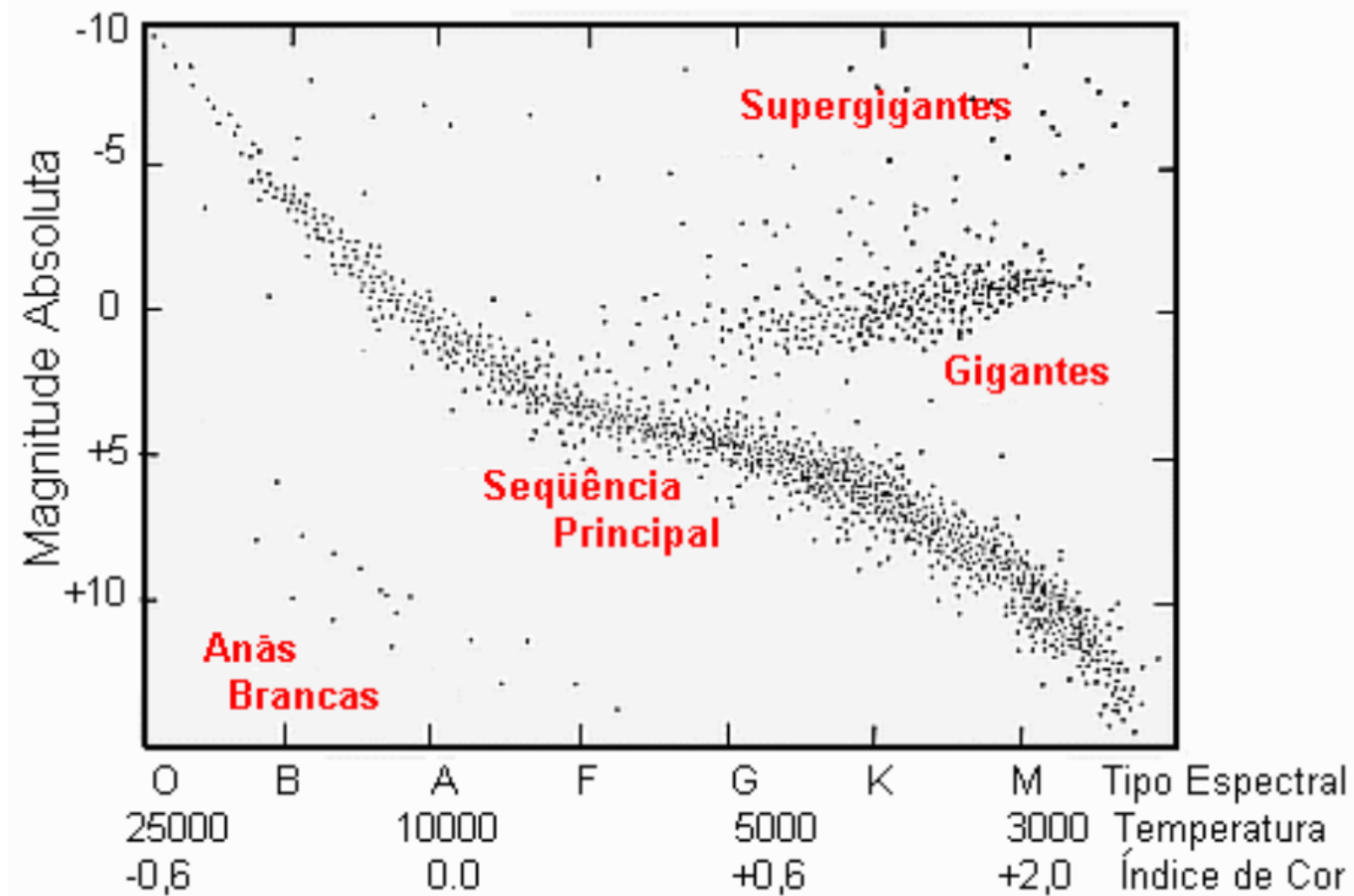
aparecem estrelas mais próximas do Sol,  $d < 5$  pc).

Várias estrelas são bem mais frias e menos brilhantes que o Sol.

$\alpha$ -Centauro: T e luminosidade = Sol; Sirius é bem mais quente e luminosa.

Traçam uma linha: **Seqüência Principal** → uma fase evolutiva em que a maioria das estrelas se encontram.

# Diagrama H-R





# Classes de Luminosidade

Para diferenciarmos os tamanhos de estrelas de mesmo tipo espectral:  
**medidas das linhas espectrais.**

A atmosfera de estrela gigante < densidade que a de uma de SP <  
densidade que uma anã branca

Linhas espectrais são sensíveis à densidade das fotosferas estelares:  
**são mais estreitas quanto menor é a densidade**

**A densidade também está correlacionada com L:**

estabeleceu-se um esquema de identificação para os diferentes tipos de estrelas chamado

**Classe de Luminosidade →**

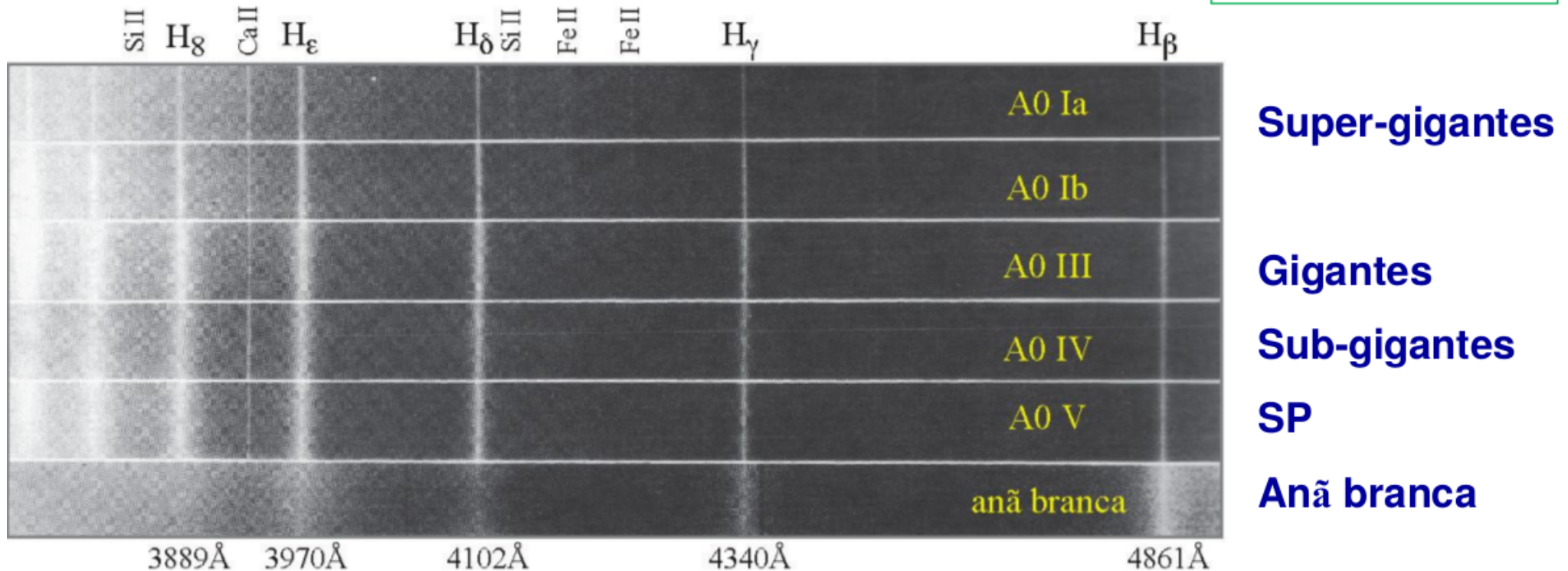
# Classes de Luminosidade

Para diferenciarmos os tamanhos de estrelas de mesmo tipo espectral:  
**medidas das linhas espectrais.**

A atmosfera de estrela gigante < densidade que a de uma de SP < densidade que uma anã branca

Linhas espectrais são sensíveis à densidade das fotosferas estelares:  
**são mais estreitas quanto menor é a densidade**

$$L_* = 4 \pi R_*^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$$



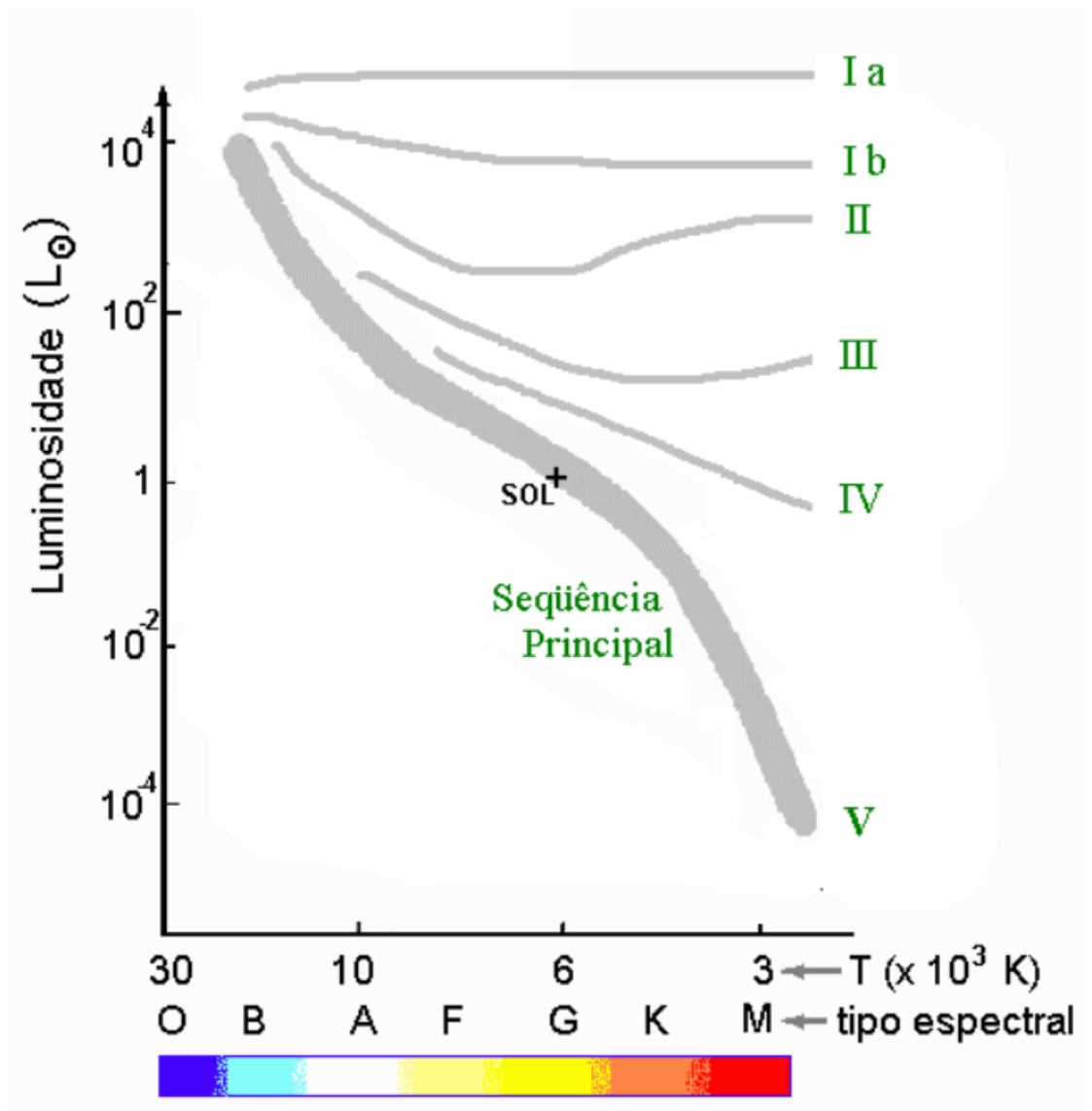
# Classes de Luminosidade

Classes **Ia** e **Ib**:  
supergigantes brilhantes e  
supergigantes.

Classes **II** e **III**: gigantes  
brilhantes e gigantes.

Classes **IV** e **V**: sub-  
gigantes e as estrelas da  
seqüência principal  
e anãs.

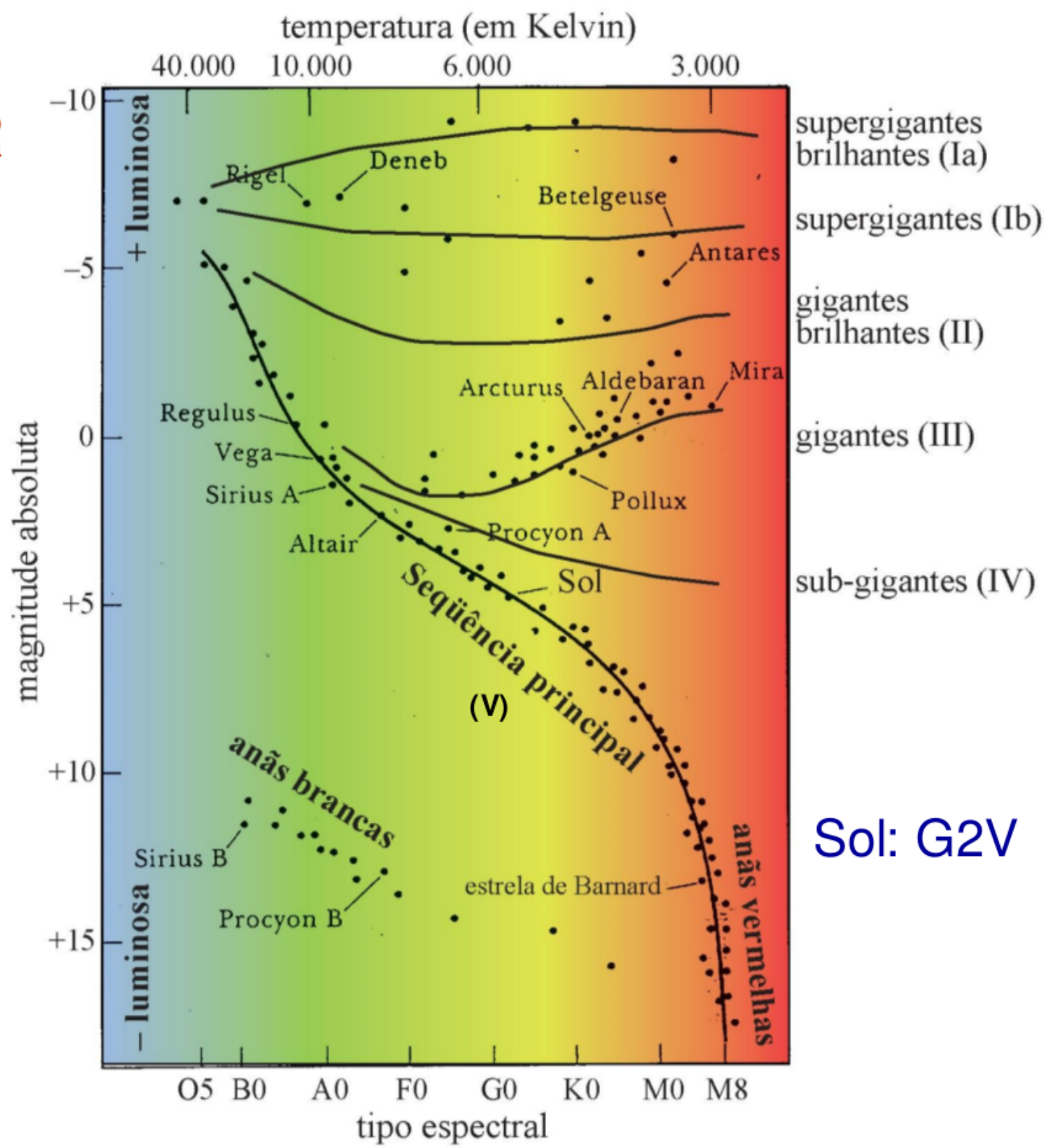
Esse esquema introduzido  
por Morgan e Keenan (1937,  
Observatório de Yerkes) -  
**classificação M-K.**



# Diagrama H-R

## Classes de luminosidade de Yerkes

Estrelas da Sequência principal do tamanho ou menor que o Sol são chamadas anãs.



Sol: G2V

# Diagrama H-R e tamanho das estrelas

- Lembrando:

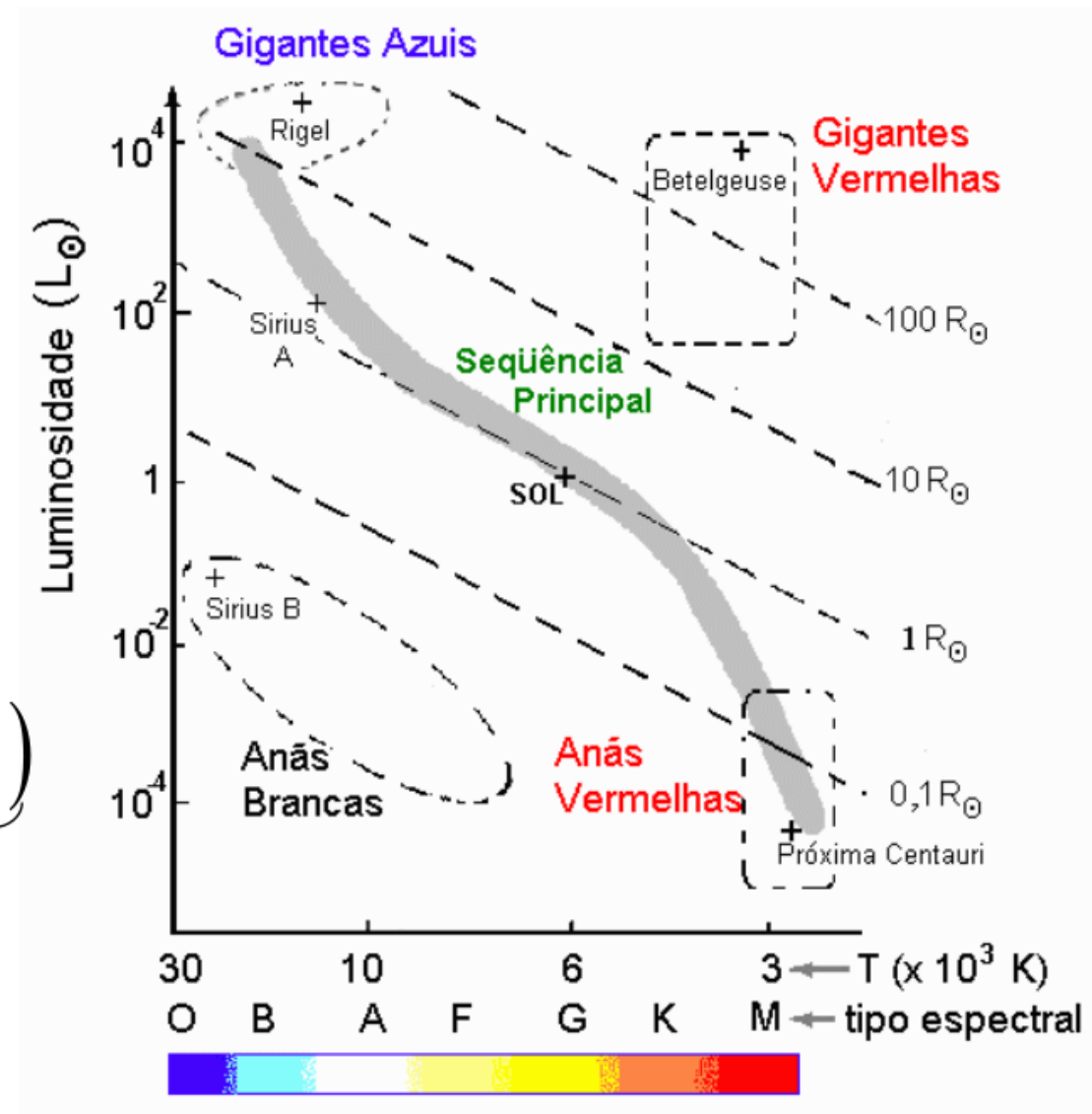
$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_{ef}^4$$

ou

$$R_* = \frac{1}{T_{ef}^2} \sqrt{\frac{L_*}{4\pi\sigma}}$$

$$\underbrace{\log L_*}_{y} = \underbrace{4\log T_{ef}}_{a \cdot x} + \underbrace{\log(4\pi\sigma R_*^2)}_{b}$$

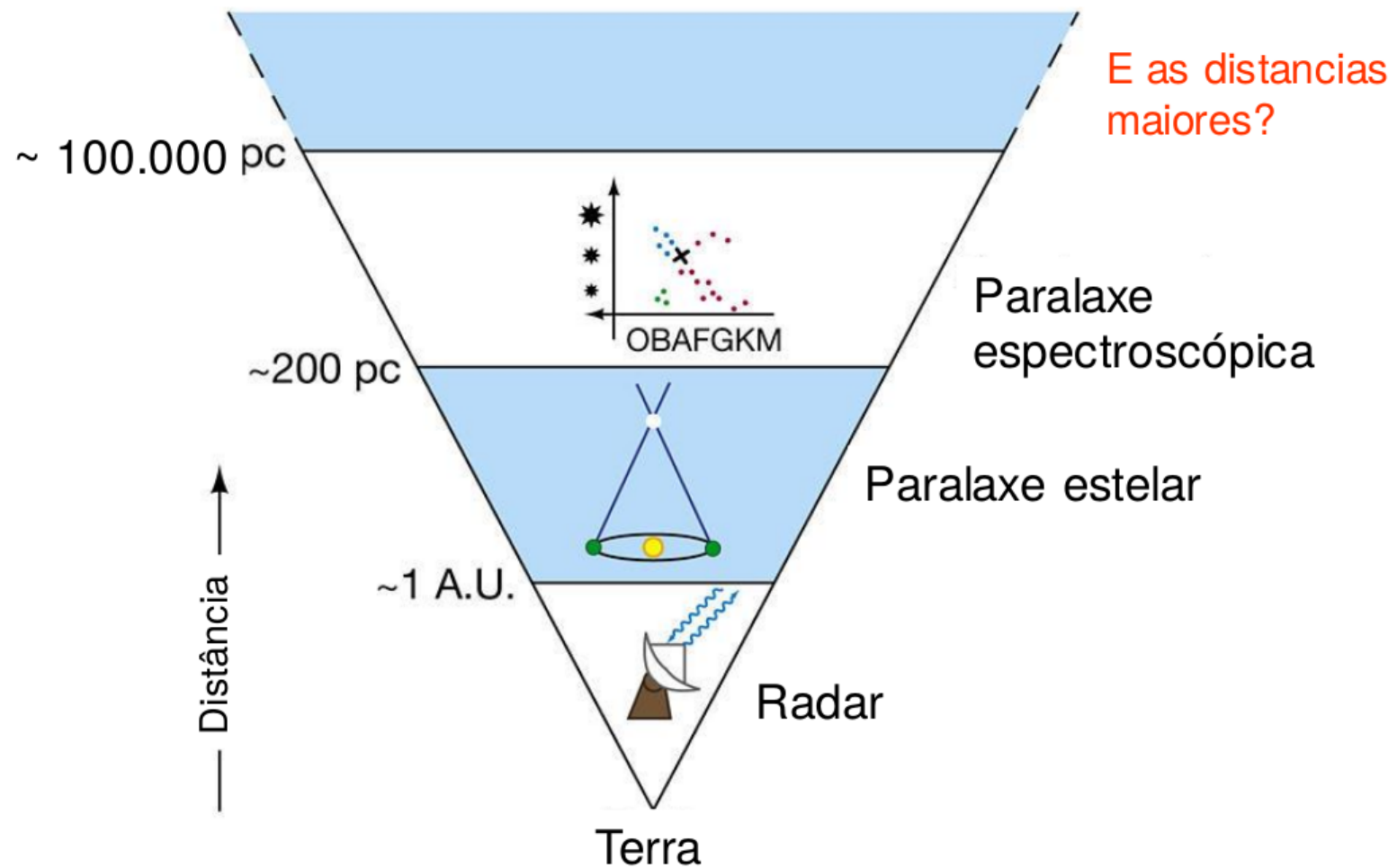
$$y = a \cdot x + b$$



- $R_*$ : Linhas diagonais no diagrama H-R.

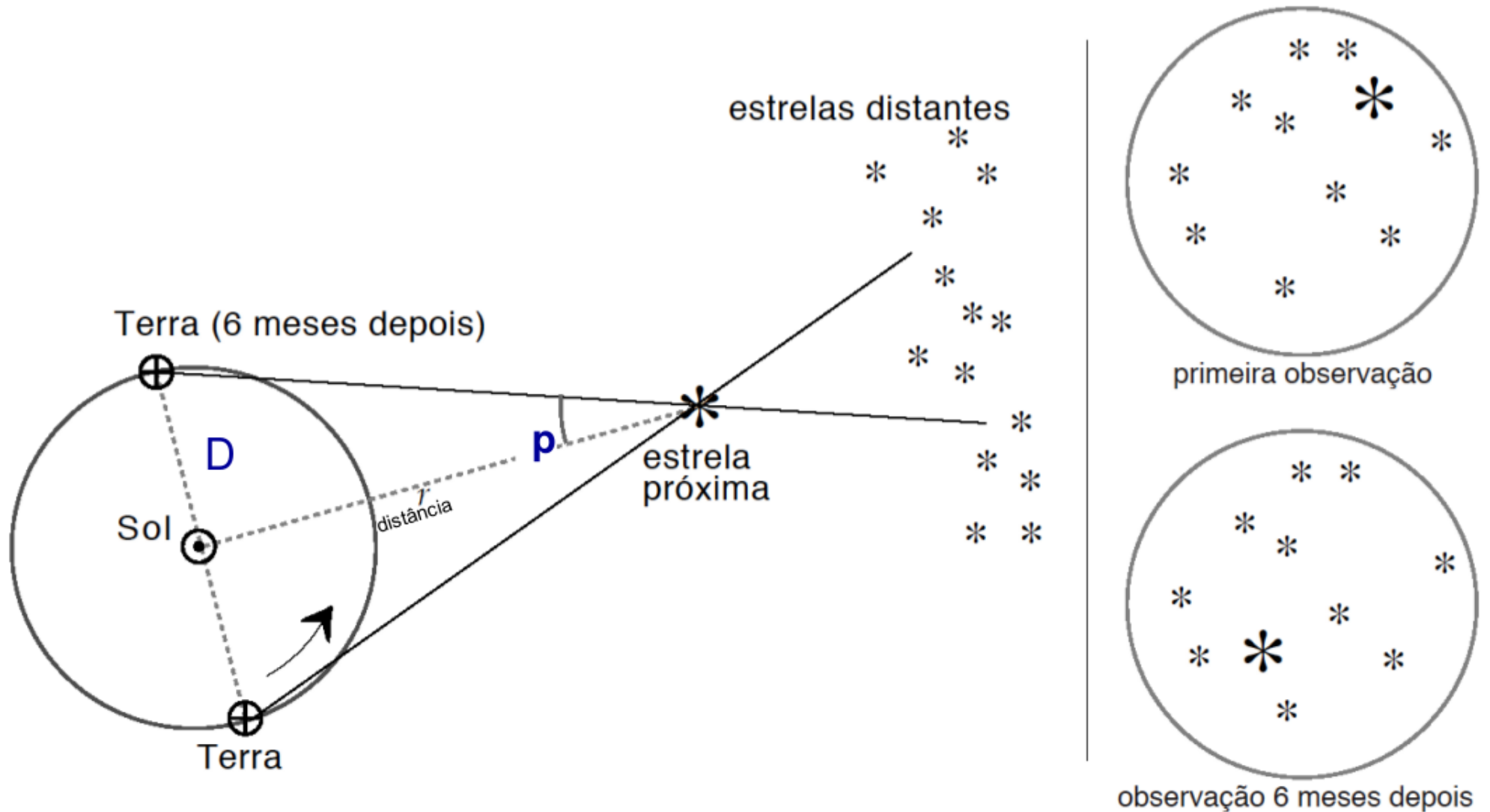
# Distância às estrelas

## Escala de distância



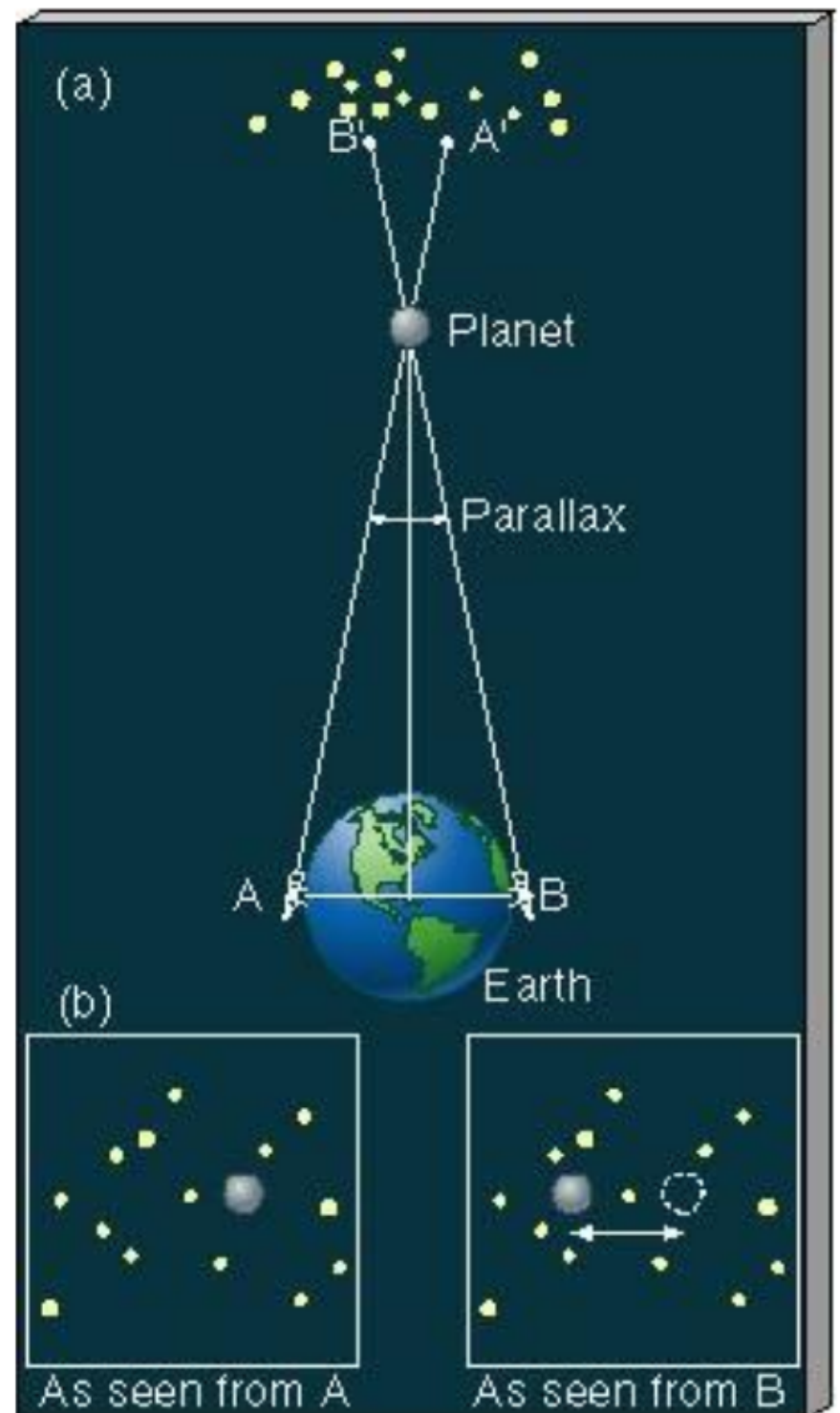


# 1) Paralaxe Trigonométrica



- Sabendo-se  $D$  e medindo-se  $p$ , mede-se a distância.
  - quanto mais distante, menor o ângulo  $p$ .

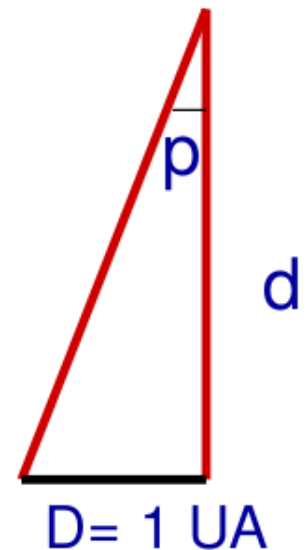
Pode-se também medir  
distância de **planetas**  
medindo-se a **paralaxe**:  
nesse caso a linha de  
base é o **diametro da  
Terra**



## Distância e Paralaxe

$$\tan p = \frac{D}{d} \longrightarrow d = \frac{D}{\tan p} \simeq \frac{D}{p(\text{rad})}$$

$$p(\text{rad}) = \frac{\text{raio da órbita da Terra}}{d} \longrightarrow d = \frac{1 \text{ UA}}{p(\text{rad})}$$



E para expressar o ângulo  $p$  em segundos de arco (") ?

$$1 \text{ rad} = 206.265'' \longrightarrow$$

$$p('') = 206.265 \times 1 \text{ UA} / d$$

$$\text{Ou: } d = 1 \text{ UA} \times 206.265 / p('')$$

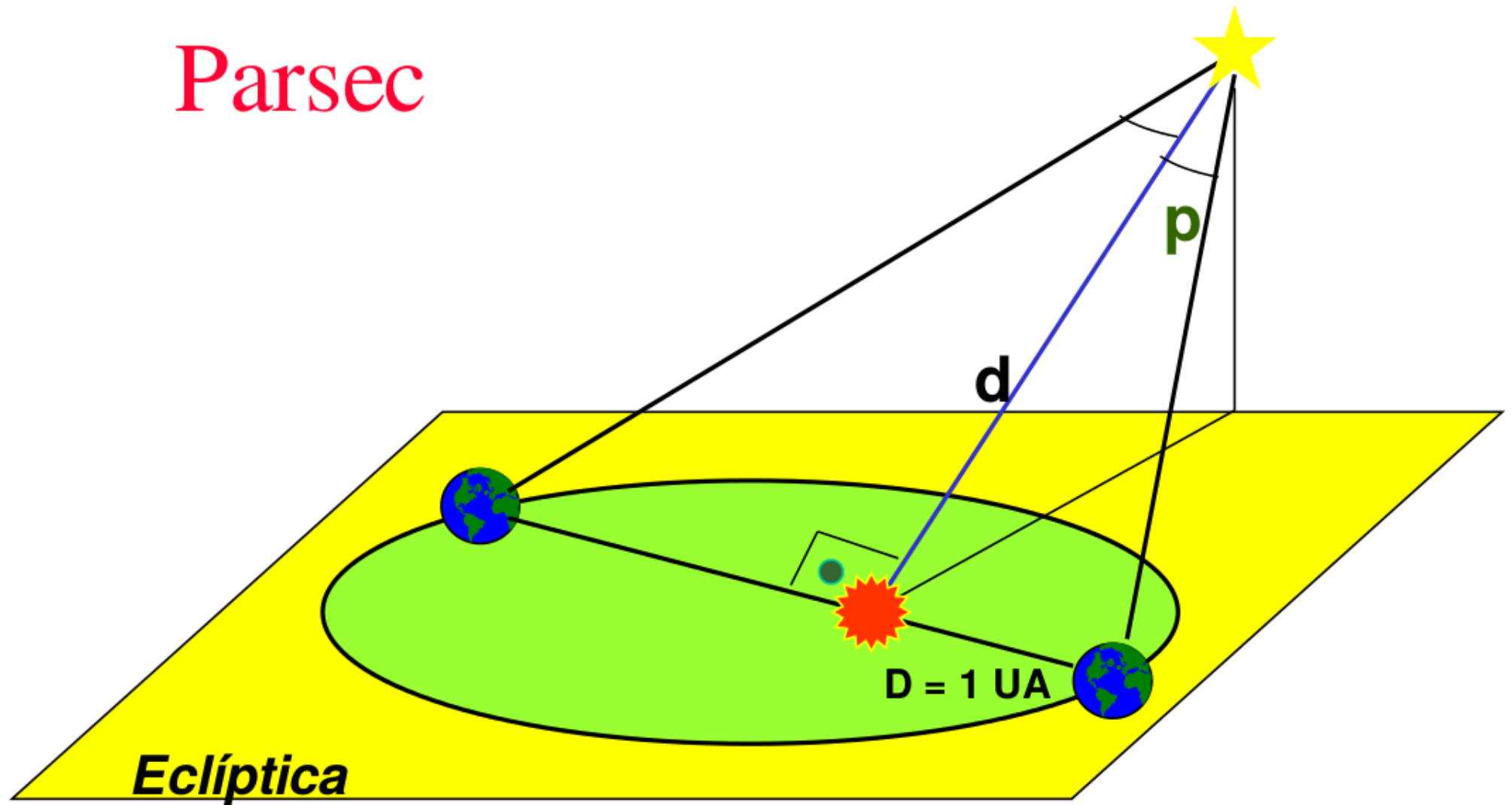
Qual a distancia ( $d$ ) ao Sol de 1 estrela para a qual  $p('') = 1''$  ?

$$d = 206.265 \text{ UA} = 1 \text{ pc}$$

→ A distância de um objeto expressa em parsecs é:

$$d(\text{pc}) = \frac{1}{p('')}$$

# Parsec



Se  $p = 1''$  então  $d = 1 \text{ parsec} = 1 \text{ pc}$

$1 \text{ pc} = 3,26 \text{ anos-luz} = 3 \times 10^{18} \text{ cm}$

parsec = **par**alaxe **sec**ond (paralaxe de um segundo).

## Ex.: Alfa do Centauro encontra-se a uma distância de 4,3 anos-luz.

Determine sua distância em *parsecs* e verifique sua paralaxe em segundos de arco.

$$3,3 \text{ a.l.} = 1 \text{ pc}$$

$$4,3 \text{ a.l.} = 1,3 \text{ pc}$$

$$d(\text{pc}) = 1/p''$$

$$p'' = 1/d(\text{pc}) = 1/1,3$$

$$p=0,767''$$

- Paralaxe estelar (ou trigonométrica): limite  $\sim 400$  pc com Hiparcos.
- **Outros Exemplos:**
  - Próxima Centauro:  $p = 0,772'' \rightarrow d = 1,3$  pc (ou 4,24 a.l.);
  - Sirius :  $p = 0,38'' \rightarrow d = 2,63$  pc (ou 8,58 a.l.);
  - $\alpha$  Crux :  $p = 0,01'' \rightarrow d = 100$  pc;
  - $\beta$  Crux :  $p = 0,0029'' \rightarrow d = 345$  pc;



# Para distâncias maiores





# Para distâncias maiores

- Determinação de distâncias a partir da **luminosidade e espectro** das estrelas.

- Comparação entre o brilho aparente e o tipo em que a estrela é classificada, o qual revela seu brilho absoluto (magnitude absoluta)

→ utilização do módulo de distância:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

→ **Paralaxe  
espectroscópica**

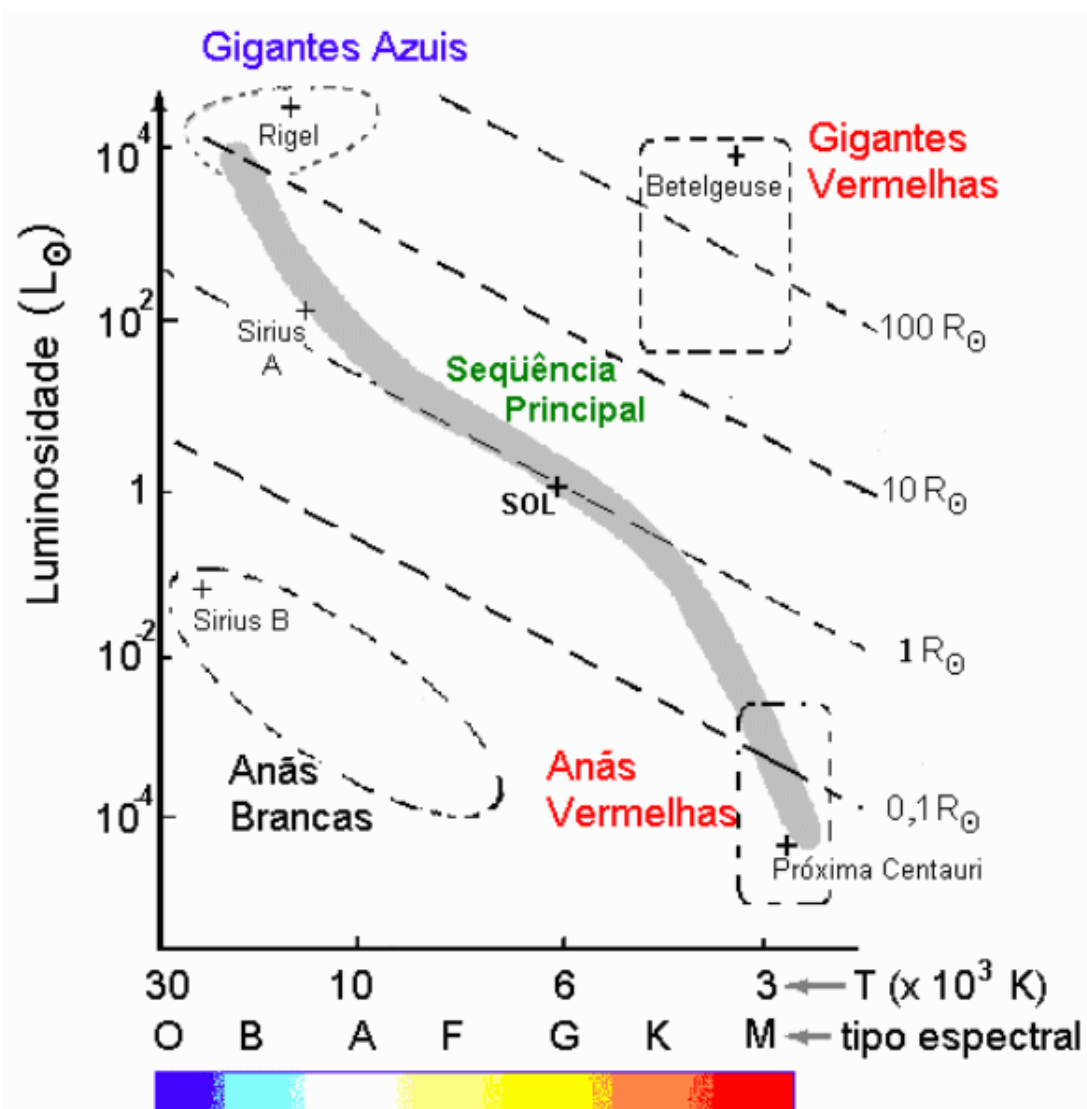
## 2) Paralaxe espectroscópica

### Método:

- **construir um diagrama HR de calibração** para estrelas próximas com boa determinação da distância (por paralaxe estelar).
- obter o **tipo espectral (ou T)** e a **classe de luminosidade da estrela distante através de seu espectro**.
- **localizar a estrela no diagrama HR** calibrado.
- **ler a luminosidade (ou M)** e calcular a distância usando a magnitude aparente (módulo de distância).

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

# Diagrama H-R: paralaxe espectroscópica



determino  $T_*$  pelo espectro;

HR: fornece **L (ou M)**;

Medindo **F(d) (ou m)**:

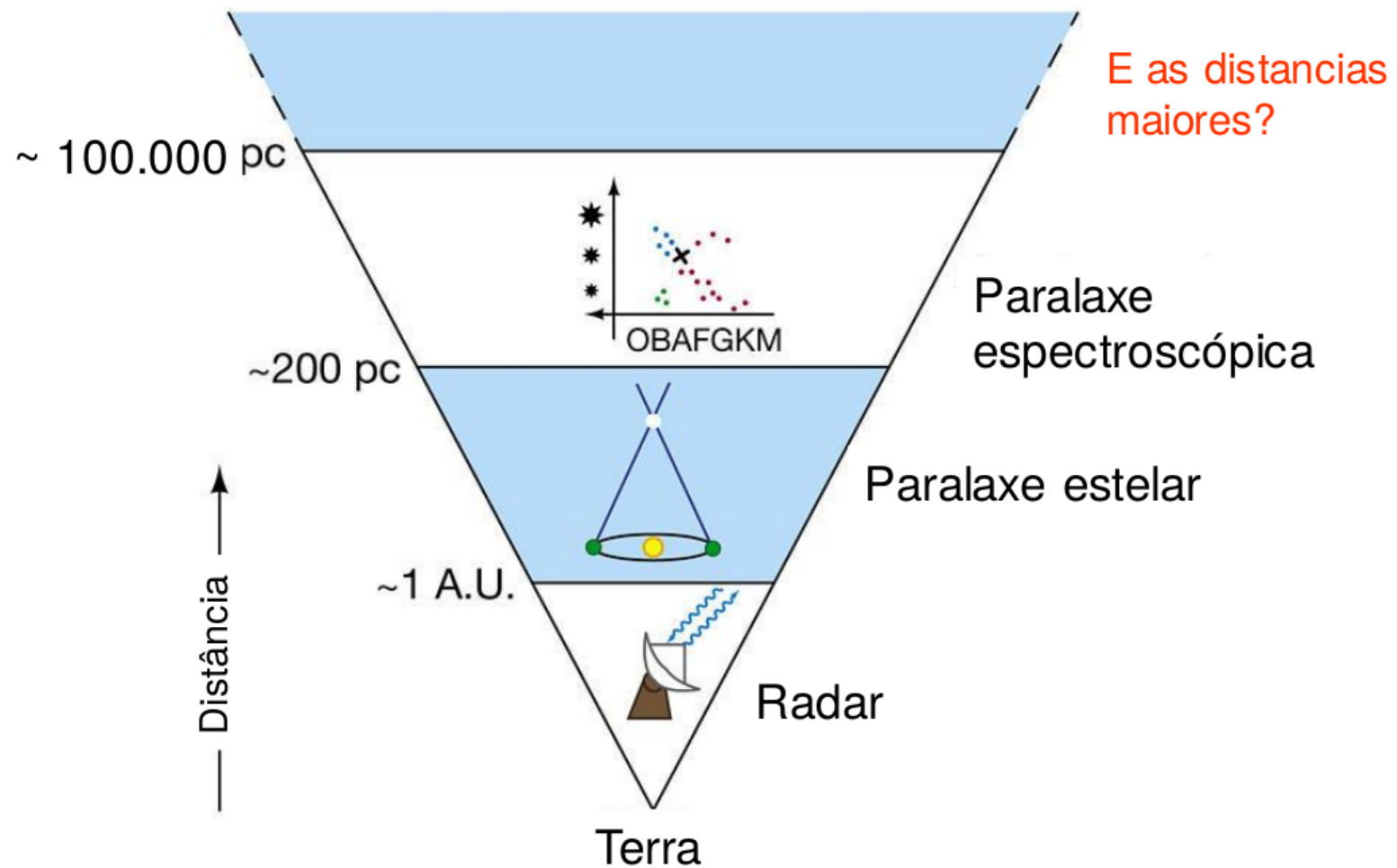


Medida de distâncias (até 100.000 pc):

$$F(d) = L_* / 4\pi d^2$$

# Distância às estrelas

## Escala de distância



### 3) Relação *Período – Luminosidade* das Cefeidas

A **variabilidade na luz observada** em algumas estrelas:

→ método para determinação de distâncias ainda maiores: extragaláticas.

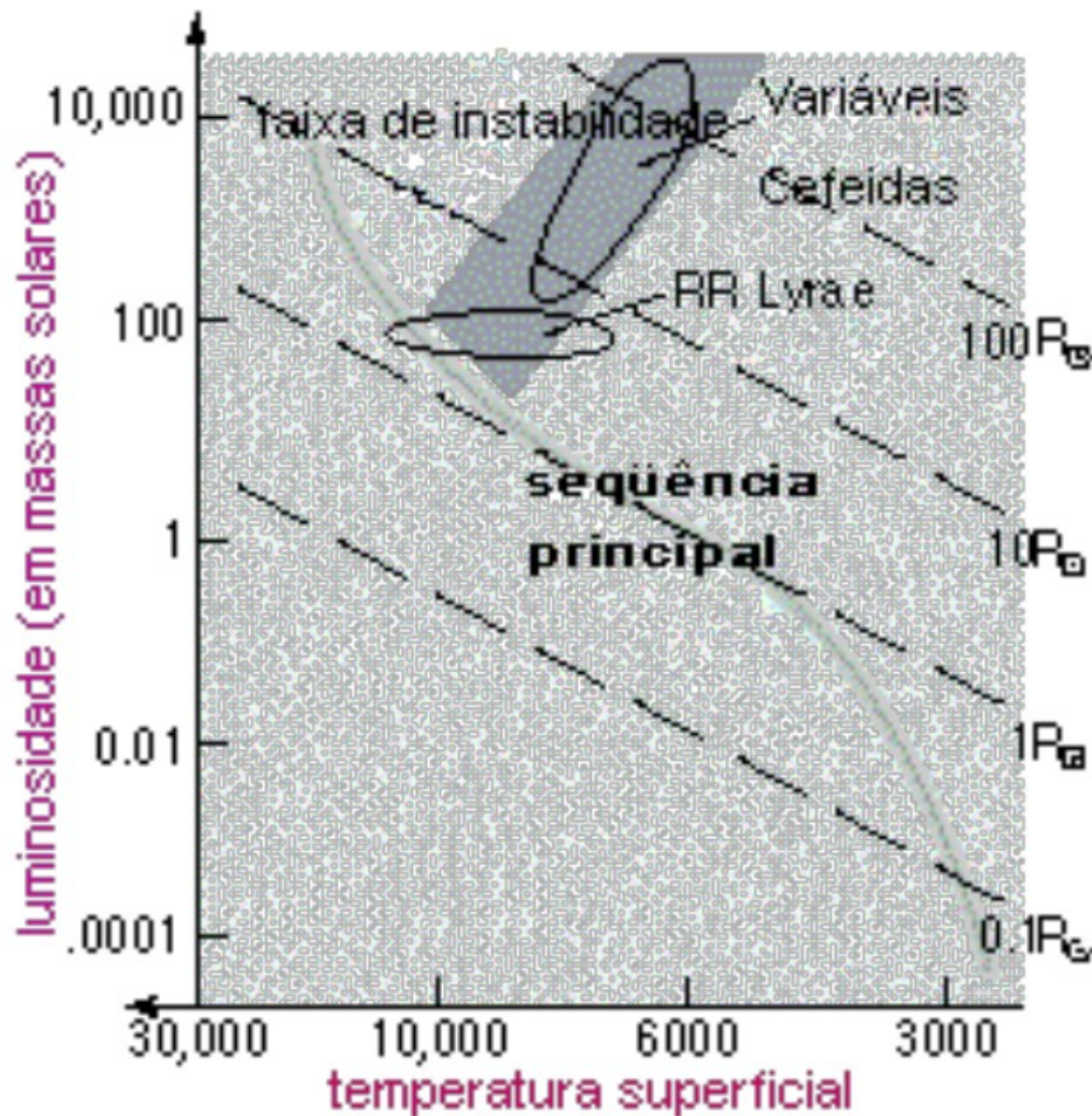
**Ex.: Cefeidas** → categoria de estrelas variáveis pulsantes.

→ período de pulsação diretamente associado à sua luminosidade.



# Variáveis RR Lyrae e Cefeidas

**Dois tipos de estrelas pulsantes** → muito importantes na determinação de distâncias galacticas e extragalacticas → variáveis **RR Lyrae** e **Cefeidas**:



O período de pulsação das variáveis **RR Lyrae**:

varia entre 0.5 e 1 dia

**Cefeidas:**

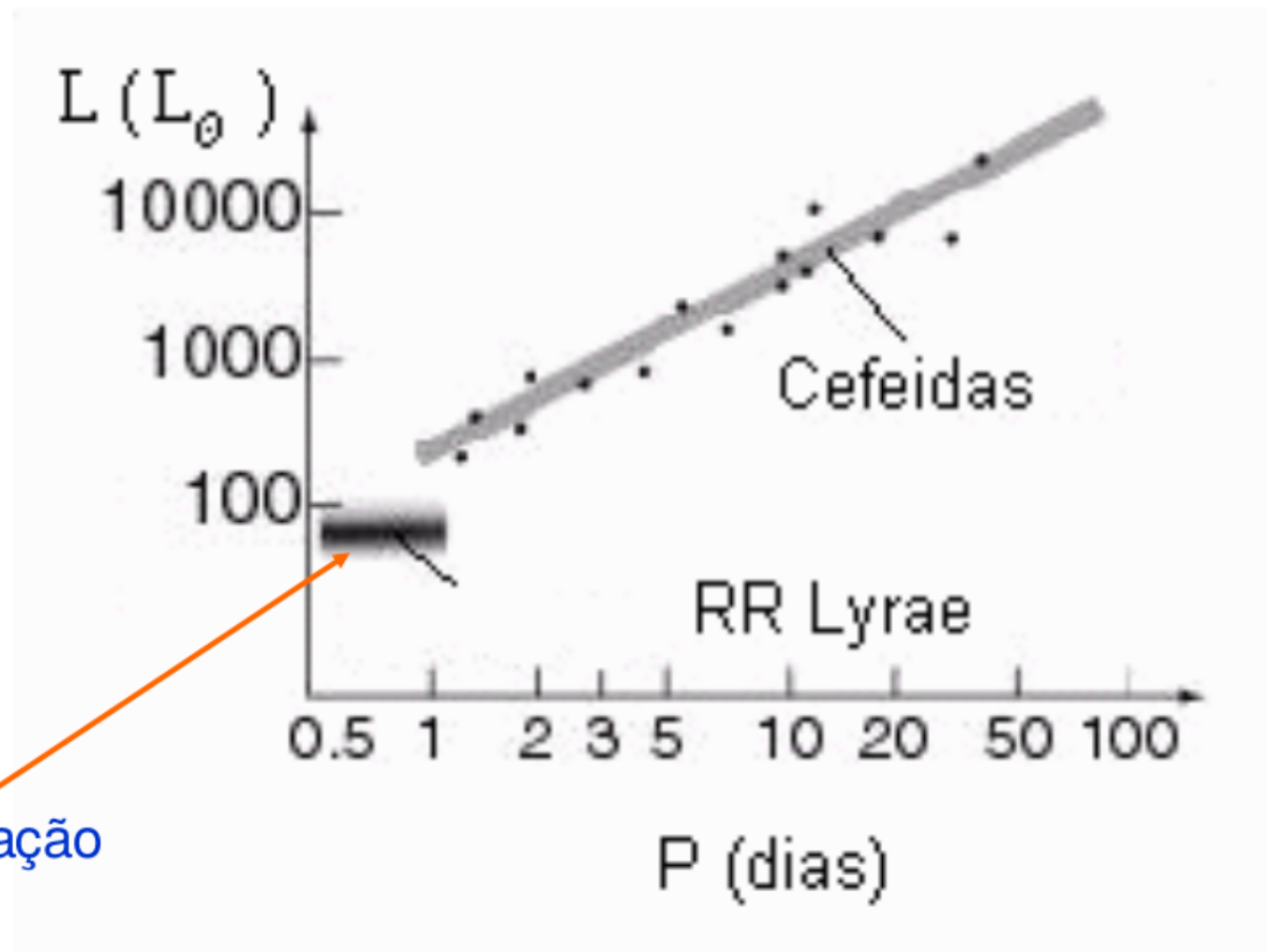
pulsam com períodos de 1 a 100 dias.



## Gráfico do período de pulsação (P) vs luminosidade (L) para as Cefeidas e RR Lyrae



Henrietta Leavitt



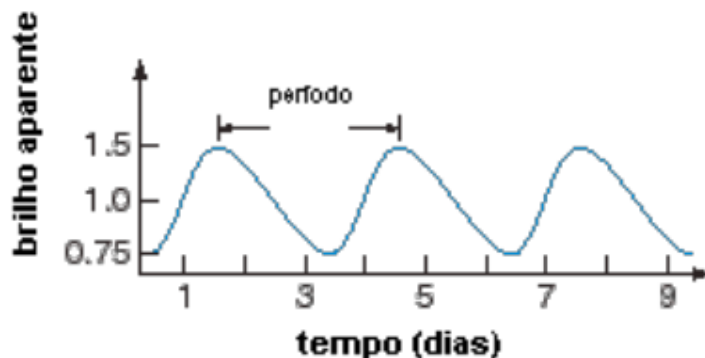
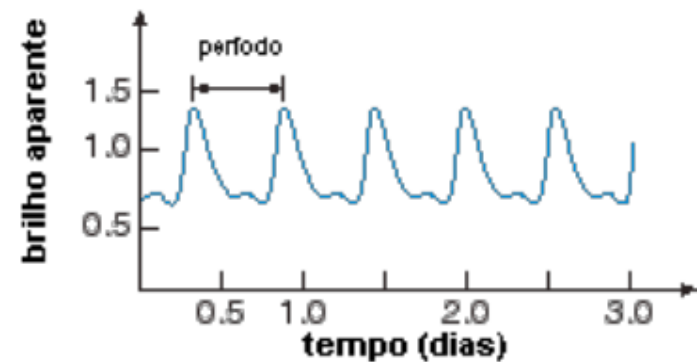
períodos de pulsação  
das estrelas  
variáveis RR Lyrae.

# Variáveis Cefeidas

- Variáveis com relação conhecida entre período e luminosidade.

Uma vez medida a luminosidade aparente de uma Cefeida, podemos determinar sua luminosidade intrínseca, que nos permitirá, por sua vez, determinar sua distância:

$$m - M = 5 - 5 \log r$$



Luminosidade (unidades solares)

