

Introdução à Astrofísica

Gustavo Guerrero

guerrero@fisica.ufmg.br



Inverno Astrofísico 2019

- 1) Radiação eletromagnética, distribuição de energia e linhas espectrais
- 2) O Sol e as estrelas (distâncias e magnitudes)
- 3) Evolução estelar
- 4) Meio interestelar e classificação das galaxias

Bibliografia

- Introductory Astronomy & Astrophysics, M. Zeilek, S. A. Gregory & E. v. P. Smith (Cap. 2)
- Apostila, J. Gregorio-Hetem, V. Jatenco-Pereira, C. Mendes de Oliveira
(www.iag.usp.br/~dalpino/aga215)
- Agradecimentos: Elisabete M. de Gouveia Dal Pino

1) Distribuição de Energia e Linhas Espectrais



Radiação Eletromagnética

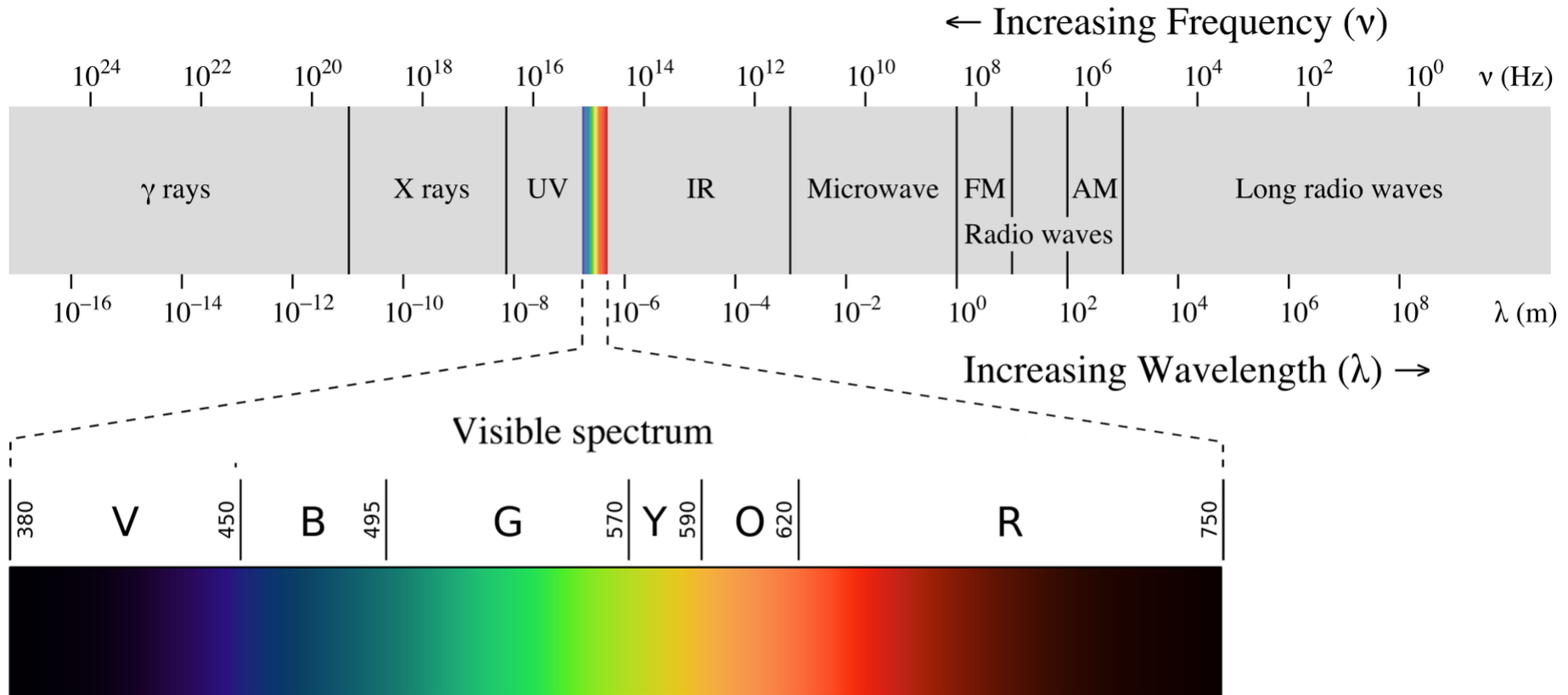
Até um par de anos, as propriedades dos corpos celestes deviam ser determinadas unicamente a partir da radiação eletromagnética

Para começar, veremos como determinar temperatura T a partir da radiação emitida

Qualquer objeto a T : emite radiação

Exs: Sol, corpo humano, ferro aquecido (cores vermelha, azul, branca)

Espectro Eletromagnético



Características procuradas nas estrelas

- ❖ **Distância à Terra**
- ❖ **Brilho**
- ❖ **Luminosidade**
- ❖ **Cor**
- ❖ **Tipo espectral**
- ❖ **Massa**
- ❖ **Raio**
- ❖ **Densidade**
- ❖ **Gravidade superficial**
- ❖ **Temperatura**
- ❖ **Rotação**
- ❖ **Campos magnéticos**
- ❖ **Composição química**
- ❖ **Idade**
- ❖ **Origem**
- ❖ **Evolução**
- ❖ **etc.**

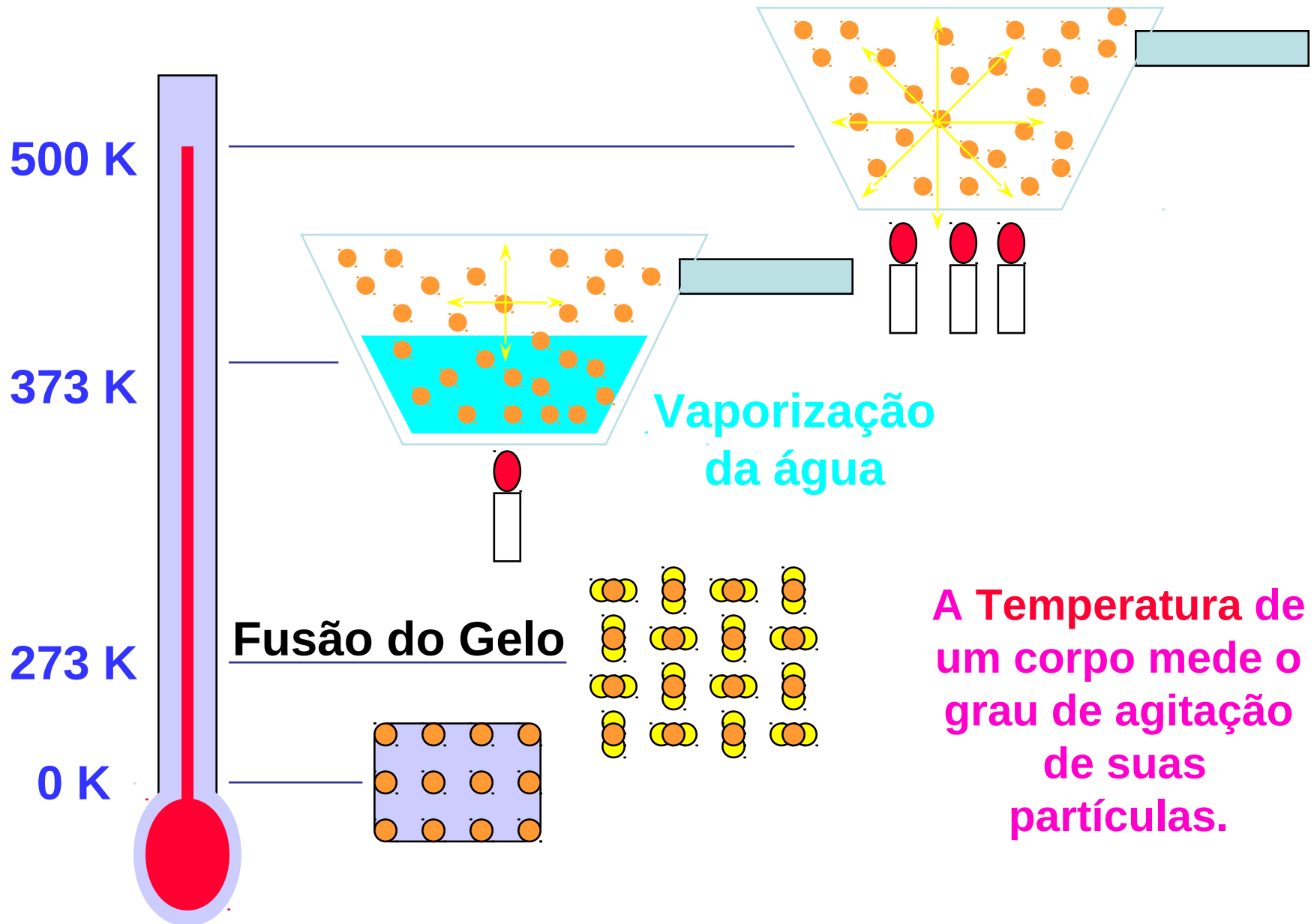
Teoria da Radiação

- 1859-60 - físicos encontraram um problema:

como descrever matematicamente como um corpo aquecido irradia energia, isto é: **quanto ele emite em cada comprimento de onda?**

Corpos irradiam porque: partículas carregadas microscópicas neles – constante movimento randomico e sempre que **cargas mudam seu estado de movimento (aceleram): produzem radiação !**

Temperatura



Teoria da Radiação

Idealização Matemática:

o corpo negro → definido por Kirchhoff

Objeto que absorve toda luz que incide sobre ele, sem refletir e nem emitir nada da radiação → **objeto é negro.**

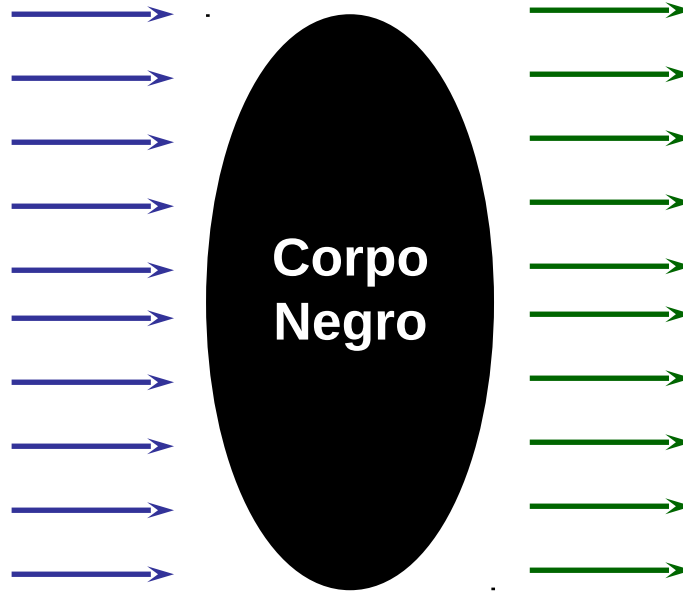
Corpo negro: em estado termico estacionario: **objeto re-emite a mesma quantidade absorvida**

Tal corpo é um *absorvedor perfeito* e também um *emissor perfeito* → **EQUILIBRIO TERMODINAMICO**

→ **Corpo negro:** **emite radiação** e a distribuição desta radiação caracterizada por uma unica **TEMPERATURA**

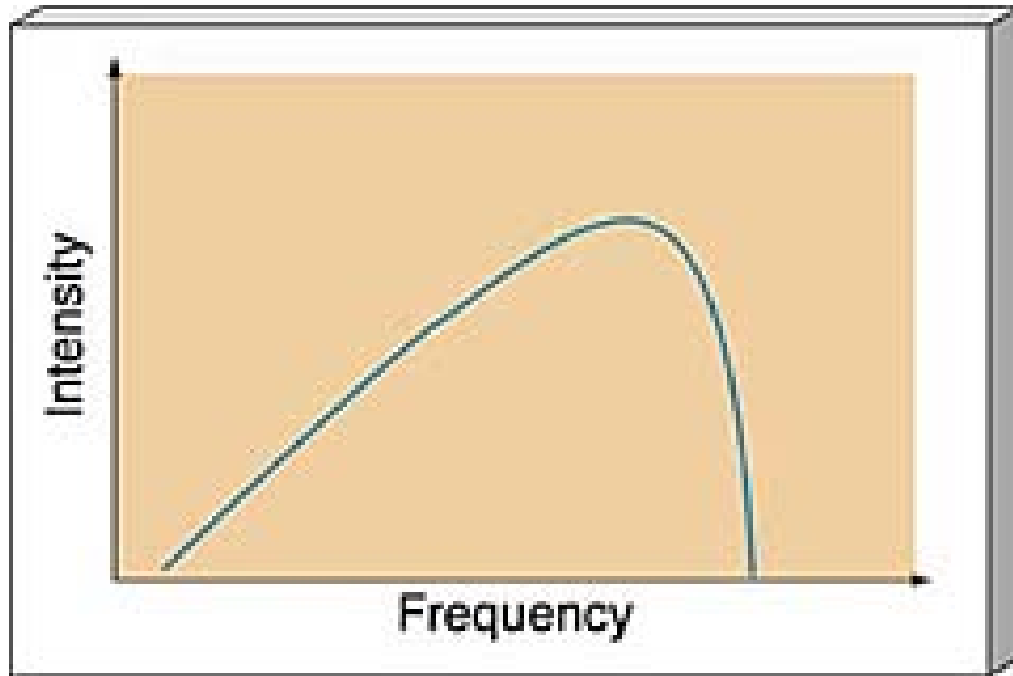
Estrela como Corpo Negro

**Absorve toda
a energia que
possa incidir
sobre ele**



**Emite toda
a energia**

Radiação de Corpo Negro - Curva de Planck



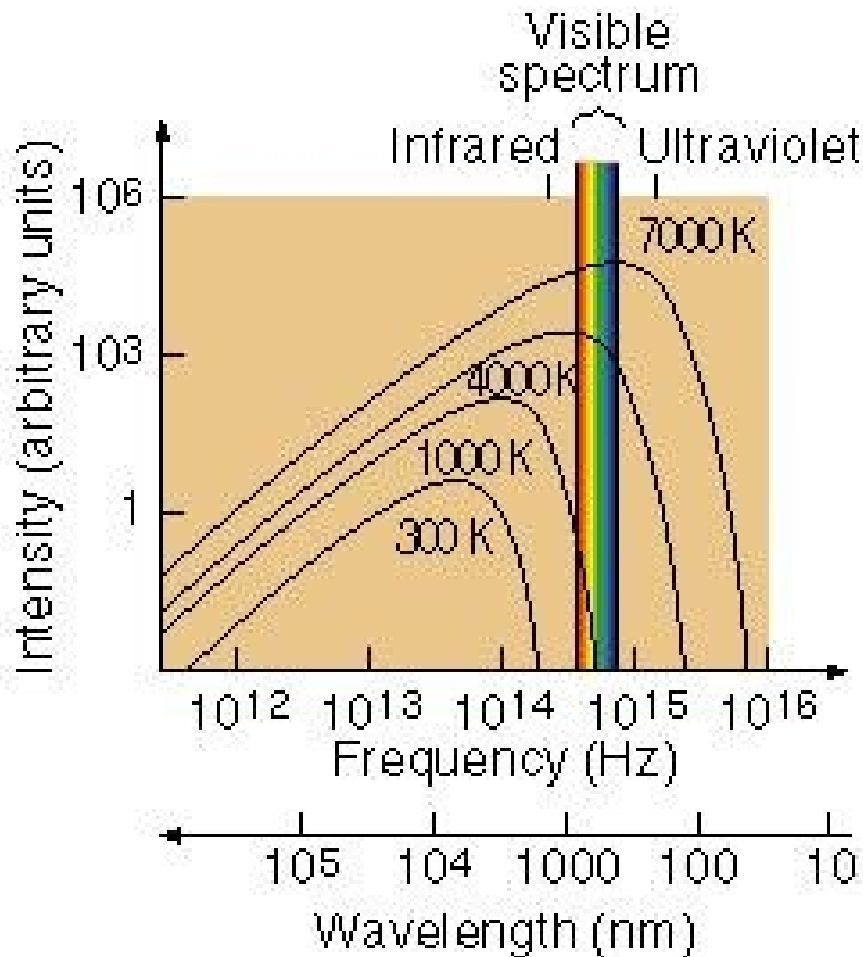
Definição **corpo negro**

⇒ objeto caracterizado por uma temperatura **T**, supondo que suas paredes reabsorvam a radiação emitida

⇒ supõe-se um estado de equilíbrio termodinâmico (propriedades constantes no tempo).

A altura da curva de distribuição de energia do corpo negro define a frequência correspondente ao máximo de intensidade.

Radiação de Corpo Negro



Para direita:

ν pico $>$ I maxima

Objetos quentes: luz visível (estrelas, torradeiras)

Objetos frios: radiação invisível, perceptível pelo calor (aquecedores caseiros, rochas)

Se T do objeto cresce: desloca-se para o lado azul do espectro (direito)

Ex.: **aqueçamos um pedaço de metal:**

1. torna-se quente sem mudar de aparência;
2. com T crescente: torna-se **vermelho – laranja – amarelo – branco** → deslocou pico para:

**ν $>$ à medida que T cresce
(T passou de 300 K a 4000 K)**

Radiação de Corpo Negro - Curva de Planck (1848-1947)

Radiação de corpo negro $\Rightarrow$ variação da **intensidade em função da frequência ν**

$\Rightarrow$ **Função de Planck** $I_{\nu} = B_{\nu}(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]}$ [erg cm⁻²s⁻¹Hz⁻¹sr⁻¹]

h = cte. de Planck = $6,63 \times 10^{-27}$ erg . s, $h\nu = E$ de 1 foton

k = cte. de Boltzmann = $1,38 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹

Em termos de λ : usando que $I_{\nu} d\nu = I_{\lambda} d\lambda$ e **$\nu\lambda = c$**

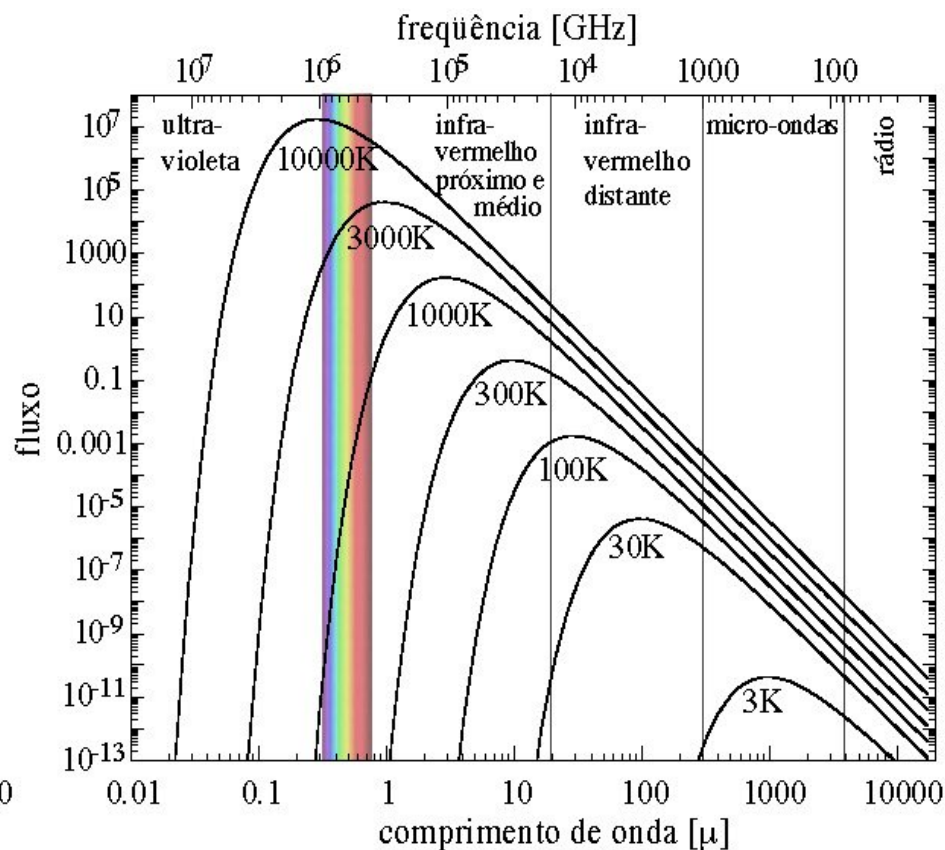
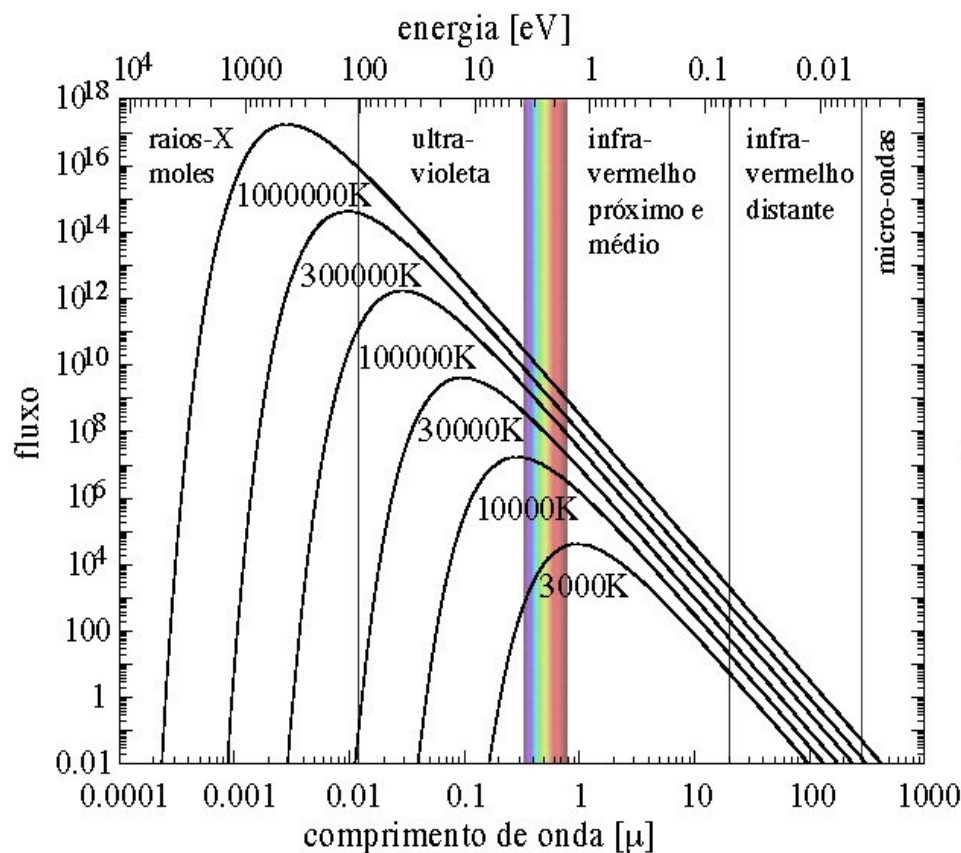
$$B_{\lambda}(T) = \frac{2 h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left[e^{hc/\lambda kT} - 1 \right]}$$
 [erg cm⁻²s⁻¹Å⁻¹sr⁻¹]

Radiação de Corpo Negro

- Intensidade, $I(\nu, T)$ corresponde ao espectro de corpo negro para uma dada temperatura.

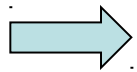
$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left[e^{hc/\lambda kT} - 1 \right]}$$



Fluxo proveniente de uma estrela

Consideramos que ESTRELA emite como um corpo negro:



integral da função de Planck no ângulo sólido observável (apenas meia esfera)

$$F_{\nu} = \int I_{\nu} \cos \theta \, d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\nu} \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\Phi$$

$$F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T)$$

$B_{\nu}(T) = I_{\nu}(T)$ do corpo negro

F_{ν} é dado em $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$

Lei de Wien

Determinação do comprimento de onda onde ocorre o máximo de intensidade ($I_{\max}$)

$\Rightarrow \lambda_{\max}$ obtido pela derivada $\frac{d I_{\lambda}}{d\lambda} = 0$

Lei de Wien, usualmente expressa por

$$\lambda_{\max} (cm) = \frac{0,29}{T (K)}$$

Em termos da frequência: $h \nu_{\max} = 2,821 k T$

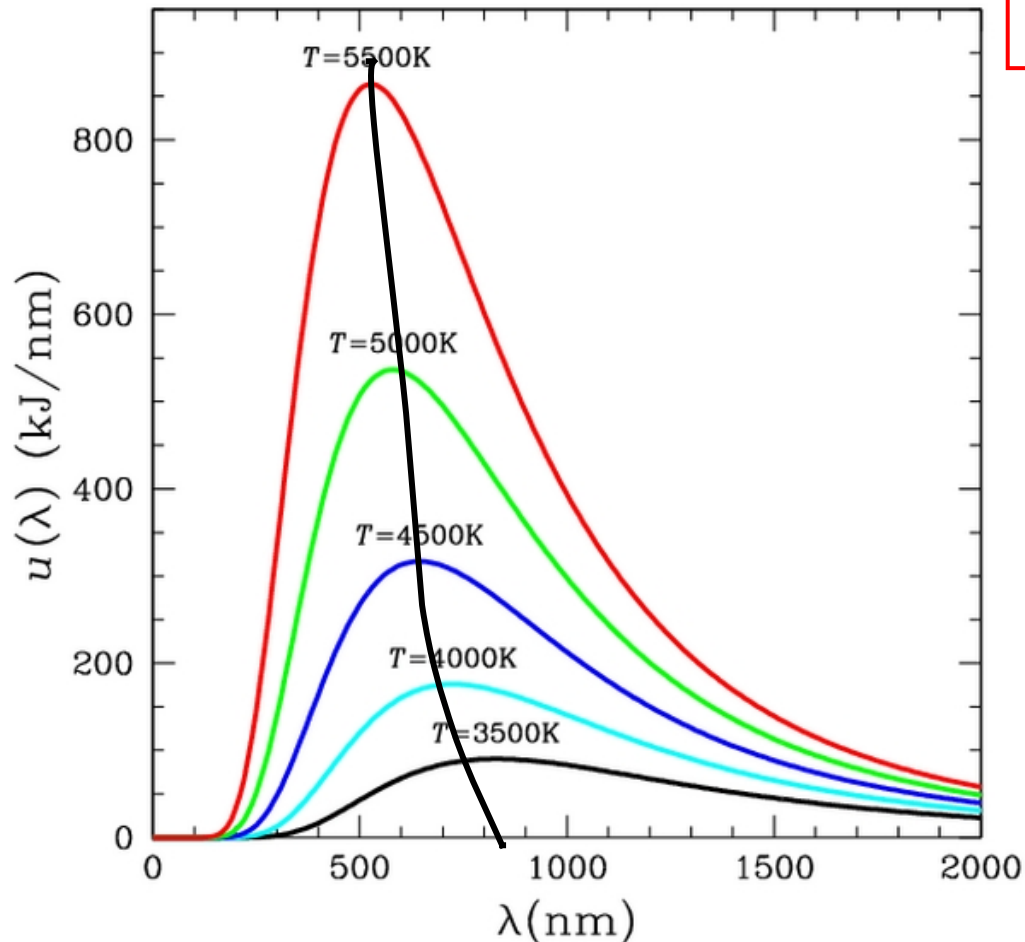
Sol ($T_{\text{ef}} \sim 5800 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 500 \text{ nm}$ (região do visível).

Antares (gigante vermelha, $T_{\text{ef}} \sim 3000 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 1 \mu\text{m}$ (região do infravermelho).

Sirius (gigante azul, $T_{\text{ef}} \sim 10000 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 290 \text{ nm}$ (região do ultravioleta).

Lei de Wien

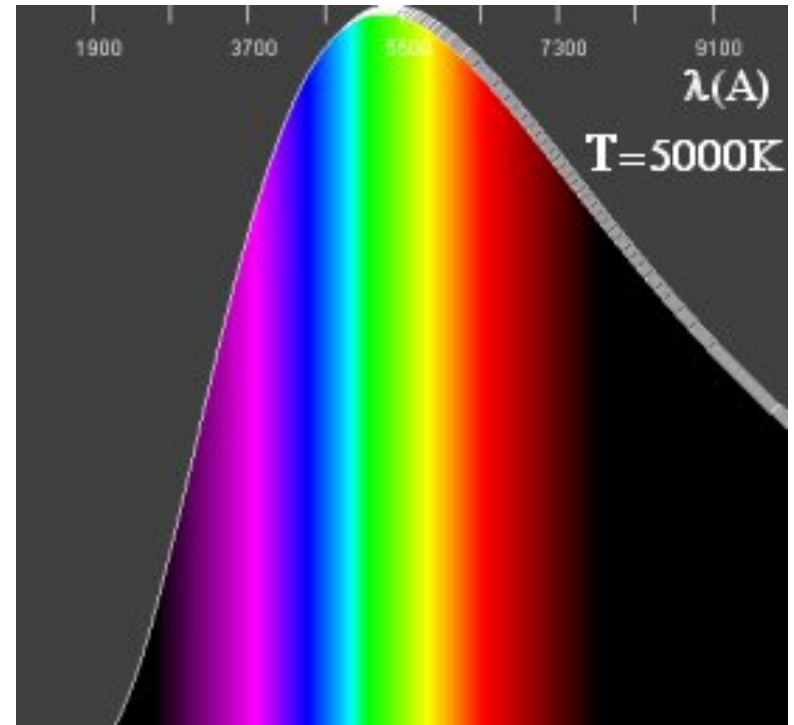
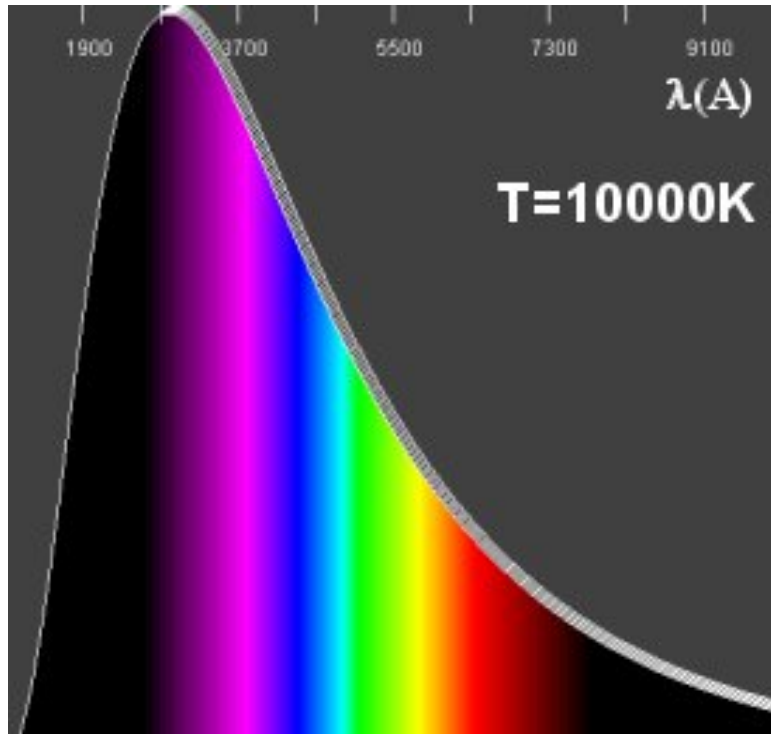
- Lei de Wien (descoberta em 1893): relação entre o comprimento de onda onde a emissão é máxima e a temperatura do corpo negro.



$$T \times \lambda_{\text{max}} = 2,898 \times 10^6 \quad \text{K} \times \text{nm}$$

- Por exemplo:
 - $T = 50000 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 580 \text{ \AA}$
 - $T = 5000 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 5800 \text{ \AA}$
 - $T = 310 \text{ K (37}^\circ\text{C)}$
 $\lambda_{\text{max}} = 9,3 \text{ }\mu$
 - $T = 2,7 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 1,1 \text{ mm}$

Estudando o espectro da estrela, podemos descobrir qual cor é mais fortemente irradiada



⇒ calculamos a temperatura pela Lei de Wien

$$\lambda_{\text{m\acute{a}x}} \times T = 0,290 \text{ cm.K}$$

Aproximações da Lei de Planck

- **Distribuição de Wien:** nos casos de altas frequências, e temperaturas não muito elevadas :

$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \rightarrow \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1 \right) \quad B_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-h\nu/kT}$$

- **Distribuição de Rayleigh-Jeans:** nos casos de baixas frequências, e temperaturas não muito baixas:

$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \rightarrow \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} \right) \quad B_\nu = \frac{2\pi \nu^2 kT}{c^2}$$

Lei de Stefan – Boltzmann

A integral da função F_ν sobre todas as frequências ν , determina a energia total por area emitida por unidade de tempo (area sob a curva de Planck):

$$F = \int F_\nu d\nu = \sigma T^4 \quad [\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2}]$$

$\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$: constante de Stefan – Boltzmann.

Demonstremos:

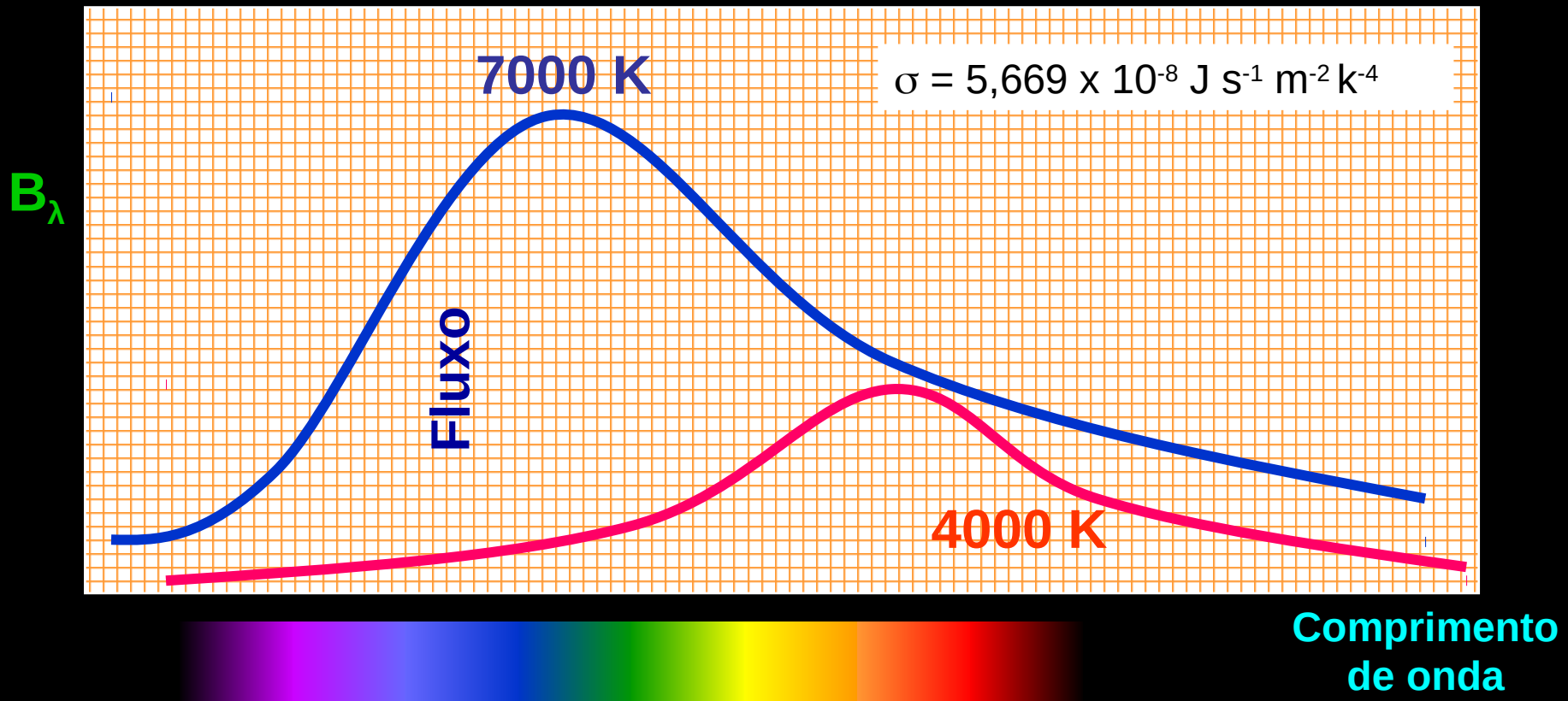
$$F = \frac{2\pi h}{c^2} \int \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \Rightarrow \text{chamando } \eta = \frac{h\nu}{kT}, \quad d\eta = h d\nu / kT$$

$$\rightarrow F = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta$$

que resulta em

$$F = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2} T^4 \equiv \sigma T^4$$

Lei de Stefan - Boltzmann



$$F = \sigma T^4$$

Lei de Steffan-Boltzamann e o Raio Estelar

A luminosidade de uma estrela:

$$F(R_s) = \frac{L_s}{4 \pi R_s^2}$$

Mas para um **corpo negro**:

$$F(R_s) = \sigma T^4$$



$$L_s = 4 \pi R_s^2 \sigma T_s^4$$

O raio da estrela é então expresso por (medindo T_s e L_s):

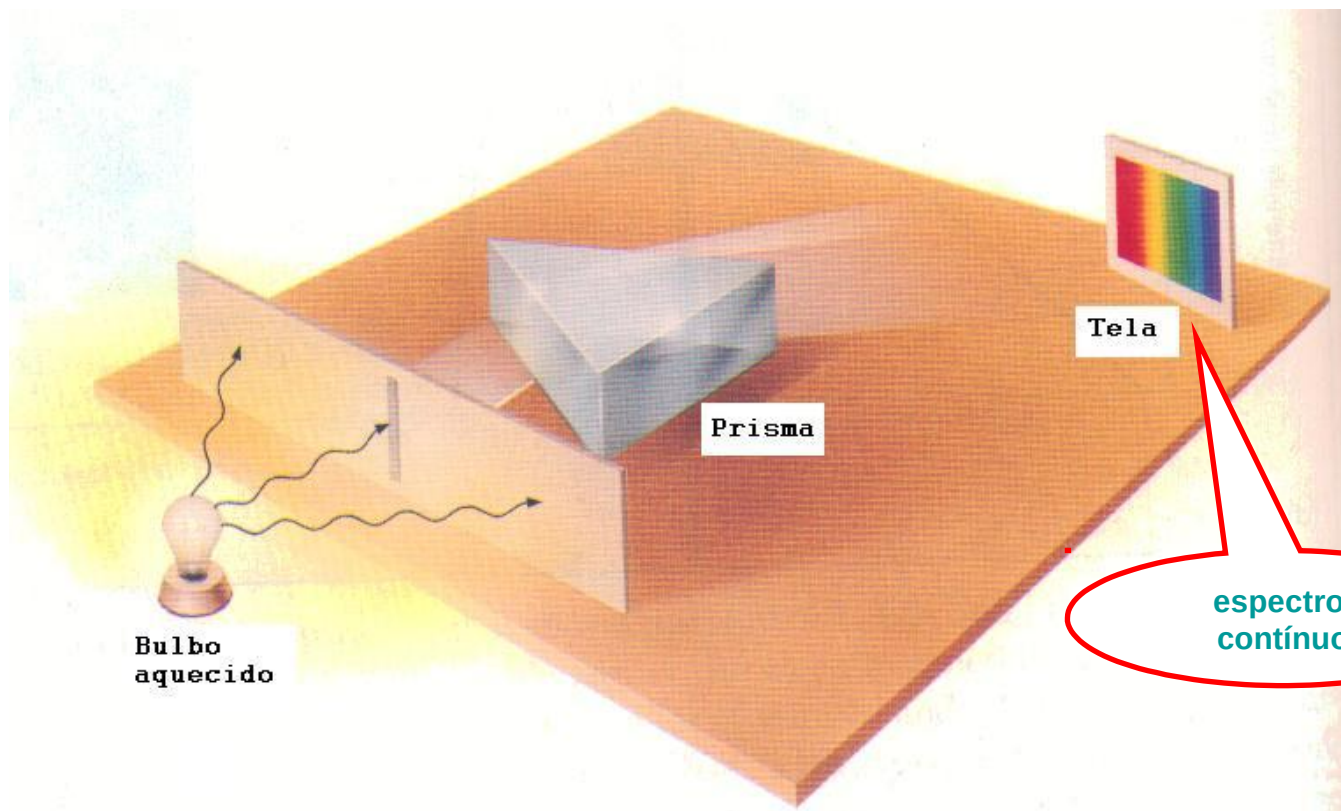
$$R_s = \left(\frac{L_s}{4 \pi \sigma T_s^4} \right)^{1/2}$$

Linhas Espectrais

Emissão de radiação

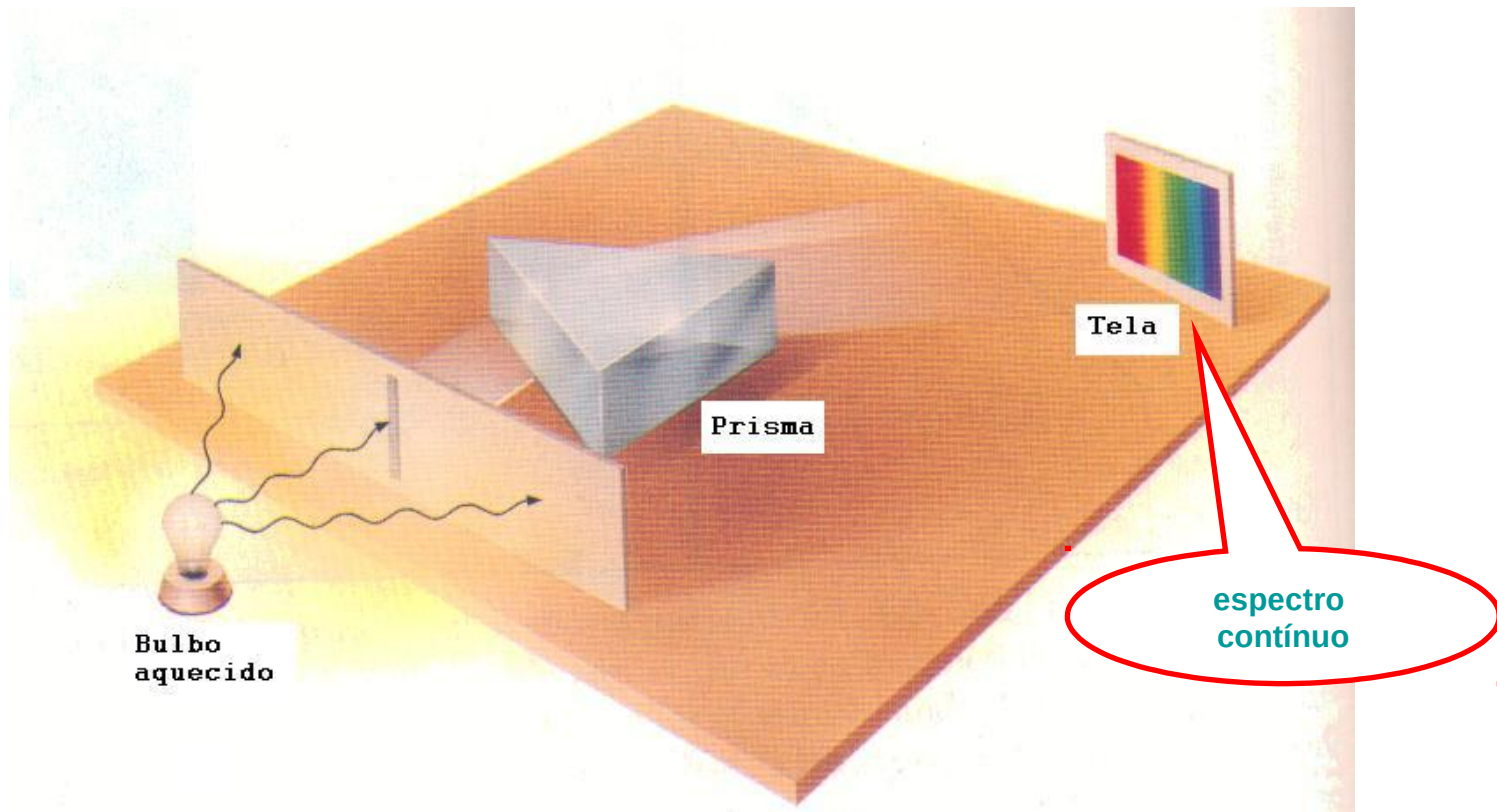
⇒ Qualquer corpo a uma dada temperatura T ⇒ intensidade e tipo (frequência) de radiação ⇒ dependem de T .

Radiação pode ser analisada por um ESPECTROSCOPIO:



Emissão de radiação

- ⇒ Até agora: vimos exs. de **espectro contínuo**:
Ex. luz da lampada - emite radiação de todos λ s com intensidade I_λ similar **corpo negro** - e possui **pico no visível**
- ⇒ **Atravessando espectroscópio: ESPECTRO de cores arco-iris: CONTINUO**



Espectro de Linhas

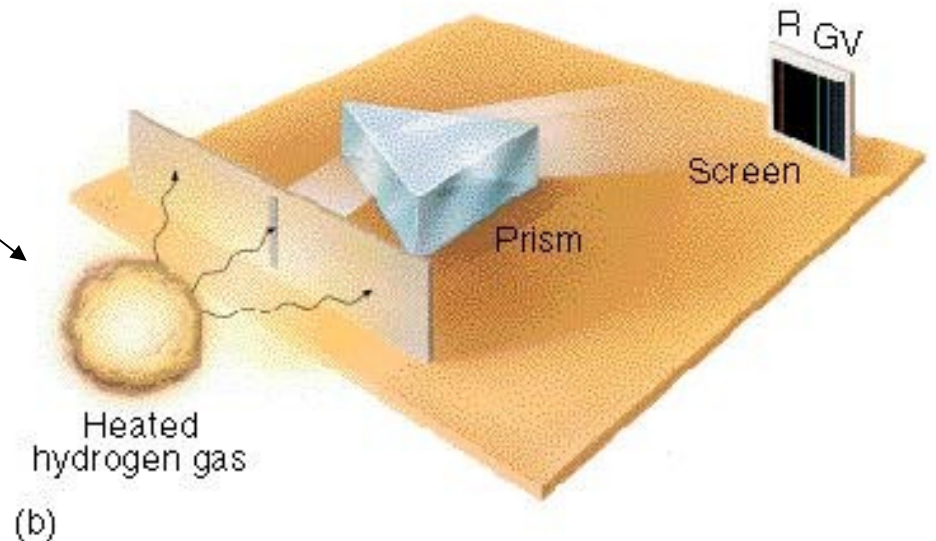
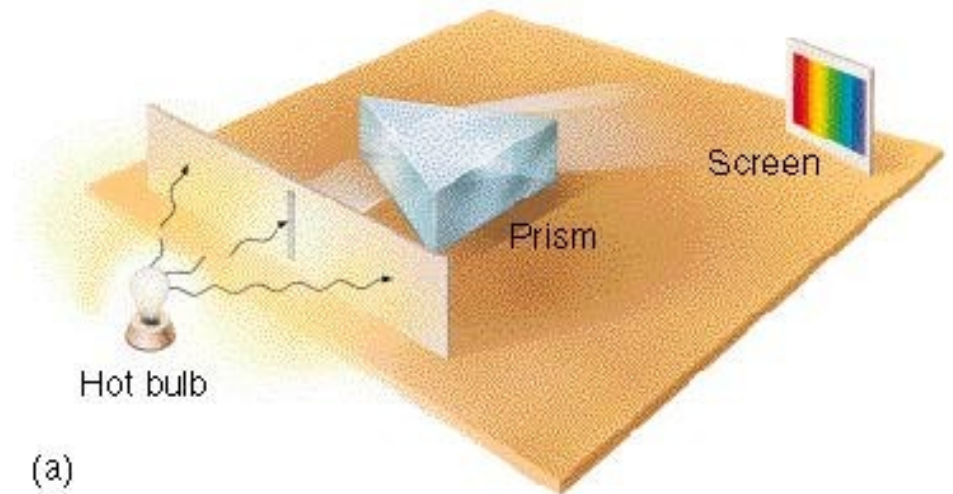
- Nem todo espectro: contínuo

- Ex.: em (b) recipiente de gas de H

- passando carga elétrica sobre ele (similar a relampago na atmosfera)

- Gas é aquecido e emite: **espectro com poucas linhas brilhantes** superpostas a fundo escuro –

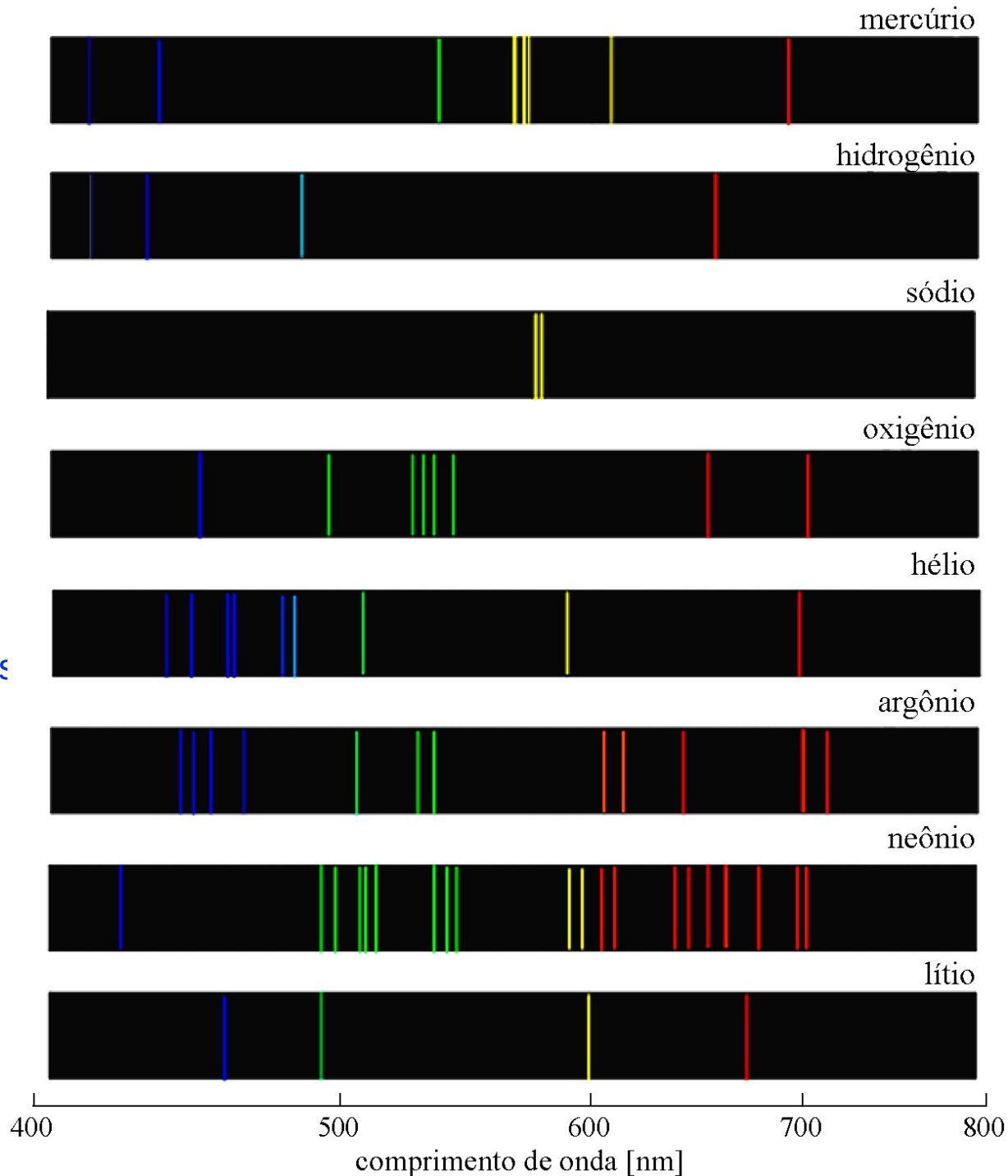
ESPECTRO DE LINHAS DE EMISSÃO



Linhas de emissao

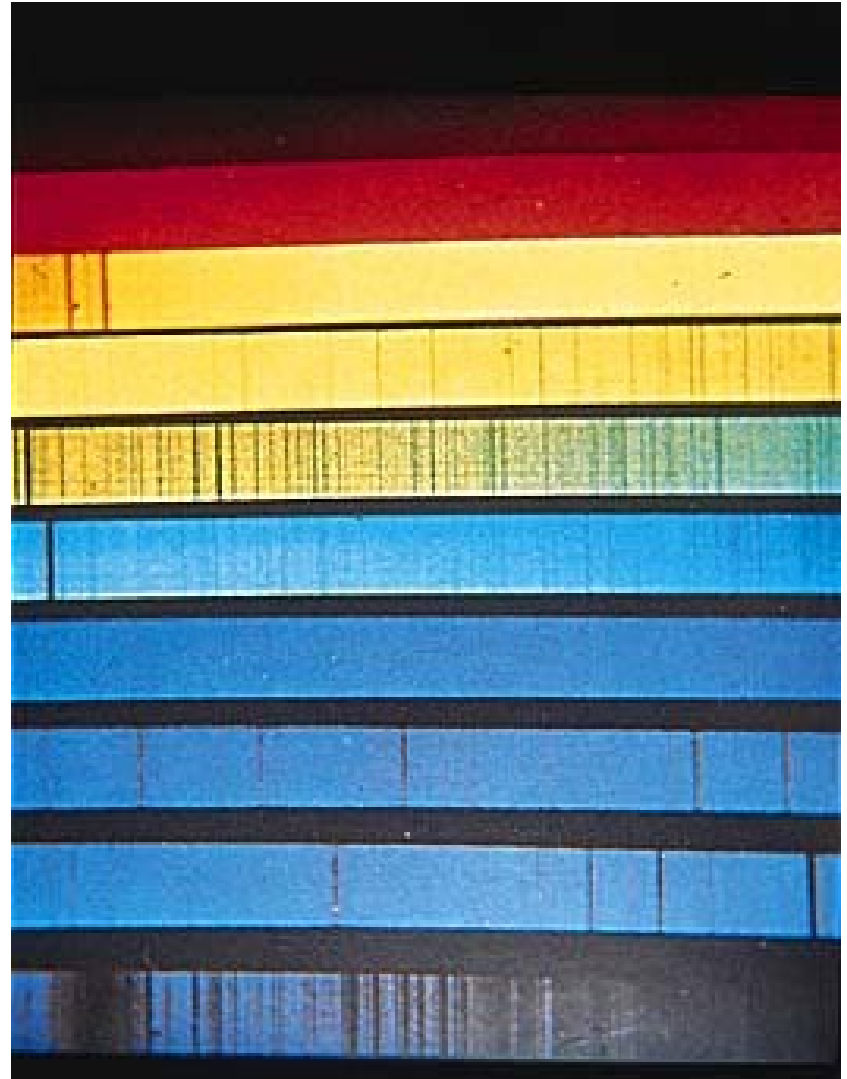
espectro de linhas de
emissao de diferentes
elementos:

sao como impressoes digitais

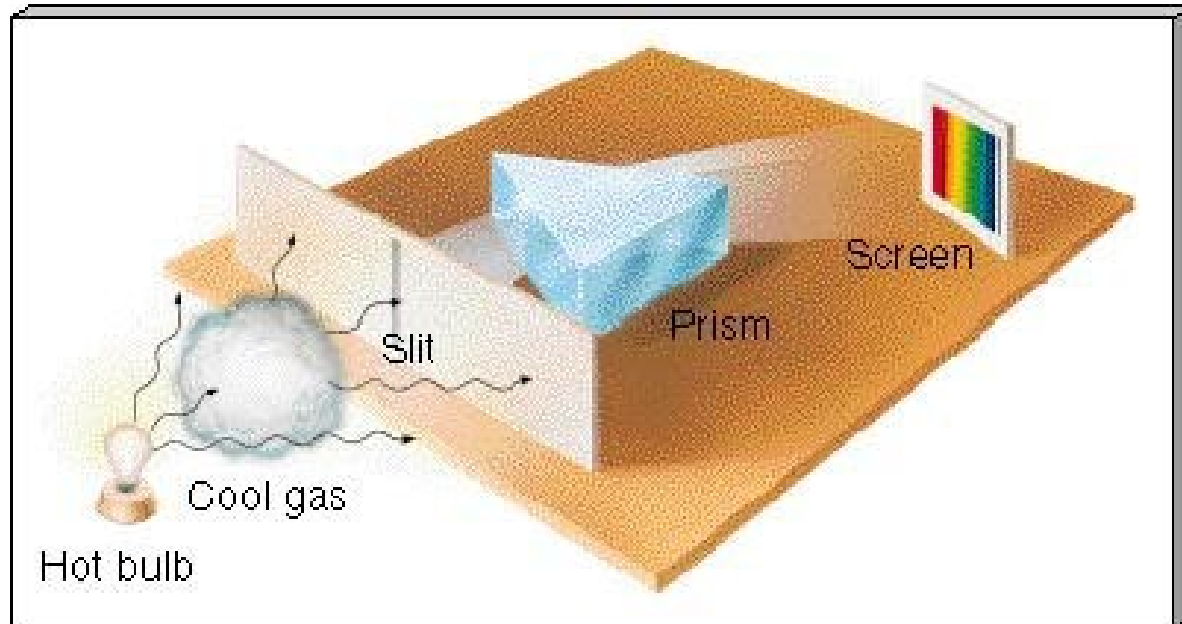


Linhas de Absorção

- Luz solar dispersa em um prisma:
- Parece produzir **espectro contínuo**
- Análise + cuidadosa: **espectro interrompido por linhas estreitas escuras**
- Hoje sabemos: linhas escuras: λ s de luz absorvidos por gases nas camadas externas (atmosfera) do Sol
- Linhas escuras: **ESPECTRO de ABSORCAO**



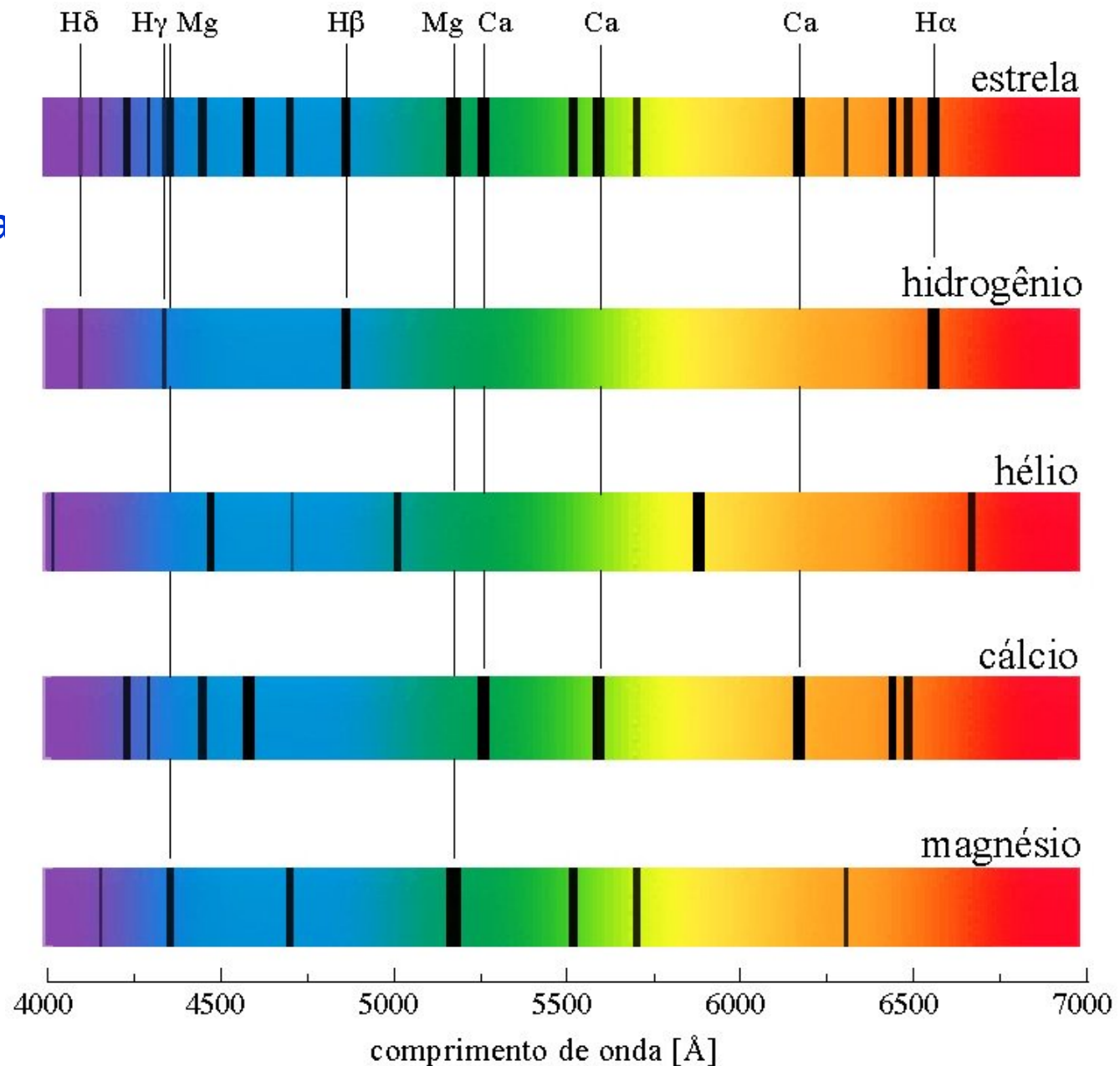
Linhas de Absorção



- **Tambem podem ser produzidas em laboratorio:**
Passando feixe de luz por gas frio: **linhas de absorção** produzidas nos mesmos λ s que linhas de emissão daquele gas

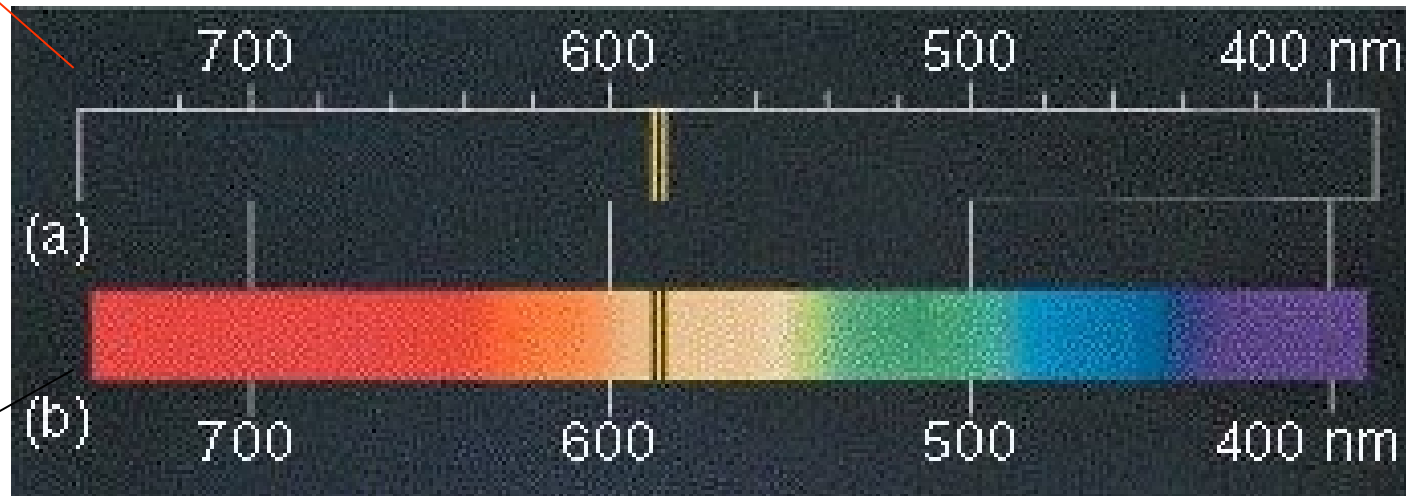
Linhas espectrais de Absorção

- O espectro de uma estrela é usado para determinar sua composição química.



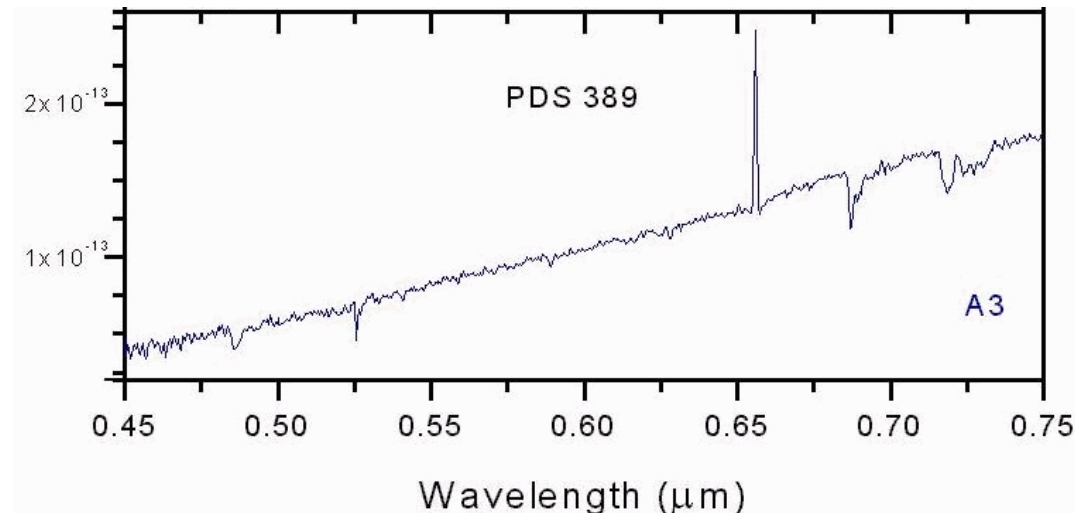
Espectro do Sódio

(a) O espectro de emissão do sódio: duas linhas brilhantes de emissão aparecem na parte amarela do espectro

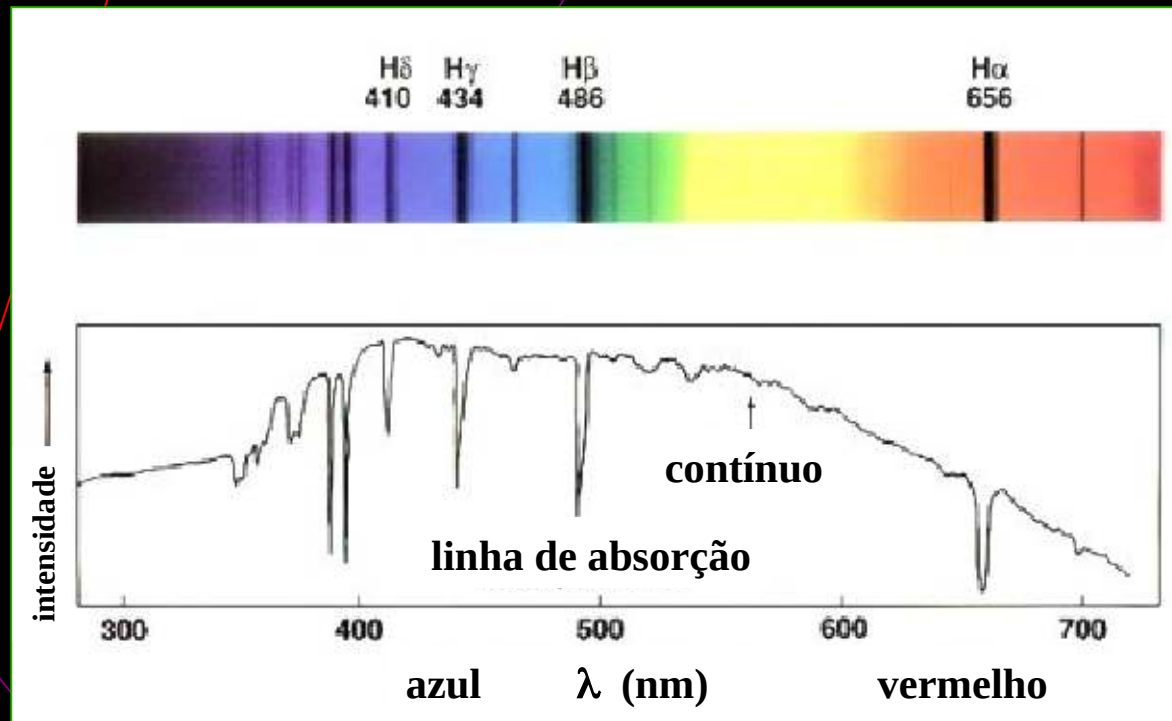
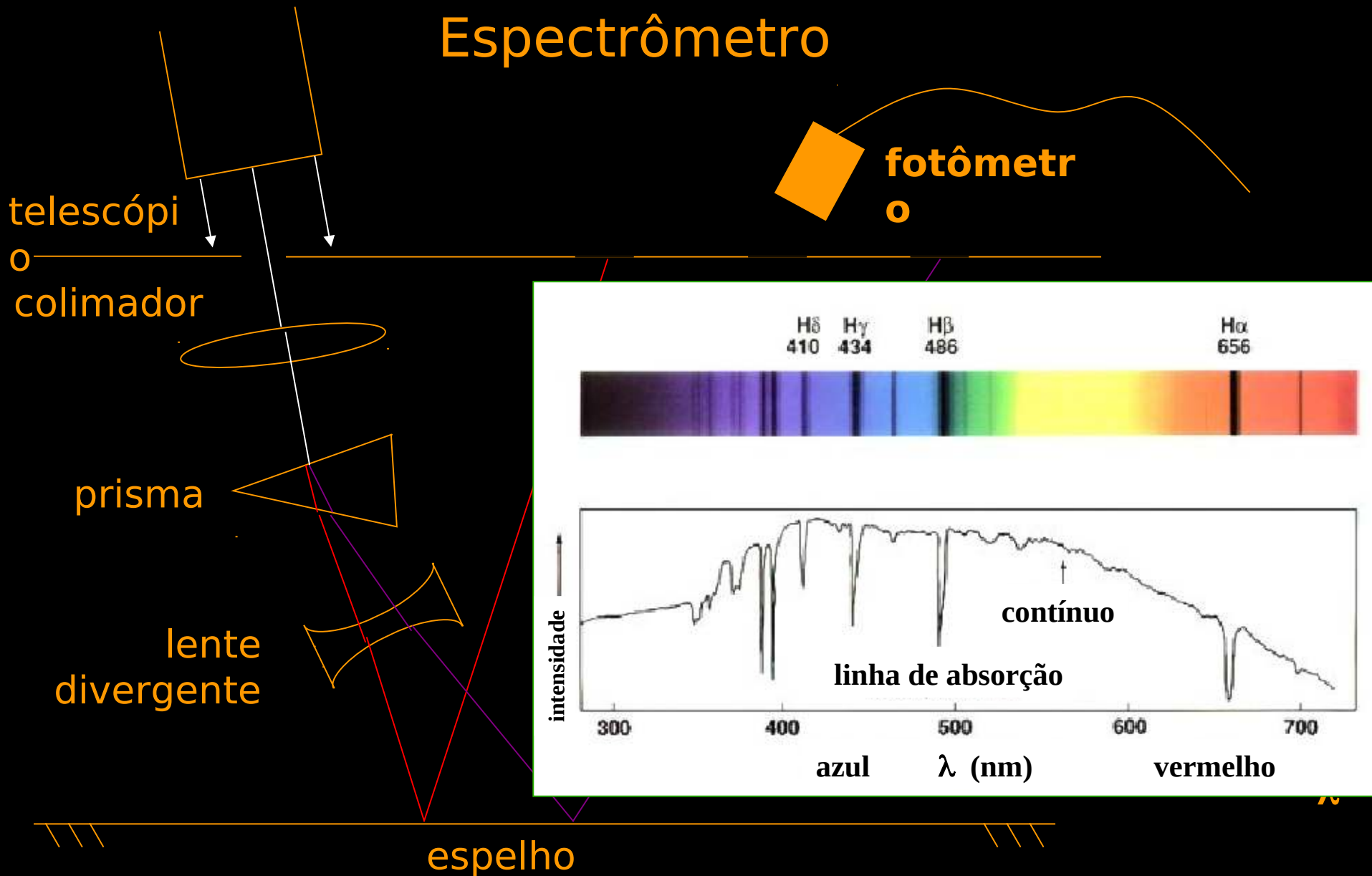


(b) Espectro de absorção do sódio: as duas linhas escuras aparecem na mesma posição das linhas de emissão.

Espectro da estrela PDS389, mostrando linhas de emissão e de absorção.

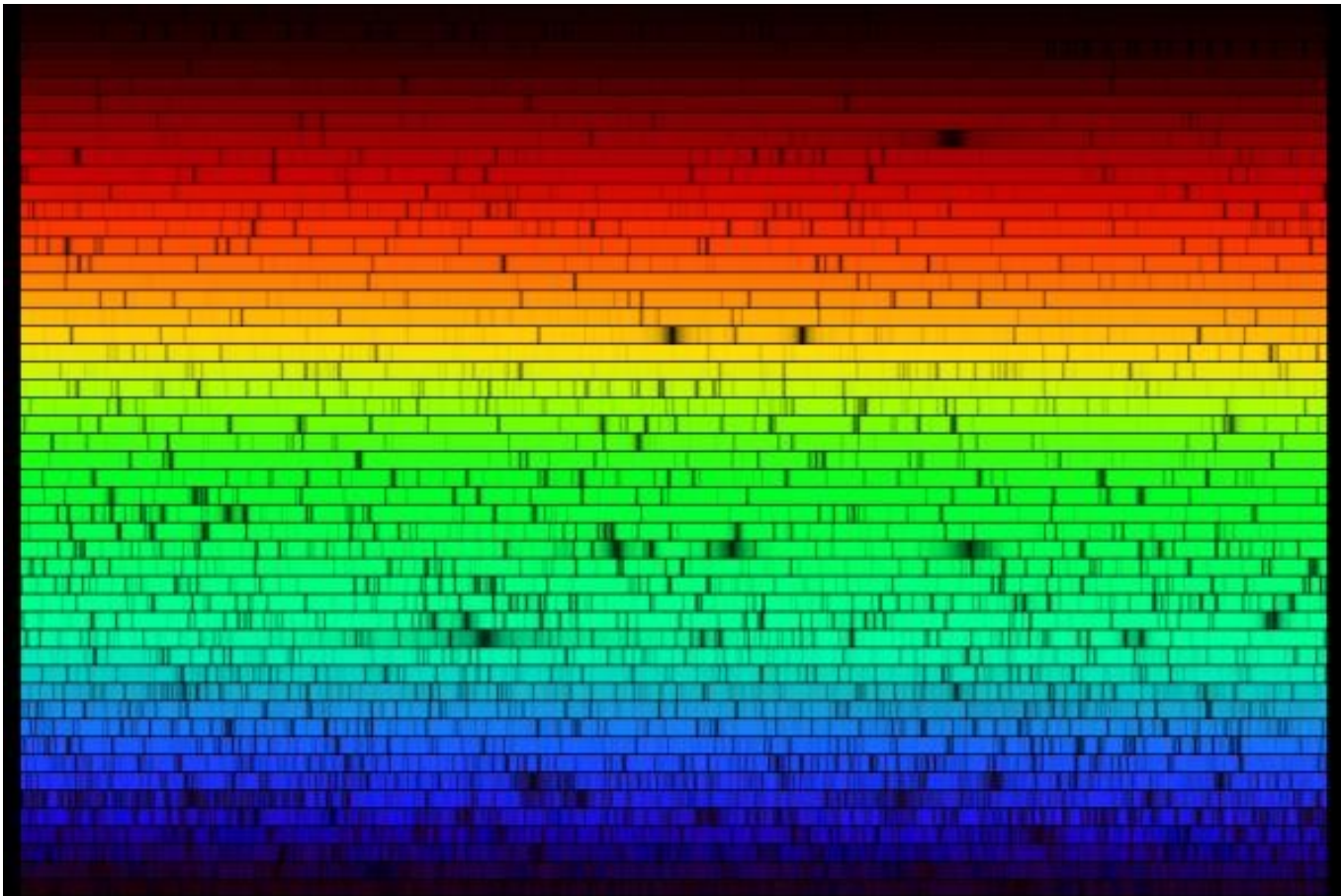


Espectrômetro



Espectro Solar

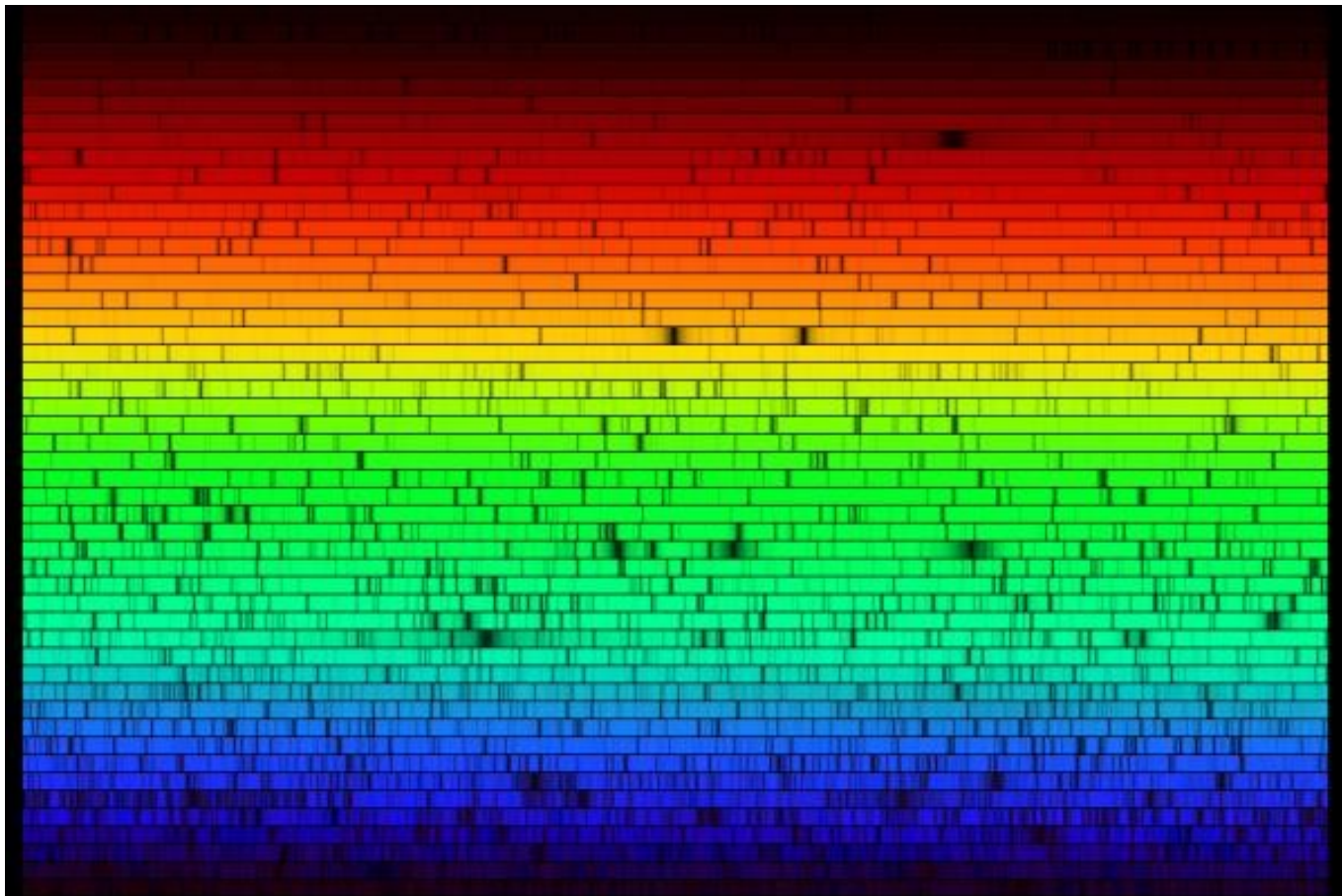
- Em 1814, Joseph von Fraunhofer obtém o espectro do Sol.
- Este espectro é composto de um contínuo e de linhas (+ de 600 linhas).



espectro do Sol em alta resolução (não é o de Fraunhofer)

Espectro Solar

- **Sec. 19** – linhas – elementos químicos já conhecidos (ex. Fe)
- **Outras linhas do espectro solar:** desconhecidas aqui na Terra:
Ex.: elemento **helio** (do grego = sol) foi descoberto no espectro solar.
Detectado na Terra so em 1895 !



espectro do Sol em alta resolução (não é o de Fraunhofer)

Gustav Robert Kirchhoff

Sec. 19: faltava teoria para explicar como esses espectros eram formados no **sol e estrelas**



Para compreender como espectroscopia pode ser usada para extrair informação dos objetos e da luz que emitem → compreender **formação das linhas** → compreender estrutura **MICROSCOPICA da matéria**

Físico Alemão

(1824 – 1887)

Leis de Kirchhoff

- Nos anos 1860, Gustav Kirchhoff formula as leis que resumem as **diferentes formas como a matéria emite** - os **3 tipos de espectro possíveis**:



contínuo



gás quente



linhas de emissão



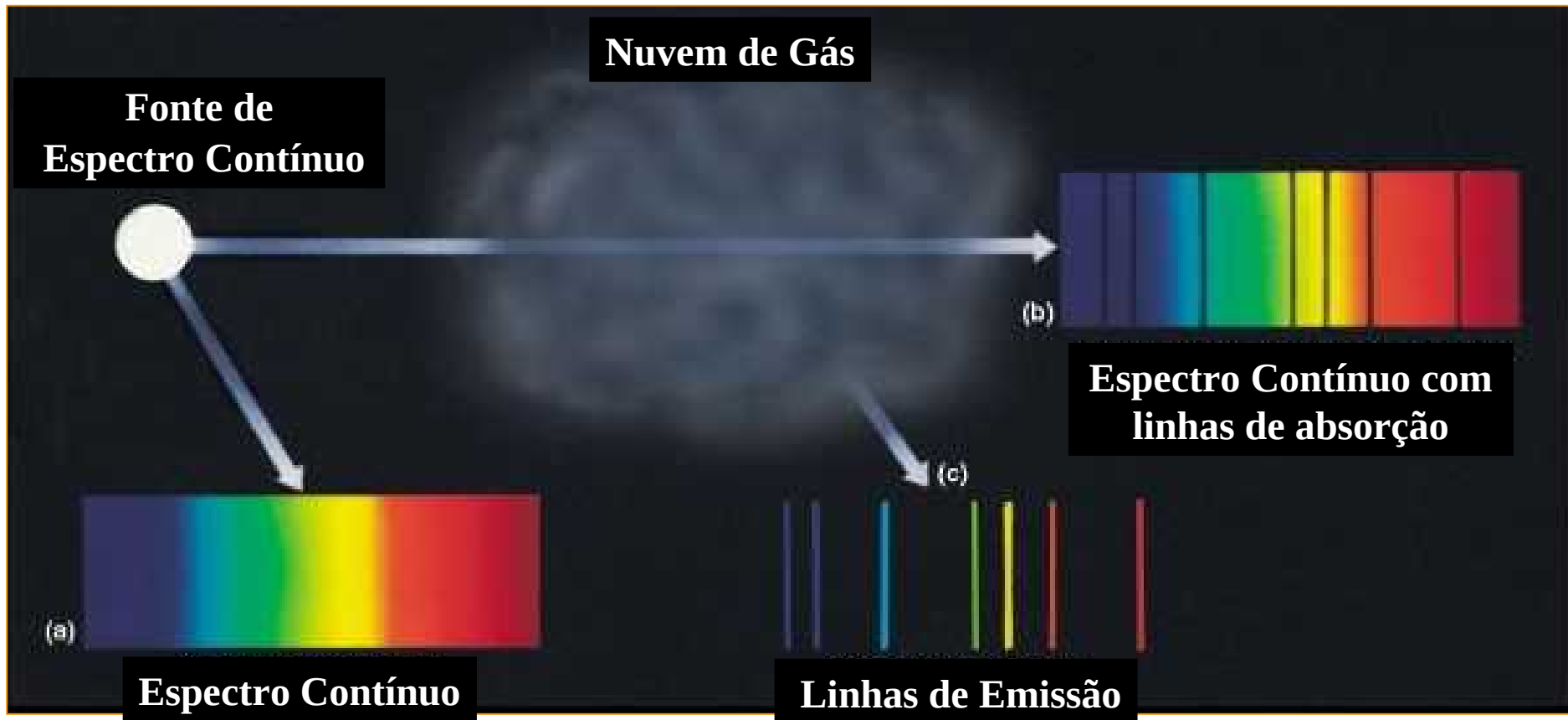
gás frio



linhas de absorção



Leis de Kirchhoff



Lei fundamental:

Quando um feixe de luz atravessa um gás, este absorve aquelas mesmas frequências que, quando aquecido, emite.

Formação de linhas espectrais

Evidencias de que luz às vezes não se comporta como onda

Ex.: produção de linhas espectrais envolve somente λ s discretos → diferente do que se esperaria se luz somente onda continua!

→ Ficou claro que: quando luz interage com materia em escalas atômicas: NAO de modo continuo, mas DISCRETIZADO → caráter corpuscular da luz.

Para explicar formacao das linhas → Estrutura atomica:

→ compreender tambem estrutura da materia – ou dos átomos:
tijolos de construcao da materia:

→ em escalas 10^{-10} m: átomos

moleculas (ligações de átomos)

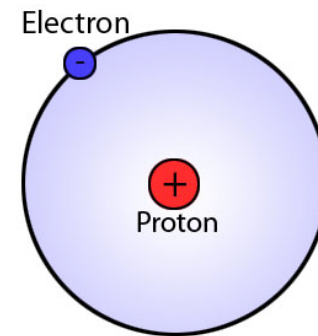
→ Átomo + simples: H – nucleo com proton ($D= 10^{-14}$ m) +
eletron orbitando ao redor

→ Como associar quadro do átomo de H às linhas de emissão e absorção do gas H ?

Modelo Atômico do H



1ª teoria robusta do átomo de H proposta por:



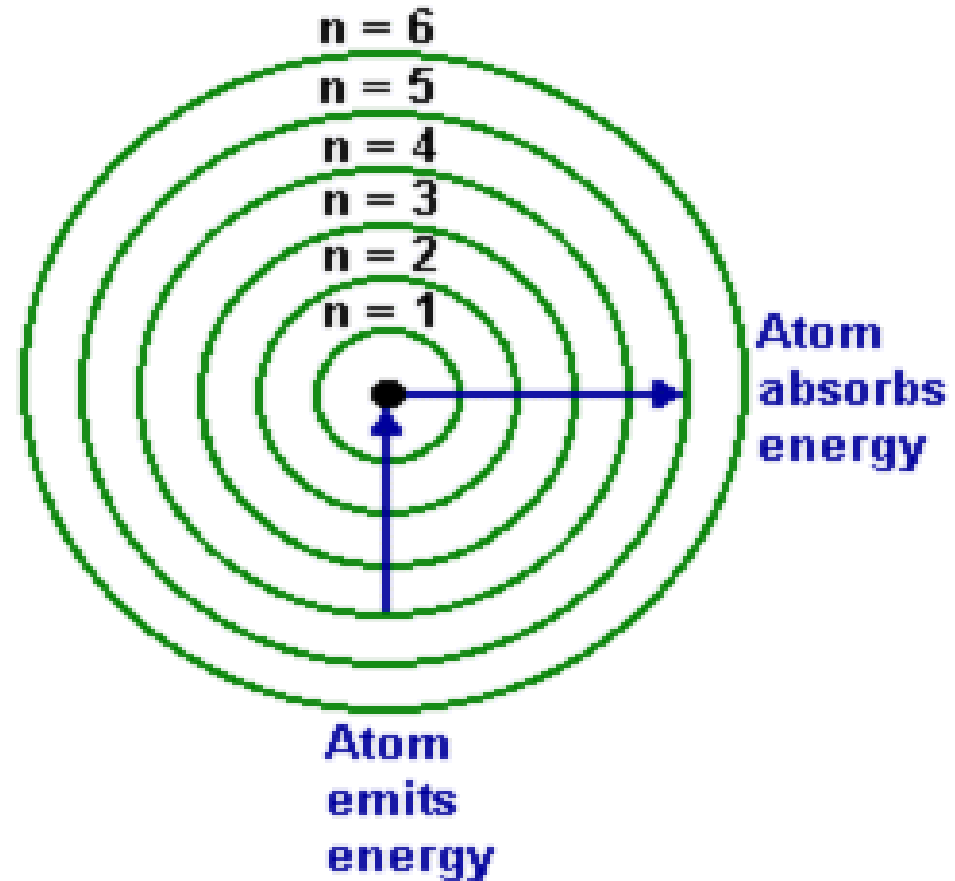
Niels Henrik David Bohr

1885 - 1962

Formação de linhas espectrais

Modelo de Átomo de Bohr:

1. Há um estado de energia mínima ($E_{\min}$) do sistema: **estado fundamental** → condição normal do el. orbitando o núcleo
2. Há uma máxima energia que o el. pode adquirir e ainda estar ligado ao átomo ($E_{\max}$)
se $E > E_{\max}$:
el. desliga-se do átomo - fica:
IONIZADO → **ion**



3. Somente certas órbitas discretas são permitidas ao el. (entre $E_{\min}$ e $E_{\max}$) → o el. pode existir somente em tais órbitas ou estados de energia → são **QUANTIZADOS** → mecânica quântica

Órbitas definidas por:

$$m v r = \frac{n h}{2 \pi}$$

com o número quântico principal $n=1,2,\dots$, etc.

- m é a massa do elétron; r o raio do movimento circular com velocidade v , em torno do núcleo, h a constante de Planck.

Tamanho da órbita: Combinando a força centrípeta com a força coulombiana:

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{Z e^2}{m r}$$

Mas

$$m v r = \frac{n h}{2 \pi} \Rightarrow v^2 = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m^2 r^2} \Rightarrow \frac{Z e^2}{m r} = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m^2 r^2}$$

teremos $r = n^2 \frac{h^2}{4 \pi^2 m Z e^2}$ → **Apenas algumas órbitas são possíveis (função de n^2).**

A energia total de um elétron na órbita n será dada pela combinação da energia cinética com a energia potencial:

$$E_n = \frac{m v^2}{2} - \frac{Z e^2}{r} = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

O sistema é considerado **ligado** enquanto a energia do nível for $E_n < 0$.

À medida que $n \rightarrow \infty$, $Z^2/n^2 \rightarrow 0$: $E_\infty = 0$

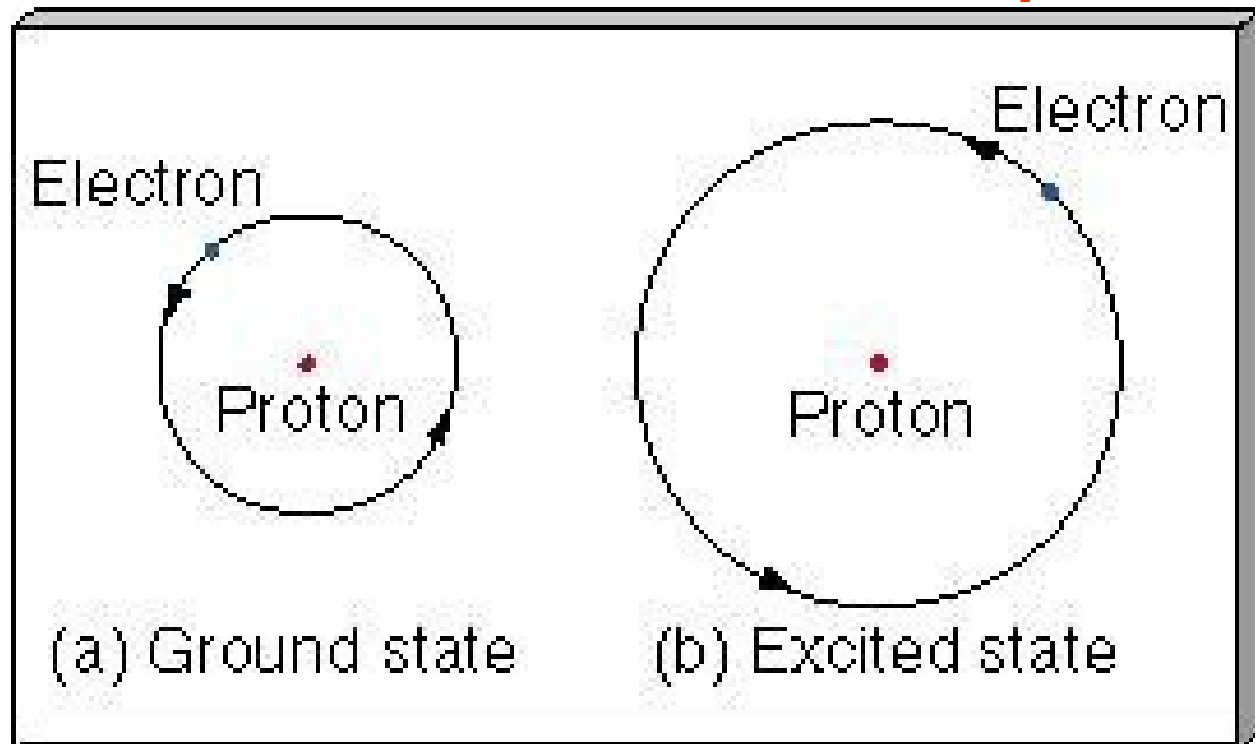
Quando $E > 0$, o elétron **não fica ligado** ao núcleo: **LIVRE**

Para o H: $Z=1$

Para $n=1$: $E = -13,6 \text{ eV}$ (estado fundamental) $\rightarrow$ potencial de ionização do H

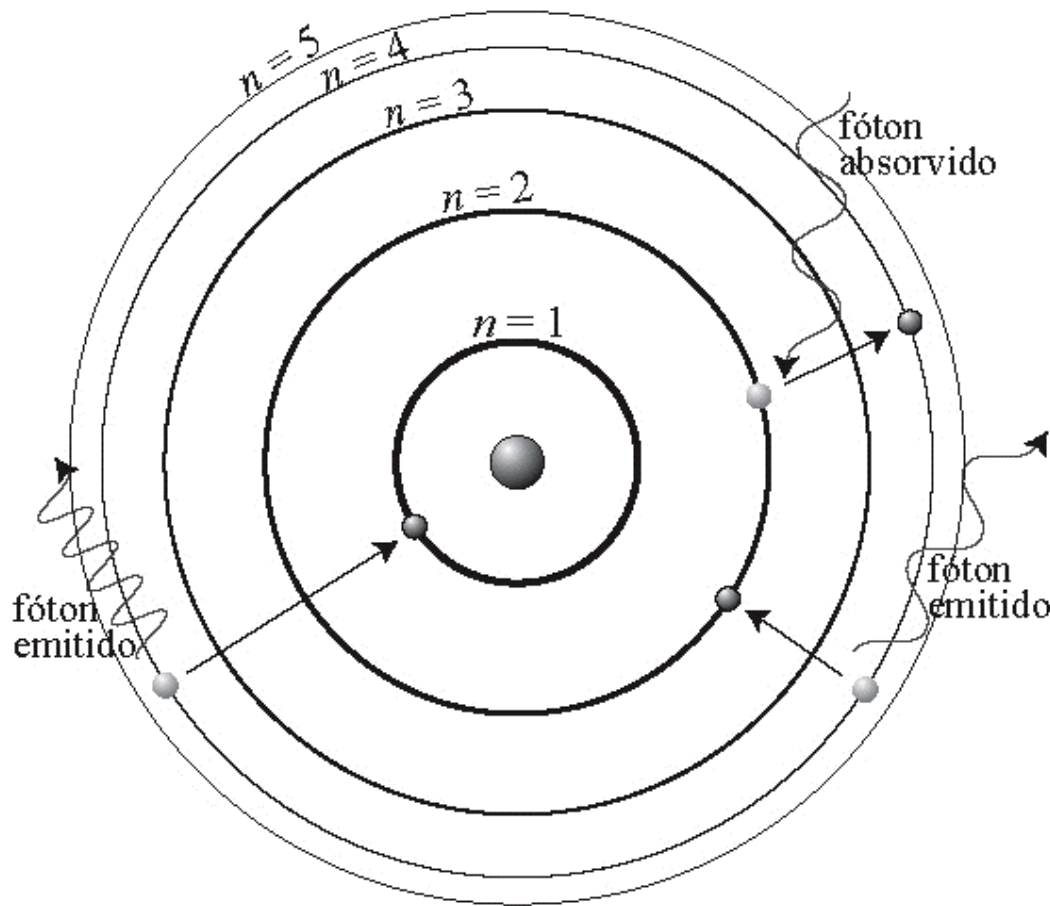
(lembrar que: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-12} \text{ erg}$)

Formacao de uma linha espectral



- 1 linha espectral: vai surgir quando **atomo muda de 1 estado discreto permitido para outro**
- **1 atomo pode passar a 1 estado excitado de 2 modos:**
 - 1) **absorvendo luz (foton)** de 1 fonte de radiacao eletromagnetica
 - 2) **colisao com outras particulas:** absorvendo energia cinetica

Interação da Radiação com a Matéria



Como átomos absorvem so específicas quantidades de energia: so podem emitir quantidades específicas quando retornam ao estado fundamental

→ quantidade de luz absorvida (ou emitida): corresponde exatamente à energia emitida (ou absorvida)

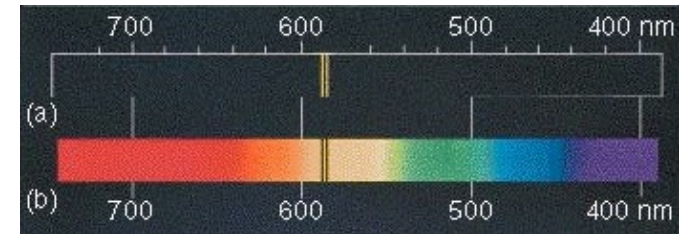
→ Luz: abs. ou emitida em **pacotes** de radiação eletromagnética: **foton**

→ assim: no **mundo macroscópico**: luz é onda

→ no **mundo microscópico**: feixe de partículas: **fotons**

A diferença de energia entre os níveis 1 e 2 é dada por $\Delta E = E_2 - E_1$, onde

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = + \frac{13,6}{h} Z^2 \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$



➔ **Diferentes linhas espectrais:** correspondem a diferentes níveis **a** partir do qual se dá a transição

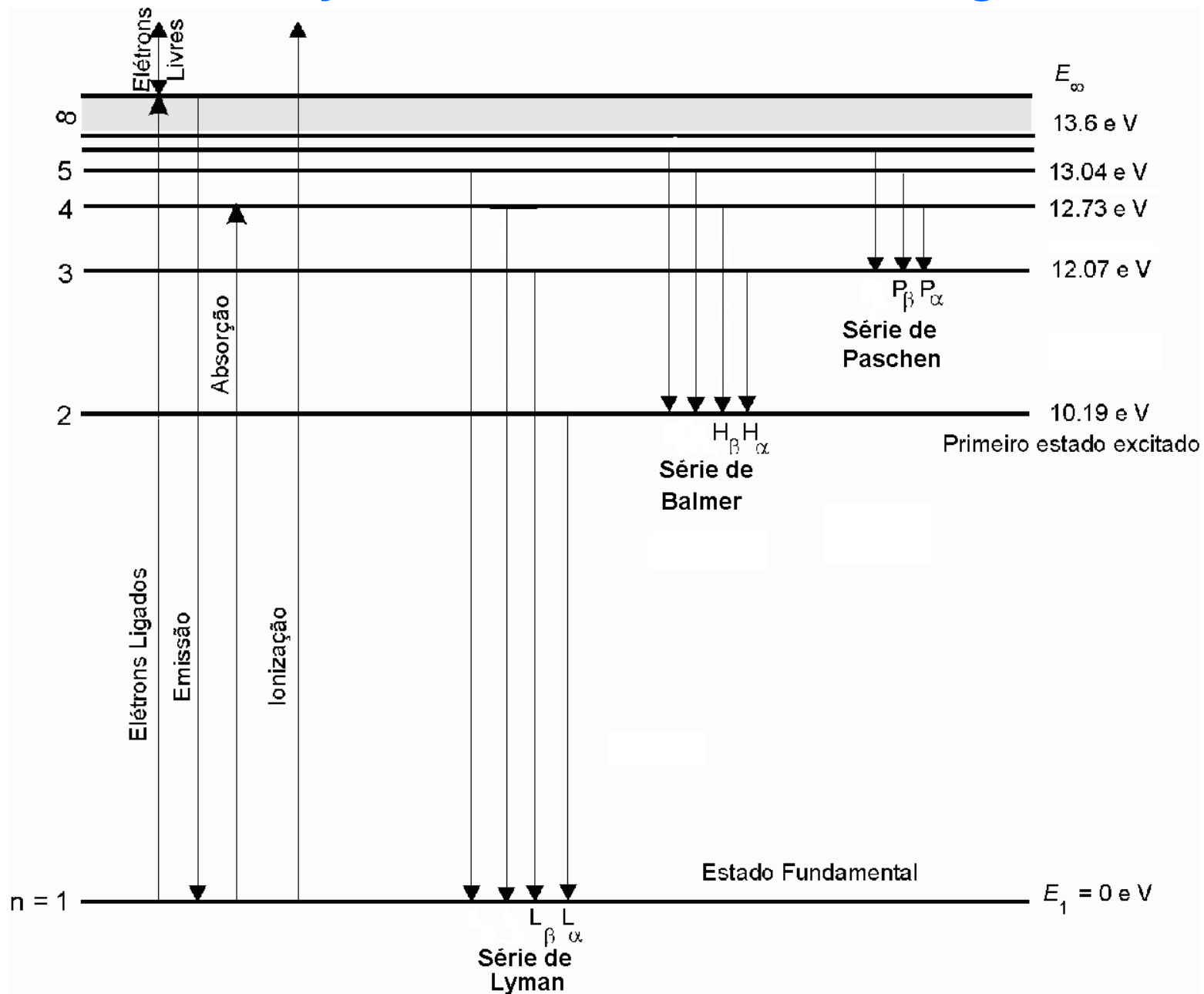
No atomo de H: SERIES de linhas:

n = 1: série de **Lyman**, denominadas $Ly\alpha$, $Ly\beta$, $Ly\gamma$, ... (linhas do UV);

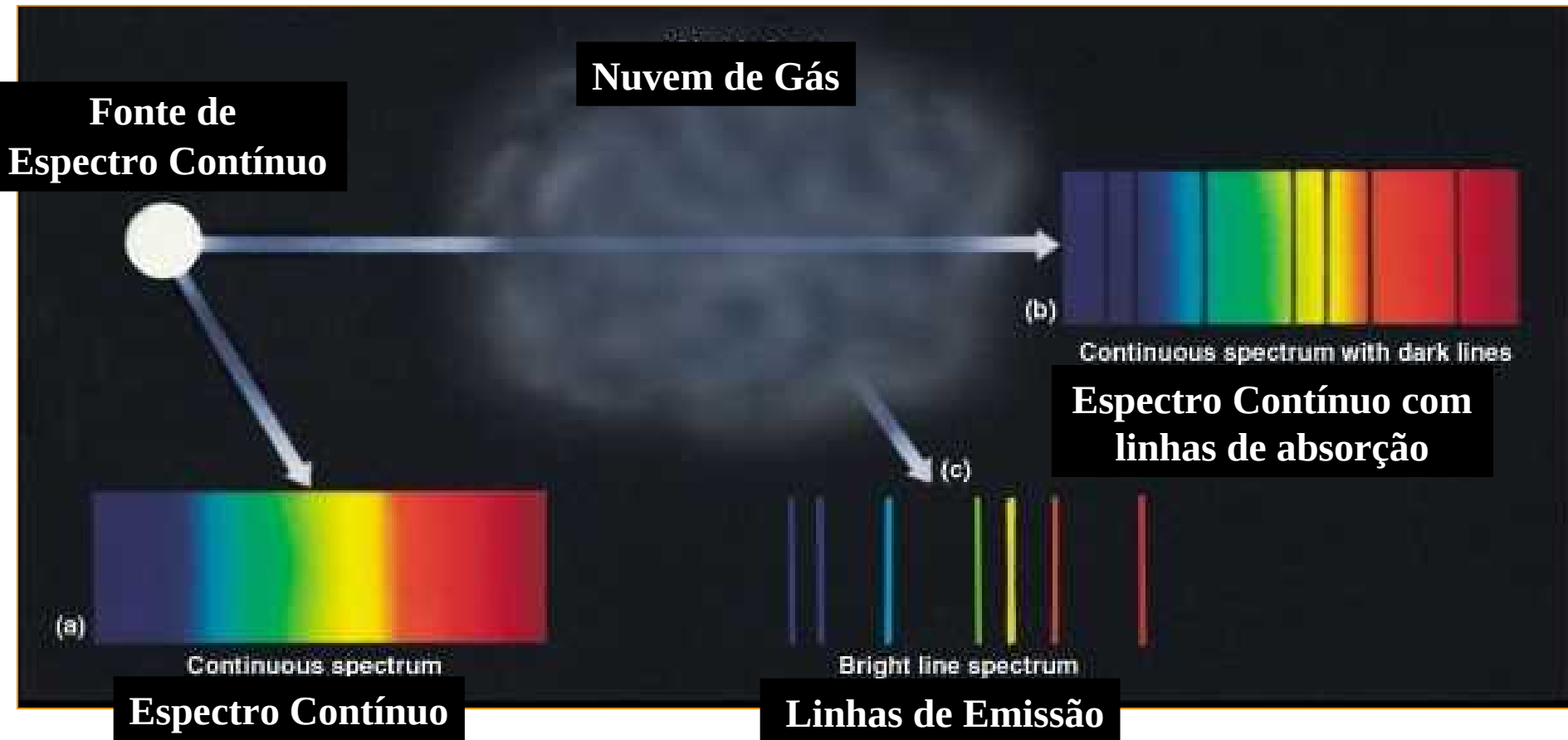
n = 2: série de **Balmer**, denominadas $H\alpha$, $H\beta$, ... (espectro visível);

n = 3: série de **Paschen**, denominadas $P\alpha$, $P\beta$, ... (infravermelho).

Transições no átomo de Hidrogênio



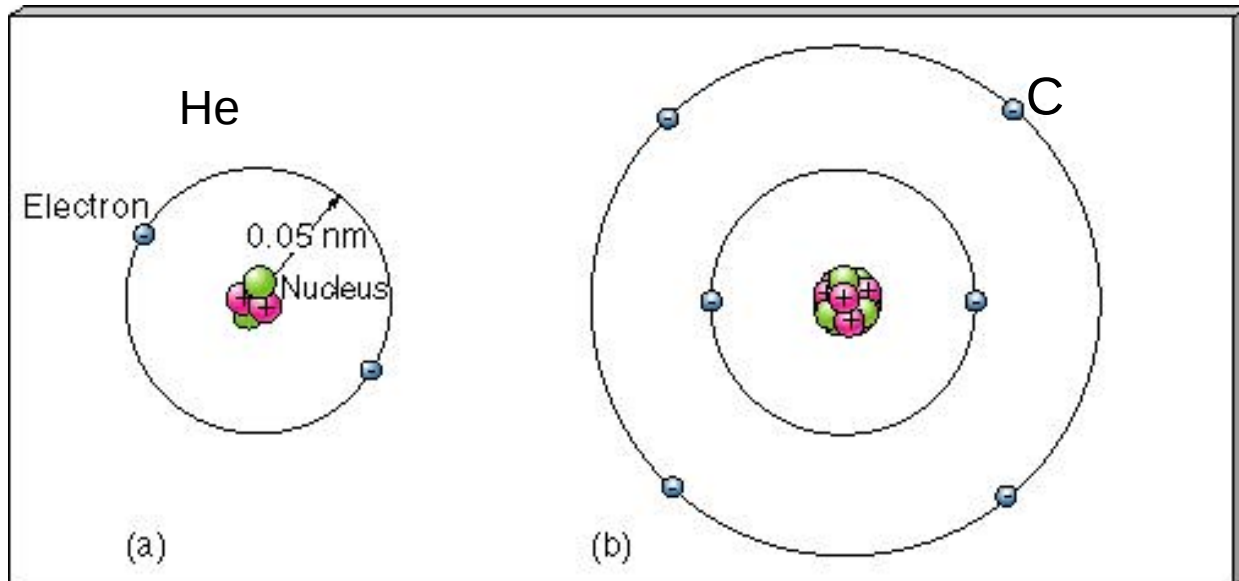
Explicando as Leis de Kirchhoff



Fonte: tem ftons de todas as energias (λ s): **espectro contínuo**

Fonte passando por gas: este so pode absorver ftons com determinadas energias: estes ftons absorvidos: causam transicao do gas para estados excitados: estes ftons sao removidos da fonte pelo gas -> **linhas escuras de absorcao (do gas) superpostas ao espectro contínuo (da fonte)**

Átomos mais complexos



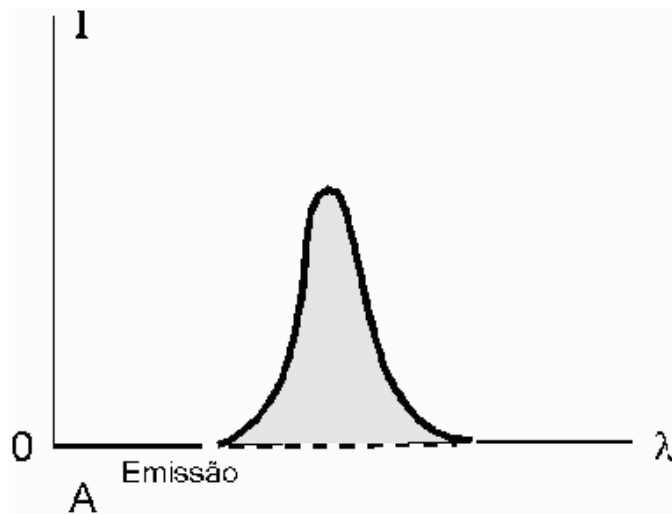
- 1 átomo: caracterizado por n. de prótons:

Ex. H : 1 p, He: 2 p. (+2 neutrons no núcleo); C: 6 p + 6 n;
O: 8 p + 8 n

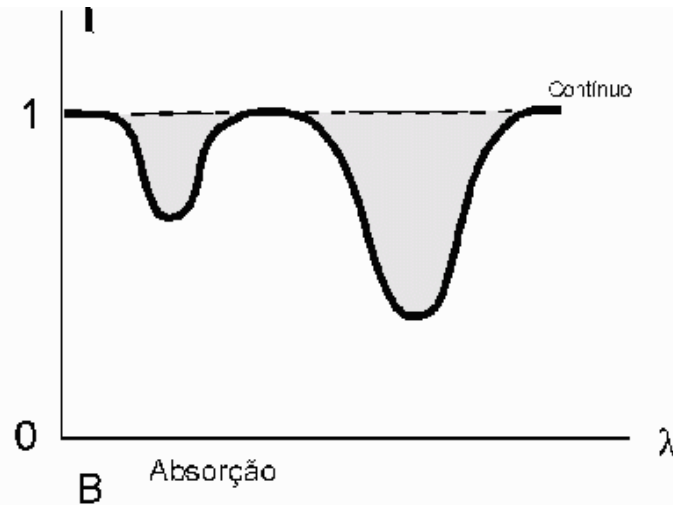
Características das Linhas e Notação

Intensidade das linhas espectrais

Intensidade (ou força) de uma linha: **proporcional ao numero de fotons emitidos (ou abs.) naquela transicao**



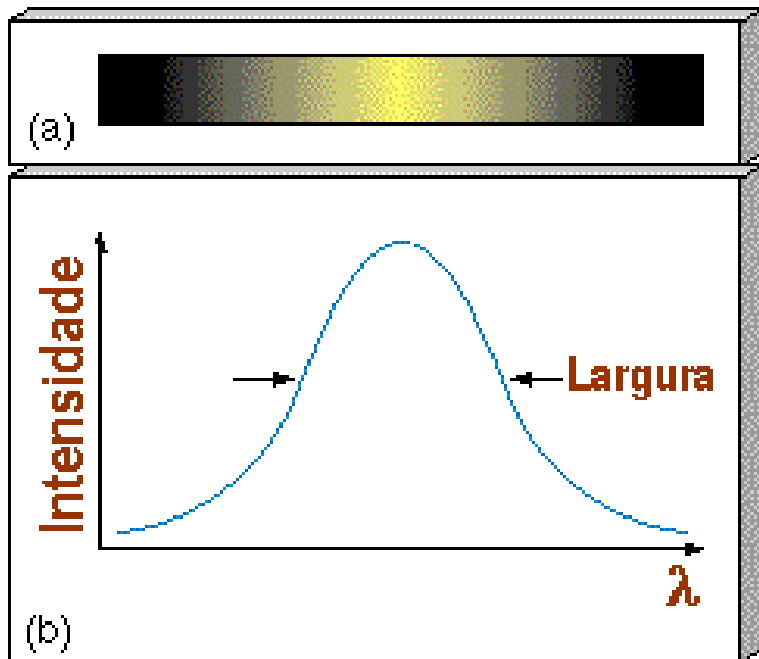
Perfil de 1 linha de emissão



linhas de absorção
que se superpoem
ao contínuo

Perfil da Linha

O perfil de uma linha representa a variação da densidade de fluxo (intensidade) com o comprimento de onda: **linha não é totalmente estreita !**



A forma de uma linha espectral é chamada de perfil da linha.

A forma verdadeira da linha reflete as propriedades da atmosfera da estrela: **temperatura** T , **pressão** P , **gravidade superficial** g , **densidade** ρ e **velocidade** das partículas v .

Varios processos fisicos podem “**alargar**” uma linha:
um perfil alargado: pode fornecer características sobre fonte emissora da radiação → vejamos a seguir

Alargamento das linhas espectrais

Alargamento Natural:

Princípio da incerteza de Heisenberg:

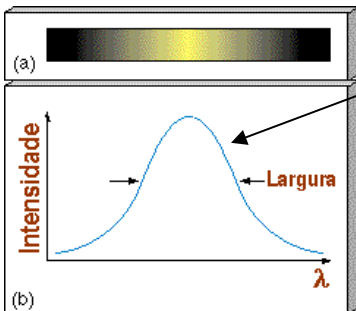
energia de um determinado nível atômico (estado) não pode ser determinada com precisão maior que:

$$\Delta e = \pi/2 (h / \Delta t)$$

→ Energia do eletron (numa orbita) tem incerteza de: $E \pm \Delta e$

→ Δt tempo de vida daquele nível

→ um grupo de átomos irá produzir 1 linha de absorção ou emissão com uma variação mínima na frequência ν dos fótons



$$\nu \pm \Delta \nu$$

$$\Delta \nu = \frac{\Delta e}{h} \propto \frac{1}{\Delta t}$$

$$\Delta \nu = c |\Delta \lambda / \lambda^2|$$

→ **Alargamento natural da linha**

Alargamento colisional

Os níveis de energia de um átomo são também perturbados (ou seja, deslocados) por partículas vizinhas, principalmente as carregadas como íons e elétrons: por **colisões**

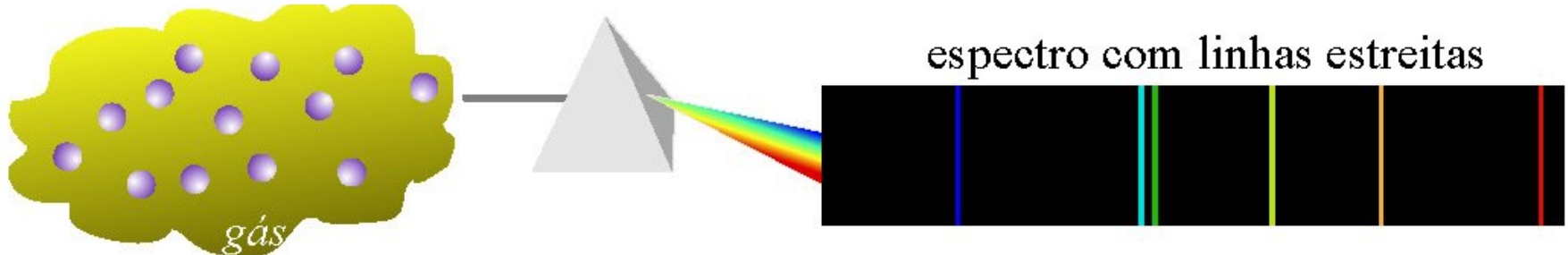
Em um gás, essas perturbações são aleatórias e causam alargamento das linhas espectrais.

Quanto maior a densidade de partículas (e, portanto, a pressão) do gás, maior a largura das linhas espectrais.

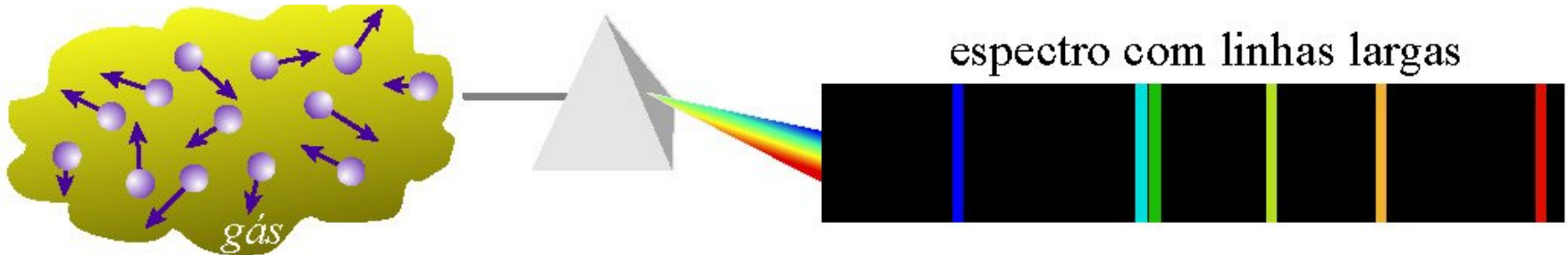
Esse é o processo mais importante no alargamento de linhas muito intensas como $H\alpha$, $H\beta$, ... (série de Balmer)

Alargamento Doppler térmico

átomos a baixa temperatura



átomos a alta temperatura



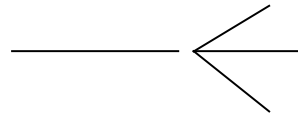
- Movimento aleatório das partículas do gás (por causa da agitação térmica):
 - algumas se aproximam, outras se afastam do observador.
 - Gas com partículas de massa m a uma temperatura T :

$$\rightarrow \langle mv^2/2 \rangle = 3kT/2 \rightarrow \langle v_{\text{term}} \rangle = (3kT/m)^{1/2}$$

$$\rightarrow \text{Alargamento Doppler da linha : } \Delta\lambda/\lambda = \langle v_{\text{term}} \rangle / c$$

Efeito Zeeman

Quando um átomo se desloca sob a ação de um **campo magnético**, cada nível atômico de energia se divide em três ou mais subníveis:

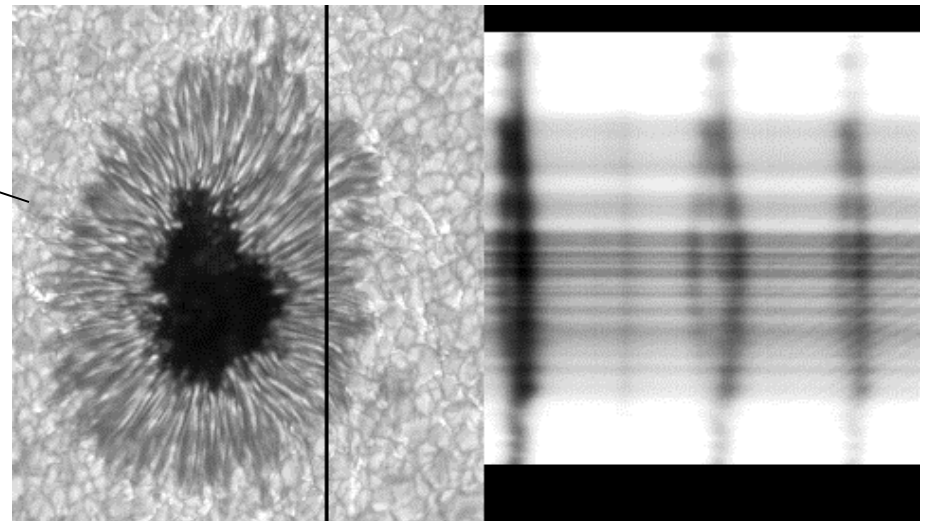


→ **efeito Zeeman.**

Se as separações (componentes Zeeman) entre subníveis não são *resolvidas* (são tão pequenas que não se pode distingui-las) nos espectros observados, vemos somente uma linha espectral **alargada**.

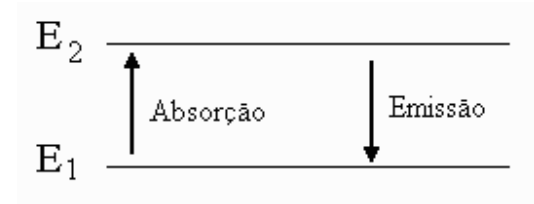
Quando campo magnético **B** é forte (ex.: manchas solares):

a separação entre as linhas é mensurável: **deduz-se intensidade de B pela separação das linhas !**

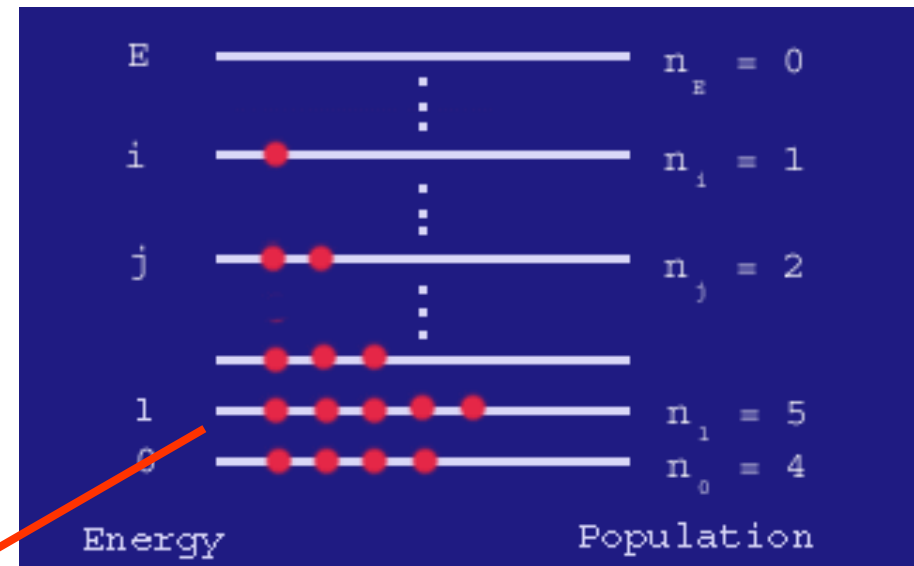


Um pouco de matematica

- Força das linhas:
proporcional n. de atomos
que estao no estado de energia
a partir do qual ocorrem as
transições



- As transicoes para um dado
nivel (espontaneas ou
colisionais) **dependem de T**
(pois energia cinetica relaciona-
se a T)



**Como determinar o n. de atomos que
estao em dado nivel de excitação ?**

Equação de Boltzmann (de excitação)

O austríaco Ludwig Boltzmann (1844-1906) deu a resposta:

Seja um gás a uma temperatura constante (T) em equilíbrio térmico (taxa de excitações = taxa de des-excitações): com grande número N de átomos por volume

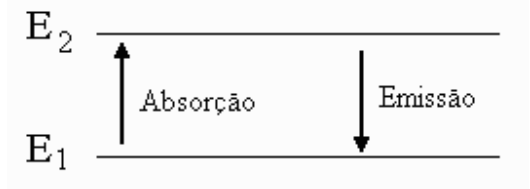
Seja :

$N(2)$ = número de átomos/vol. num nível de energia $E(2)$ (mais alto)

$N(1)$ = número de átomos/vol. num nível de energia $E(1)$ (mais baixo)

Então:

$$\frac{N(2)}{N(1)} = \frac{g(2)}{g(1)} e^{\left[\frac{E(1) - E(2)}{kT} \right]}$$



$k = 1.38066 \times 10^{-23} \text{ erg } k^{-1}$: Constante de Boltzmann

g : peso estatístico do nível i ,

→ **Eq. de Boltzmann:** fornece razão entre populações de 2 estados de excitação de um mesmo elemento químico (íon ou neutro)

- **À medida que T cresce:** mais e mais energia fica disponível para **ionizar os átomos** (para **arrancar** elétrons dos átomos neutros)
- Em geral um gas = átomos neutros + íons + el. livres
- **Quanto > n. de el. livres:** > probabilidade de íon capturar eles e formar átomo neutro
- **No equilíbrio térmico: taxa de ionização = taxa de recombinação**

$$\text{átomo} \rightarrow \text{íon} - e^- \text{ (ionização)}$$

$$\text{átomo} \leftarrow \text{íon} + e^- \text{ (recombinação)}$$

E como determinar o número de átomos que estão em um dado estágio de ionização?

Equação de Ionização de Saha

O indiano Meghnad Saha (1893-1956) deu a resposta:

→ número de átomos por unidade de volume em um grau de ionização $i+1$ em relação ao grau i , para um gás em equilíbrio termodinâmico:

$$\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} \right) = \frac{1}{N_e} \left(\frac{2 \pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\left[-\frac{\chi_i}{kT} \right]}$$

N_i : número de átomos/vol. no i -ésimo estado de ionização: **com i elétrons removidos**

χ_i : potencial de ionização do estado mais baixo de ionização = energia requerida para remover i elétrons do átomo neutro, criando um íon no nível- i

N_e : número de elétrons/vol.

m_e : massa do elétron

→ **Eq. de Saha: razão entre população de 2 níveis consecutivos de ionização de um mesmo elemento químico**